AL 5
U 1 66

204.5

Library of the Museum

OF

COMPARATIVE ZOÖLOGY,

AT HARVARD COLLEGE, CAMBRIDGE, MASS.

Founded by private subscription, in 1861.

The gift of the Accademia Gioenia di Scienze Naturali
No. 5029.
Dec. 6. 1882.

ATTI

DELL'ACCADEMIA GIOENIA

DI SCIENZE NATURALI

IN CATANIA

SERIE TERZA — TOMO XVI.

CATANIA,
TIPOGRAFIA DI C. GALATOLA
nel R. Ospizio di Beneficenza.
1882.

CARICHE ACCADEMICHE

PER L'ANNO LVI DA LUGLIO 1880 A GIUGNO 1881.

UFFICIO DI PRESIDENZA

1° DIRETTORE — Prof. comm. Andrea Aradas.
2° DIRETTORE — Prof. comm. Giuseppe Zurria.
SEGRETARIO GENERALE — Prof. cav. Carmelo Sciuto Patti.

MEMBRI DEL COMITATO

1. Comm. prof. Salvatore Tomaselli.
2. Prof. Giuseppe Ardini.
3. Prof. Michelangelo Bonaccorsi.
4. Prof. cav. Paolo Berretta.
5. Dott. cav. Antonino Somma.
6. Rev. P. Giovanni Cafici.

Direttore del Gabinetto Gioenio

Prof. cav. Mario Distefano

Cassiere

Prof. cav. Salvatore Nicolosi Tirrizzi

Segretario della sezione di scienze fisiche

Prof. cav. Agatino Longo

Segretario della sezione di scienze naturali

Prof. cav. uff. Lorenzo Maddem

SOCII ORDINARII

Aradas comm. prof. Andrea
Ardini prof. Giuseppe
Basile prof. Gioachino
Bolthsauser cav. prof. Adamo
Berretta prof. cav. Paolo
Bertucci cav. Francesco-di-Paola
Bonaccorsi prof. Giuseppe
Bonaccorsi prof. Michelangelo
Cafici p. Giovanni
Clementi cav. prof. Gesualdo
Distefano cav. uff. prof. Mario
Galvagna prof. Giuseppe Antonio
Gemmellaro prof. Mario
Gravina cav. Bonaventura
Leonardi cav. uff. Giovanni
Longo cav. prof. Agatino
Macaluso prof. Damiano
Maddem cav. uff. prof. Lorenzo
Nicolosi Tirrizzi prof. cav. Salvatore
Orsini Di Giacomo cav. uff. Antonino
Orsini Faraone prof. Angelo
Ronsisvalle prof. Mario
Sciuto-Patti cav. prof. Carmelo
Silvestri comm. prof. Orazio
Solera prof. Luigi
Somma cav. Antonino
Tomaselli comm. prof. Salvatore
Tornabene cav. prof. Francesco
Zuccarello Patti prof. cav. Mariano
Zurria comm. prof. Giuseppe.

SULLO SVILUPPO

DELLA

FUNZIONE PERTURBATRICE

NELLA TEORIA DEI PIANETI

Memoria letta nella seduta del dì 23 Novembre 1879

DAL

PROF. GIUSEPPE ZURRIA

SULLO SVILUPPO DELLA FUNZIONE PERTURBATRICE

NELLA TEORIA DEI PIANETI.

1. Denotando con m ed m' le masse di due pianeti, con r ed r' i raggi vettori di essi, e con θ l'angolo compreso tra questi raggi vettori, la funzione perturbatrice proveniente dall'azione del pianeta m' sul pianeta m, e che esprimiamo con R, viene rappresentata, come si sa, dall'eguaglianza

$$R = -\frac{m' r \cos\theta}{r'^2} + \frac{m'}{\sqrt{r^2 - 2rr'\cos\theta + r'^2}}.$$

Se, conformemente alla *Meccanica Celeste*, s'indica con v la longitudine vera del pianeta m, con v' quella del pianeta m', con Π la longitudine del nodo ascendente dell'orbita di m' su quella di m, ed inoltre si esprime con λ l'inclinazione respettiva delle due orbite, si ha

$$\cos\theta = \cos(v' - v) - 2\,\mathrm{sen}^2\frac{1}{2}\lambda\,\mathrm{sen}(v - \Pi)\,\mathrm{sen}(v' - \Pi).$$

Sostituendo in R questa espressione di $\cos\theta$, supponendo $r' > r$ cioè il pianeta m' più distante dal Sole del pianeta

m, e svolgendo la parte irrazionale di R in serie ordinata secondo le potenze ascendenti di $\operatorname{sen}\frac{1}{2}\lambda$, si ottiene

$$R = -\frac{m'r}{r'^2}\left[\cos(v'-v) - 2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda\operatorname{sen}(v-\Pi)\operatorname{sen}(v'-\Pi)\right]$$

$$+\frac{m'}{r'}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-2\left(\frac{r}{r'}\right)\cos(v'-v)+\left(\frac{r}{r'}\right)^2}}$$

$$-\frac{\frac{m'}{r'}\cdot\left(\frac{r}{r'}\right).2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda\operatorname{sen}(v-\Pi)\operatorname{sen}(v'-\Pi)}{\sqrt{\left[1-2\left(\frac{r}{r'}\right)\cos(v'-v)+\left(\frac{r}{r'}\right)^2\right]^3}}$$

$$+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$$

$$+\frac{\frac{A^{(l)}}{r'}\cdot\left(\frac{r}{r'}\right)^l.2^{2l}\operatorname{sen}^l(v-\Pi)\operatorname{sen}^l(v'-\Pi)}{\sqrt{\left[1-2\left(\frac{r}{r'}\right)\cos(v'-v)+\left(\frac{r}{r'}\right)^2\right]^{2l+1}}}$$

$$+\text{ ecc. ecc.}$$

dove, per semplicità, abbiamo posto

$$(1)\qquad A^{(l)} = m'\cos l\pi\,.\,\frac{1.3.5\ldots(2l-1)}{2.4.6\ldots\ldots 2l}\,.\,\operatorname{sen}^{2l}\frac{1}{2}\lambda\,,$$

esprimendo con l un numero intero e positivo, con π la semicirconferenza del raggio 1, e richiamando che si ha $A^{(0)} = m'$ nel caso di $l = 0$.

2. Ciò premesso, imprendiamo a svolgere soltanto il termine generale della parte irrazionale della funzione R, perchè dallo sviluppo di esso si deduce, come caso particolare, quello di tutti gli altri termini, compresi anche quelli esprimenti la parte razionale della medesima funzione.

3. Se si denotano con a, e, u, la distanza media, la

eccentricità, e l'anomalia eccentrica del pianeta m, e con a', e', u' le medesime quantità relativamente al pianeta m', si ha

$$r = a(1 - e\cos u),$$

$$r' = a'(1 - e'\cos u'),$$

e quindi

$$\frac{r}{r'} = \alpha + h,$$

ponendo

$$\frac{a}{a'} = \alpha, \quad h = \alpha\left(\frac{e'\cos u' - e\cos u}{1 - e'\cos u'}\right).$$

Fatto, per semplicità del calcolo, $l + \frac{1}{2} = s$, e svolgendo in serie ordinata secondo i coseni de' multipli dell'angolo $v' - v$ la funzione

$$(1 - 2\alpha\cos(v' - v) + \alpha^2)^{-s},$$

si ottiene l'espressione

$$(1 - 2\alpha\cos(v' - v) + \alpha^2)^{-s} = \frac{1}{2}\, b_s^{(0)} + \sum_{i=1}^{i=\infty} b_s^{(i)} \cos i(v' - v),$$

nella quale i coefficienti $b_s^{(i)}$ sono soltanto funzione di α. Ponendo in questa espressione $\alpha + h$ in vece di α, sviluppando in serie per mezzo del teorema di Taylor ciò che divengono i coefficienti $b_s^{(i)}$ mediante il cambiamento di α in $\alpha + h$, e poscia moltiplicando il risultato per $\frac{1}{r'}\left(\frac{r}{r'}\right)^l$ si otterrà l'eguaglianza

$$\frac{\frac{1}{r'}\left(\frac{r}{r'}\right)^l}{\left[1 - 2\left(\frac{r}{r'}\right)\cos(v' - v) + \left(\frac{r}{r'}\right)^2\right]^s} = \frac{1}{2}\, F^{(0)} + \sum_{i=1}^{i=\infty} F^{(i)} \cos i(v' - v)$$

*

nella quale per semplicità delle formole abbiamo posto

$$(2)\qquad F^{(i)}=\frac{1}{r'}\left(\frac{r}{r'}\right)^{l}\left\{b_s^{(i)}+h\frac{db_s^{(i)}}{d\alpha}+\frac{h^2}{1.2}\frac{d^2b_s^{(i)}}{d\alpha^2}+\frac{h^3}{1.2.3}\frac{d^3b_s^{(i)}}{d\alpha^3}+\ldots\right\}.$$

4. Pria di procedere oltre facciamo rilevare che quando si ha $l=0$, ed $i=1$ si deve porre $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}-\alpha$ invece di $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}$, e $\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha}-1$ in luogo di $\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha}$, come pure quando si fa $l=1$, ed $i=0$ si deve sostituire $b_{\frac{3}{2}}^{(0)}-2$ al posto di $b_{\frac{3}{2}}^{(0)}$, affinchè nello sviluppo della parte irrazionale della funzione R venisse incluso quello della parte razionale di essa.

Se poi invece dell'azione del pianeta m' sul pianeta m si volesse, al contrario, determinare l'azione del pianeta m sul pianeta m', siccome tanto nell'uno quanto nell'altro caso la parte irrazionale di R non cambia, ma cambia soltanto il coefficiente $\frac{r}{r'^2}$ della sua parte razionale, il quale diviene $\frac{r'}{r^2}$, così per la ragione di sopra cennata quando si fa $l=0$, ed $i=1$ bisogna sostituire $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}-\frac{1}{\alpha^2}$ in luogo di $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}$, ed in generale $\frac{d^\omega\left(b_{\frac{1}{2}}^{(1)}-\frac{1}{\alpha^2}\right)}{d\alpha^\omega}$ invece di $\frac{d^\omega b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{d\alpha^\omega}$, come pure quando si fa $l=1$, ed $i=0$ si deve porre $b_{\frac{3}{2}}^{(0)}-\frac{2}{\alpha^3}$ al posto di $b_{\frac{3}{2}}^{(0)}$, e $\frac{d^\omega\left(b_{\frac{3}{2}}^{(0)}-\frac{2}{\alpha^3}\right)}{d\alpha^\omega}$ in luogo di $\frac{d^\omega b_{\frac{3}{2}}^{(0)}}{d\alpha^\omega}$. Però deve cambiarsi la m' in m, e con Π deve esprimersi la longitudine del nodo ascendente dell'orbita di m su quella di m'.

5. Da quanto precede si deduce che, attesa la composizione della funzione R, lo sviluppo di essa dipende da

quello del prodotto di $F^{(i)}$ per la funzione trigonometrica $\cos(p'v' \pm pv + I)$, in cui I è funzione di π, e in cui p, p' esprimono due numeri interi qualunque, ambedue impari, o ambedue pari incluso lo zero. Ci occupiamo prima dello sviluppo di $F^{(i)}$, e poi di quello della funzione $\cos(p'v' \pm pv + I)$.

6. Esprimendo con ζ l'anomalia media di m, e con ζ' quella di m', si ha

$$\zeta = u - e \operatorname{sen} u, \qquad \zeta' = u' - e' \operatorname{sen} u'; \tag{3}$$

e la funzione $F^{(i)}$, svolta in serie ordinata secondo i coseni degli argomenti $q'\zeta' \pm q\zeta$, avrà la forma

$$F^{(i)} = \frac{\alpha^l}{2a'} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} E(0,0) + E(1,0)\cos\zeta + E(2,0)\cos 2\zeta \quad + E(3,0)\cos 3\zeta \quad + \ldots \\ \qquad + E(0,1)\cos\zeta' + E(1,1)\cos(\zeta'+\zeta) + E(2,1)\cos(\zeta'+2\zeta) + \ldots \\ \qquad\qquad + E(1,1)\cos(\zeta'-\zeta) + E(2,1)\cos(\zeta'-2\zeta) + \ldots \\ \qquad\qquad + E(0,2)\cos 2\zeta' \quad + E(1,2)\cos(2\zeta'+\zeta) + \ldots \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + E(1,2)\cos(2\zeta'-\zeta) + \ldots \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + E(0,3)\cos 3\zeta' \quad + \ldots \end{array} \right\}.$$

ovvero più semplicemente

$$F^{(i)} = \frac{\alpha^l}{2a'} \sum_{q=0}^{q=\infty} \sum_{q'=0}^{q'=\infty} E(q,q') \cos(q'\zeta' \pm q\zeta), \tag{4}$$

dovendosene dividere per 2 il risultato nel caso in cui si ha simultaneamente $q'=0$, $q=0$, e considerando l'espressione $q'\zeta' \pm q\zeta$, contenuta nella funzione coseno come un solo termine quando si pone separatamente $q=0$, oppure $q'=0$. Quanto ai coefficienti, che in generale trovansi rappresentati col simbolo $E(q, q')$, essi sono dati dal doppio integrale definitivo

$$E(q,q') = \frac{4}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi F(e\cos u, e'\cos u') \cos q(u - e \operatorname{sen} u) \cos q'(u' - e'\cos u')\, du\, du',$$

in cui per semplicità delle formole abbiamo posto

$$F(e\cos u, e'\cos u') = \frac{(1-e\cos u)^{l+1}}{(1-e'\cos u')^{l}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} b_s^{(i)} + \left(\frac{e'\cos u' - e\cos u}{1-e'\cos u'}\right) \cdot \alpha \cdot \frac{db_s^{(i)}}{d\alpha} \\ \quad + \left(\frac{e'\cos u' - e\cos u}{1-e'\cos u'}\right)^2 \cdot \frac{\alpha^2}{1.2} \cdot \frac{d^2 b_s^{(i)}}{d\alpha^2} \\ \quad + \left(\frac{e'\cos u' - e\cos u}{1-e'\cos u'}\right)^3 \cdot \frac{\alpha^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^3 b_s^{(i)}}{d\alpha^3} \\ \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right\}.$$

7. Onde rendere agevole il calcolo degl' integrali definiti, dai quali abbiamo fatto dipendere la determinazione de' coefficienti $E(q, q')$, richiamiamo la formola (*)

$$F(x,y) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{F(e^{u\sqrt{-1}}, e^{u'\sqrt{-1}})\, du\, du'}{(1-xe^{-u\sqrt{-1}})(1-ye^{-u'\sqrt{-1}})},$$

che somministra lo sviluppo d' una funzione binovariabile $F(x,y)$ secondo le potenze, e i prodotti delle quantità x, y. Posto in essa μ invece di u, μ' invece di u', c invece di e, rappresentandosi qui con c la base de' logaritmi neperiani, e fatto poscia

$$x = e\cos u, \qquad y = e'\cos u',$$

si ottiene l' espressione

$$F(e\cos u, e'\cos u') = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{F(c^{\mu\sqrt{-1}}, c^{\mu'\sqrt{-1}})\, d\mu\, d\mu'}{(1-c^{-\mu\sqrt{-1}}.\, e\cos u)(1-c^{-\mu'\sqrt{-1}}.\, e'\cos u')}$$

(*) Vedi la mia Memoria. — *Sull' espressione definita del teorema di Taylor e di Maclaurin*—negli *Atti dell' Accademia Gioenia* Vol. XX, Ser. I.— Catania 1843.

la quale sostituita in quella di $E(q,q')$ del n.° precedente dà

$$(5)\qquad E(q,q')=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}B_q B'_{q'} F\left(c^{\mu\sqrt{-1}},\, c^{\mu'\sqrt{-1}}\right)d\mu\, d\mu',$$

dove abbiamo posto

$$B_q=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\cos q(u-e\,\mathrm{sen}\,u)\,du}{1-c^{-\mu\sqrt{-1}}\,.\,e\cos u},$$

$$B'_{q'}=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\cos q'(u-e'\,\mathrm{sen}\,u')\,du'}{1-c^{-\mu'\sqrt{-1}}\,.\,e'\cos u'}.$$

8. Per ottenere il valore dell' integrale definito, rappresentato da B_q e da cui si deduce quello di $B'_{q'}$ con apporre un' apice a tutte le quantità in esso contenute, svolgiamo in serie, ordinata secondo le potenze dell' esponenziale $c^{-\mu\sqrt{-1}}$, il denominatore della funzione sottoposta all' integrazione, ed otteniamo

$$(6)\qquad B_q=2\sum_{\beta=0}^{\beta=\infty}K(\beta,q)\left(\frac{e}{2}\right)^{\beta}c^{-\beta\mu\sqrt{-1}},$$

in cui abbiamo fatto per brevità

$$(7)\qquad K(\beta,q)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}2^{\beta-1}\cos^{\beta}u\,du\cos q(u-e\,\mathrm{sen}\,u).$$

Derivando due volte di seguito quest' ultima espressione rispetto ad e si ottiene la relazione

$$(8)\qquad K(\beta+2,q)=4K(\beta,q)+\frac{4}{q^2}\cdot\frac{d^2K(\beta,q)}{de^2},$$

dalla quale fatto successivamente $\beta=0, 2, 4, 6$, ecc., ed indi sostituendo in $K(4,q)$ il valore di $K(2,q)$ in $K(6,q)$ quello di $K(4,q)$, e così di seguito, si deduce

$$(9) \qquad K(2\beta,q)=\left(\frac{2}{q}\right)^{2\beta}\sum_{\psi=0}^{\psi=\beta+1}\frac{\Gamma(\beta+1).q^{2\beta-2\psi}}{\Gamma(\psi+1).\Gamma(\beta-\psi+1)}\cdot\frac{d^{2\psi}K(0,q)}{de^{2\psi}},$$

adottando la notazione di Legendre onde esprimere in generale con $\Gamma(\beta+1)$ il prodotto 1. 2. 3. 4....β. Or siccome per $\beta=0$ si ha dalla (7)

$$K(0,q)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}du\cos q(u-e\,\mathrm{sen}\,u),$$

così onde ottenere il valore di questo integrale definito, da cui dipende la determinazione de' coefficienti $K(2\beta,q)$ ci occupiamo della funzione

$$\cos(qu-pe\,\mathrm{sen}\,u),$$

la quale oltre che contiene come caso particolare quella sottoposta all' integrazione, ci sarà anche utile nelle ricerche, che in seguito dobbiamo intraprendere.

9. Svolgendo la predetta funzione in serie ordinata secondo i coseni de' multipli di u, e facendo

$$(10) \qquad A(\omega,p)=\sum_{\gamma=0}^{\gamma=\infty}\frac{\cos\gamma\pi}{\Gamma(\gamma+1)\Gamma(\omega+\gamma+1)}\cdot\left(\frac{pe}{2}\right)^{\omega+2\gamma}$$

otteniamo l'espressione (*)

(*) Vedi la mia Memoria — *Sullo sviluppo in serie dell' equazione del centro, del raggio vettore, e suo logaritmo* — negli *Atti dell'Accademia Gioenia* — Vol. III. — Serie II. — Catania 1846.

$$(11)\qquad \cos(qu-pe\,\mathrm{sen}\,u)=\sum_{\omega=0}^{\omega=\infty} A(\omega,p)\cos\omega\pi\cos(q+\omega)u$$

$$+\sum_{\omega=1}^{\omega=\infty} A(\omega,p)\cos(q-\omega)u\,,$$

la quale prima moltiplicata per $\frac{du}{\pi}$, e poscia integrata da $u=0$ ad $u=\pi$ somministra, essendo q,ω numeri interi ed essenzialmente positivi,

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\pi du\cos(qu-pe\,\mathrm{sen}\,u)=A(q,p)\,;$$

donde fatto $p=q$ risulta

$$K(0,q)=A(q,q).$$

E siccome sostituendo in quest'ultima equazione il valore di $A(q,q)$ dedotto dalla (10) con porre $\omega=p=q$, si ha

$$(12)\qquad K(0,q)=\sum_{\gamma=0}^{\gamma=\infty}\frac{\cos\gamma\pi}{\Gamma(\gamma+1)\Gamma(q+\gamma+1)}\left(\frac{qe}{2}\right)^{q+2\gamma},$$

e quindi, mercè la successiva derivazione.

$$\frac{d^{2\psi}K(0,q)}{de^{2\psi}}=\sum_{\gamma=0}^{\gamma=\infty}\frac{\cos\gamma\pi\,.\,\Gamma(q+2\gamma+1)\,.\left(\frac{q}{2}\right)^{2\psi}}{\Gamma(\gamma+1)\Gamma(q+\gamma+1)\Gamma(q+2\gamma-2\psi+1)}\cdot\left(\frac{qe}{2}\right)^{q+2\gamma-2\psi},$$

così, ponendo questa espressione nella (9), si avrà

$$(13)\quad K(2\beta,q)=\sum_{\gamma=0}^{\gamma=\infty}\sum_{\psi=0}^{\psi=\beta+1}\frac{\cos\gamma\pi\,.\,\Gamma(\beta+1)\,.\,\Gamma(q+2\gamma+1)\,.\,2^{2\beta-2\psi}\,.\left(\frac{qe}{2}\right)^{q+2\gamma-2\psi}}{\Gamma(\gamma+1)\Gamma(q+\gamma+1)\Gamma(q+2\gamma-2\psi+1)\Gamma(\psi+1)\Gamma(\beta-\psi+1)}.$$

10. Onde assegnare una formola simile relativamente al valore di $K(2\beta+1,q)$ poniamo successivamente nella (8) $\beta=1$, 3, 5, 7, ecc., e tenendo il medesimo procedimento, di sopra adoperato per $K(2\beta,q)$, conseguiremo

$$K(2\beta+1,q)=\left(\frac{2}{q}\right)^{2\beta}\sum_{\psi=0}^{\psi=\beta+1}\frac{\Gamma(\beta+1).q^{2\beta-2\psi}}{\Gamma(\psi+1)\,\Gamma(\beta-\psi+1)}\cdot\frac{d^{2\psi}K(1,q)}{de^{2\psi}}.$$

Integrando però per parti la (7) nel caso di $\beta=1$, si ottiene l'equazione differenziale

$$e\frac{dK(1,q)}{de}+K(1,q)=2\frac{dK(0,q)}{de},$$

dalla quale mediante l'integrazione, risultando la costante arbitraria eguale a zero per $e=0$, si deduce

$$K(1,q)=\frac{2}{e}K(0,q).$$

In virtù di questa relazione e della (12) il valore di $K(2\beta+1,q)$ viene somministrato dalla formola

$$(14)\quad K(2\beta+1,q)=q\sum_{\gamma=0}^{\gamma=\infty}\sum_{\psi=0}^{\psi=\beta+1}\frac{\cos\gamma\pi.\Gamma(\beta+1).\Gamma(q+2\gamma).2^{2\beta-2\psi}.\left(\frac{qe}{2}\right)^{q+2\gamma-2\psi-1}}{\Gamma(\gamma+1)\Gamma(q+\gamma+1)\Gamma(q+2\gamma-2\psi)\Gamma(\psi+1)\Gamma(\beta-\psi+1)}.$$

11. Se si mette un'apice a tutte le quantità contenute nello sviluppo della funzione B_q espresso dalla (6), si ottiene quello della $B'_{q'}$ per mezzo della formola

$$(15)\qquad B'_{q'}=2\sum_{\beta'=0}^{\beta'=\infty}K'(\beta',q')\cdot\left(\frac{e'}{2}\right)^{\beta'}.\,c^{-\beta'\mu'\sqrt{-1}},$$

il valore del coefficiente $K'(\beta',q')$ deducendosi dalla (13), o dalla (14), secondo che β' è pari o impari, mercè la respettiva sostituzione di β',q',e' al posto di β,q,e. Ciò premesso moltiplichiamo la (6) per la (15), ed otteniamo

$$(16)\quad B_qB'_{q'}=4\sum_{\beta=0}^{\beta=\infty}\sum_{\beta'=0}^{\beta'=\infty}K(\beta,q).K'(\beta',q').\left(\frac{e}{2}\right)^{\beta}.\left(\frac{e'}{2}\right)^{\beta'}.c^{-(\beta\mu+\beta'\mu')\sqrt{-1}}.$$

12. Per conseguire lo sviluppo della funzione

$$F(c^{\mu\sqrt{-1}},\ c^{\mu'\sqrt{-1}})$$

secondo le potenze, e i prodotti dell'esponenziali $c^{\mu\sqrt{-1}}$, $c^{\mu'\sqrt{-1}}$, poniamo

$$P^{(\omega)}=\frac{\alpha^{\omega}}{\Gamma(\omega+1)}\cdot\frac{d^{\omega}b_s^{(i)}}{d\alpha^{\omega}}, \tag{17}$$

e mettiamo la sua rappresentanza sotto la forma

$$F(c^{\mu\sqrt{-1}},c^{\mu'\sqrt{-1}})=\frac{(1-c^{\mu\sqrt{-1}})^{l+1}}{(1-c^{\mu'\sqrt{-1}})^{l}}\times\frac{P^{\circ}}{1-P\left(\dfrac{c^{\mu'\sqrt{-1}}-c^{\mu\sqrt{-1}}}{1-c^{\mu'\sqrt{-1}}}\right)} \tag{18}$$

$$=\frac{(1-c^{\mu\sqrt{-1}})^{l+1}}{(1-c^{\mu'\sqrt{-1}})^{l-1}}\times\frac{P^{\circ}}{1+Pc^{\mu\sqrt{-1}}-(1+P)c^{\mu'\sqrt{-1}}}$$

a condizione, che dopo effettuato lo sviluppo, in vece delle potenze di P, rappresentate in generale da P^{ω} si scriva $P^{(\omega)}$, non escluso P°, che deve rimpiazzarsi con $P^{(0)}=b_s^{(i)}$. Ci occupiamo prima dello sviluppo del secondo fattore, onde poi conseguire quello della funzione F.

13. Posto $c^{\mu\sqrt{-1}}=x$, $c^{\mu'\sqrt{-1}}=y$, e richiamando che nello sviluppo d'una funzione binovariabile $f(x,y)$ il coefficiente $B(\varphi,\psi)$ d'un termine qualunque $x^{\varphi}y^{\psi}$ è dato dalla formola

$$B(\varphi,\psi)=\frac{1}{\Gamma(\varphi+1)\,\Gamma(\psi+1)}\cdot\frac{d^{\varphi+\psi}f(x=0,y=0)}{dx^{\varphi}\,dy^{\psi}},$$

si otterrà dopo effettuate le relative operazioni, e rimesse per x, y le due funzioni esponenziali, ch'esse respettivamente rappresentano,

*

$$(19)\qquad \frac{P^{\circ}}{1+Pc^{\mu\sqrt{-1}}-(1+P)c^{\mu'\sqrt{-1}}}=\sum_{\varphi=0}^{\varphi=\infty}\sum_{\psi=0}^{\psi=\infty}B(\varphi,\psi)\,c^{(\varphi\mu+\psi\mu')\sqrt{-1}},$$

in cui si ha

$$(20)\qquad B(\varphi,\psi)=\frac{\cos\varphi\pi\,.\,\Gamma(\varphi+\psi+1)}{\Gamma(\varphi+1)\Gamma(\psi+1)}\cdot P^{\varphi}(1+P)^{\psi}.$$

Se si moltiplica lo sviluppo della precedente espressione (19) per quello della funzione $(1-c^{\mu'\sqrt{-1}})^{-(l-1)}$, che rappresentiamo per mezzo dell' eguaglianza

$$(1-c^{\mu'\sqrt{-1}})^{-(l-1)}=G^{(0)}+G^{(1)}\,c^{\mu'\sqrt{-1}}+G^{(2)}e^{2\mu'\sqrt{-1}}+\cdots\cdots,$$

la forma dello sviluppo del prodotto sarà la stessa di quella dello sviluppo della (19), soltanto i coefficienti $B(\varphi,\psi)$ verranno rimpiazzati da' coefficienti $C(\varphi,\psi)$, i quali sono legati ai primi mediante la relazione

$$C(\varphi,\psi)=G^{(0)}B(\varphi,\psi)+G^{(1)}B(\varphi,\psi-1)+\cdots\cdots+G^{(\varphi)}B(\varphi,0)\,,$$

ovvero in un modo più semplice per mezzo della relazione

$$(21)\qquad C(\varphi,\psi)=\sum_{k=0}^{k=\psi+1}G^{(k)}B(\varphi,\psi-k).$$

Similmente moltiplicando lo sviluppo così ottenuto per quello della funzione

$$(1-c^{\mu\sqrt{-1}})^{l+1}=H^{(0)}+H^{(1)}\,c^{\mu\sqrt{-1}}+H^{(2)}c^{2\mu\sqrt{-1}}+\cdots\cdots,$$

si giunge al risultamento

$$(22)\qquad F(c^{\mu\sqrt{-1}},c^{\mu'\sqrt{-1}})=\sum_{\varphi=0}^{\varphi=\infty}\sum_{\psi=0}^{\psi=\infty}D(\varphi,\psi)\,.\,c^{(\varphi\mu+\psi\mu')\sqrt{-1}}\,,$$

dove i coefficienti $D(\varphi,\psi)$ sono legati ai coefficienti $C(\varphi,\psi)$ per mezzo dell' eguaglianza

$$D(\varphi,\psi)=H^{(0)}C(\varphi,\psi)+H^{(1)}C(\varphi-1,\psi)+\ldots+H^{(\varphi)}C(0,\psi),$$

ovvero più semplicemente mediante la relazione

$$D(\varphi,\psi)=\sum_{\delta=0}^{\delta=\varphi+1} H^{(\delta)}C(\varphi-\delta,\psi).$$

Sostituendo in vece di $C(\varphi-\delta,\psi)$ il suo valore dedotto dalla (21), ed in vece di $G^{(k)}$, $H^{(\delta)}$ sostituendo pure i loro valori, i quali sono dati respettivamente dalle due equazioni

$$G^{(k)}=\frac{\Gamma(l+k-1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(l-1)},\quad H^{(\delta)}=\frac{\Gamma(l+2)\cos\delta\pi}{\Gamma(\delta+1)\Gamma(l-\delta+2)},$$

i coefficienti $D(\varphi,\psi)$ vengono somministrati in generale dalla formola

$$D(\varphi,\psi)=\sum_{\delta=0}^{\delta=\varphi+1}\sum_{k=0}^{k=\psi+1}\frac{\Gamma(l+k-1)\Gamma(l+2)\cos\delta\pi}{\Gamma(k+1)\Gamma(l-1)\Gamma(\delta+1)\Gamma(l-\delta+2)}\cdot B(\varphi-\delta,\psi-k),$$

la quale dietro la sostituzione del valore di $B(\varphi-\delta,\psi-k)$, dedotto dalla (20), diviene

$$D(\varphi,\psi)=\cos\varphi\pi\times \tag{23}$$
$$\sum_{\delta=0}^{\delta=\varphi+1}\sum_{k=0}^{k=\psi+1}\frac{\Gamma(l+k-1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(l-1)}\cdot\frac{\Gamma(l+2)}{\Gamma(\delta+1)\Gamma(l-\delta+2)}\cdot\frac{\Gamma(\varphi-\delta+\psi-k+1)}{\Gamma(\varphi-\delta+1)\Gamma(\psi-k+1)}\cdot P^{\varphi-\delta}(1+P)^{\psi-k}.$$

14. Per mezzo di questa formola, che svolta in serie risulta sempre composta di un numero limitato e finito di termini, ci si rende agevole ottenere i coefficienti $D(\varphi,\psi)$ espressi in funzione de' coefficienti $b_s^{(i)}$ e delle successive derivate di essi rispetto ad α. Onde farlo rilevare con qualche esempio particolare ci proponiamo assegnare il valore del coefficiente $D(\varphi,\psi)$ nel caso di $\varphi=3$, $\psi=2$. Ponendo questi valori nella formola (23), sviluppando ed ordinando relativamente alle potenze di P, ed indi cambiando gli espo-

nenti di P in indici della stessa quantità otteniamo, avuto riguardo alla (17),

$$D(3,2)=-\left\{\begin{array}{c}10\cdot\dfrac{l(l-1)(l-2)(l-3)(l-4)}{1.2.3.4.5}+22\cdot\dfrac{l(l-1)(l-2)(l-3)}{1.2.3.4}+15\cdot\dfrac{l(l-1)(l-2)}{1.2.3}\\ +3\cdot\dfrac{l(l-1)}{1.2}\end{array}\right\}\cdot b_s^{(i)}$$

$$-\left\{10\cdot\frac{l(l-1)(l-2)(l-3)}{1.2.3.4}+22\cdot\frac{l(l-1)(l-2)}{1.2.3}+15\frac{l(l-1)}{1.2}+3l\right\}\cdot\alpha\frac{db_s^{(i)}}{d\alpha}$$

$$-\left\{10\cdot\frac{l(l-1)(l-2)}{1.2.3}+22\cdot\frac{l(l-1)}{1.2}+15l+3\right\}\cdot\frac{\alpha^2}{1.2}\cdot\frac{d^2b_s^{(i)}}{d\alpha^2}$$

$$-\left\{10\cdot\frac{l(l-1)}{1.2}+22l+15\right\}\cdot\frac{\alpha^3}{1.2.3}\cdot\frac{d^3b_s^{(i)}}{d\alpha^3}$$

$$-\left\{10l+22\right\}\cdot\frac{\alpha^4}{1.2.3.4}\cdot\frac{d^4b_s^{(i)}}{d\alpha^4}$$

$$-\left\{10\right\}\cdot\frac{\alpha^5}{1.2.3.4.5}\cdot\frac{d^5b_s^{(i)}}{d\alpha^5}.$$

15. Giova notare che fra i coefficienti $D(\varphi,\psi)$ si hanno le relazioni

$$(24)\quad\left\{\begin{array}{l}D(0,0)+D(1,0)+D(0,1)=0,\\ D(\varphi,0)+D(\varphi-1,1)+D(\varphi-2,2)+D(\varphi-3,3)+\ldots+D(0,\varphi)=0,\end{array}\right.$$

la prima delle quali dimostra che nello sviluppo della funzione $F(e\cos u,\ e'\cos u')$ secondo le potenze, e i prodotti di $e\cos u$, e di $e'\cos u'$ la somma de' coefficienti de' primi tre termini è uguale a zero; e la seconda che la somma dei coefficienti de' termini del medesimo grado, a partire dal valore di $\varphi=2$, è pure eguale a zero. Queste due relazioni le quali si ottengono facilmente eguagliando la (18) alla (22), e ponendo poscia $\mu'=\mu$, offrono un mezzo facile per verificare i valori dei coefficienti $D(\varphi,\psi)$.

16. Se intanto si sostituisce nella (5) il prodotto della

(16) per la (22), ed indi s'integra tra i limiti in essa designati di μ, e di μ', tutti i termini risulteranno eguali a zero, eccettuati soltanto quelli che corrispondono ai valori di $\varphi=\beta$, $\psi=\beta'$; pei quali valori ottenendosi

$$\int_0^{2\pi} c^{(\varphi-\beta)\mu\sqrt{-1}}=2\pi, \quad \int_0^{2\pi} c^{(\psi-\beta')\mu'\sqrt{-1}}=2\pi,$$

si conseguirà per la determinazione dei coefficienti $E(q,q')$ la formola generale

$$(25) \quad E(q,q')=4\sum_{\beta=0}^{\beta=\infty}\sum_{\beta'=0}^{\beta'=\infty} D(\beta,\beta').K(\beta,q).K'(\beta',q').\left(\frac{e}{2}\right)^{\beta}.\left(\frac{e'}{2}\right)^{\beta'},$$

dalla quale si deduce quella di $E(q',q)$, cambiando le quantità, q, β, e in q', β', e', e reciprocamente.

17. Per mezzo delle formole (13), (14), (23), di cui la legge secondo la quale procedono i termini di esse, è già posta ad evidenza, si rende agevole ottenere il valore dei coefficienti $E(q,q')$ espressi dalla (25) sino a qualsivoglia potenza dell' eccentricità delle orbite. All' oggetto però di facilitare le calcolazioni nelle applicazioni ai casi particolari abbiamo costruito riguardo alle quantità $D(\beta,\beta')$, $K(\beta,q)$ le tavole poste in fine della presente Memoria, per mezzo delle quali si ottiene facilmente lo sviluppo di $E(q,q')$ sino ai termini dell' undecimo ordine. Qui cade in acconcio notare che il primo termine di $E(q,q')$, contenente le potenze o il prodotto del più infimo grado di e, e di e' risulta dell' ordine $q+q'$; e tale primo termine che per distinzione rappresentiamo con $P(q,q')$, può esprimersi mediante la formola

$$P(q,q')=4\left(\frac{e}{2}\right)^{q}.\left(\frac{e'}{2}\right)^{q'}\sum_{\beta=0}^{\beta=q+1}\sum_{\beta'=0}^{\beta'=q'+1}\frac{q^{\beta}}{\Gamma(\beta+1)}.\frac{q'^{\beta'}}{\Gamma(\beta'+1)}D(q-\beta,q'-\beta'),$$

nella quale quando si pone $\beta=q=0$, e $\beta'=q'=0$, biso-

gna sostituire, in virtù della teoria dei valori limiti delle funzioni,

$$q^q = 0^0 = 1\,,\quad q'^{q'} = 0^0 = 1.$$

Se si vuole p. e. il primo termine di $E(3,2)$, si ponga $q=3$, $q'=2$, ed avuto riguardo alla prima delle (24), si otterrà

$$P(3,2) = \left(\frac{e}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \cdot 1 \left\{ \begin{array}{l} 6D(2,0) + 9D(1,1) + \frac{9}{2} D(0,2) \\ +2D(3,0) + 6D(2,1) + \frac{9}{2} D(1,2) \\ +3D(2,2) + 2D(3,1) + \ D(3,2) \end{array} \right\}.$$

Da questa espressione si deduce quella di $P(2,3)$, cioè del primo termine di $E(2,3)$ sostituendo in generale $D(\beta',\beta)$ in vece di $D(\beta,\beta')$, e cambiando la e in e', e reciprocamente.

18. Prima di terminare la parte di questo lavoro, relativa alla determinazione dei coefficienti $E(q,q')$ reputiamo utile rilevare, che se nella (2) esprimente lo sviluppo di $F^{(i)}$ in funzione di u, ed u', si pone $u=0$, $u'=0$; e se corrispondentemente a questi valori di u, ed u' si sostituisce $\xi=0$, $\xi'=0$ nella (4), esprimente lo sviluppo della stessa $F^{(i)}$ in funzione di ξ, e ξ', si otterrà eguagliando i due risultamenti, e facendo poscia $e'=e$, l'equazione identica

$$b_s^{(i)} \left\{ 1 + e + e^2 + e^3 + e^4 + \cdots \right\} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left\{ \begin{array}{r} \frac{1}{2} E'(0,0) + E'(1,0) + \ E'(2,0) + \ E'(3,0) + \ldots \\ +E'(0,1) + 2E'(1,1) + 2E'(2,1) + \ldots \\ + \ E'(0,2) + 2E'(1,2) + \ldots \\ + \ E'(0,3) + \ldots \end{array} \right\},$$

nella quale con $E'(q,q')$ abbiamo indicato in generale il risultato di $E(q,q')$ quando si pone $e'=e$. Questa equazione può servire di riprova ai valori delle quantità $E(q,q')$,

le quali, come ben si vede, devono soddisfare alla condizione, che i coefficienti delle diverse potenze di e nel secondo membro di essa siano costantemente eguali a $b_s^{(i)}$ dietro di avere posto $e'=e$, ed ordinata rispetto ad e la serie, che ne risulta.

19. Facciamo pure notare che dallo sviluppo della funzione $F^{(i)}$ si può dedurre quello di $\frac{1}{r'}\left(\frac{r}{r'}\right)^l$ espresso in serie secondo i coseni degli argomenti $q'\zeta' \pm q\zeta$. In effetto esso, come si rileva dalla (2), equivale a quello del coefficiente di $b_s^{(i)}$. Se poi si pone $a'=1$, ed $e'=0$, si ottiene anche quello di r^l in serie ordinata secondo i coseni de' multipli di ζ. Si possono anche con facilità conseguire direttamente i due predetti sviluppi mediante le due formole

$$\frac{1}{r'}\left(\frac{r}{r'}\right)^l=\frac{\alpha^l}{2a'}\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}T_0\,T'_0+T'_0\sum\limits_{q=1}^{q=\infty}T_q\cos q\zeta+T_0\sum\limits_{q'=1}^{q'=\infty}T'_{q'}\cos q'\zeta' \\ \qquad\qquad +\sum\limits_{q=1}^{q=\infty}\sum\limits_{q'=1}^{q'=\infty}T_q\,T'_{q'}\cos(q'\zeta'\pm q\zeta)\end{array}\right\},$$

$$r^l=a^l\left\{\frac{1}{2}T_0+\sum_{q=1}^{q=\infty}T_q\cos q\zeta\right\},$$

che abbiamo ottenuto con metodo simile al precedente, e dove per brevità abbiamo posto

$$T_q=2\sum_{\beta=0}^{\beta=l+2}\frac{\cos\beta\pi\,.\,\Gamma(l+2)}{\Gamma(l-\beta+2)\,\Gamma(\beta+1)}K(\beta,q)\cdot\left(\frac{e}{2}\right)^{\beta},$$

$$T'_{q'}=2\sum_{\beta'=0}^{\beta'=\infty}\frac{\Gamma(l+\beta')}{\Gamma(l)\,\Gamma(\beta'+1)}K'(\beta',q')\cdot\left(\frac{e'}{2}\right)^{\beta'}.$$

20. Ottenuta l'espressione di $F^{(i)}$ in serie ordinata secondo i coseni degli argomenti $q'\zeta'\pm q\zeta$, occupiamoci ora di quella relativa alla funzione trigonometrica $\cos(p'v'\pm pv+I)$.

Onde porre ciò ad effetto consideriamo la sola

$$\cos(p'v'+pv+I), \tag{26}$$

perchè dalla espressione di essa, cambiando la p in $-p$, si deduce quella della $\cos(p'v'-pv+I)$.

21. Denotando con w ed y la longitudine del perielio, e l'equazione del centro del pianeta m, e con w' ed y' le medesime quantità rispetto al pianeta m', abbiamo

$$v=\zeta+w+y, \quad v'=\zeta'+w'+y'. \tag{27}$$

Posti questi valori nella (26) otteniamo l'equazione

$$\begin{aligned}\cos(p'v'+pv+I)=&\cos(p'\zeta'+p\zeta+p'w'+pw+I)\cos(p'y'+py)\\&-\operatorname{sen}(p'\zeta'+p\zeta+p'w'+pw+I)\operatorname{sen}(p'y'+py),\end{aligned} \tag{28}$$

dalla quale si rileva che lo sviluppo, di cui dobbiamo occuparci, indicando ora in generale con h ed h' due numeri interi, dipende da quello delle due funzioni $\cos(p'y'+py)$, $\operatorname{sen}(p'y'+py)$, svolte in serie l'una secondo i coseni, e l'altra secondo i seni degli argomenti $h'\zeta'\pm h\zeta$.

22. A fin di conseguire lo sviluppo dell'una e dell'altra funzione poniamo

$$\left\{\begin{aligned}&\cos py=\frac{1}{2}M^{(0)}+\sum_{h=1}^{h=\infty}M^{(h)}\cos h\zeta, \quad \operatorname{sen} py=\sum_{h=1}^{h=\infty}N^{(h)}\operatorname{sen} h\zeta,\\&\cos p'y'=\frac{1}{2}M_1^{(0)}+\sum_{h'=1}^{h'=\infty}M_1^{(h')}\cos h'\zeta', \quad \operatorname{sen} p'y'=\sum_{h'=1}^{h'=\infty}N_1^{(h')}\operatorname{sen} h'\zeta',\end{aligned}\right. \tag{29}$$

ed otteniamo per la determinazione de' coefficienti $M^{(h)}$, $N^{(h)}$ le due formole

$$\left\{\begin{aligned}&M^{(h)}=\frac{2}{\pi}\int_0^\pi d\zeta\cos h\zeta\cos py\\&N^{(h)}=\frac{2}{\pi}\int_0^\pi d\zeta\operatorname{sen} h\zeta\operatorname{sen} py,\end{aligned}\right. \tag{30}$$

dalle quali, apponendo un'apice a tutte le quantità da cui esse dipendono, si deducono quelle relative alla determinazione de' coefficienti $M_1^{(h')}$, $N_1^{(h')}$.

23. Avuto riguardo alle relazioni (29), e riflettendo che si ha $N^{(0)}=0$, $N_1^{(0)}=0$ l'espressione in serie della (28) si può mettere sotto la forma semplice

$$\cos(p'v'+pv+I)= \tag{31}$$

$$\frac{1}{4}\sum_{h'=0}^{h'=\infty}\sum_{h=0}^{h'=\infty}(M_1^{(h')}\pm N_1^{(h')})(M^{(h)}\pm N^{(h)})\cos[(p'\pm h')\zeta'+(p\pm h)\zeta+p'w'+pw+I]$$

a condizione che nello svolgere il doppio integrale *sigma* debbano considerarsi come costituenti un solo argomento i due argomenti rappresentati da $(p'\pm h')\zeta'$ quando si fa $h'=0$; e la stessa cosa rispetto ai due argomenti espressi da $(p\pm h)\zeta$ allorchè si pone $h=0$; ed osservando che il doppio segno, da cui trovansi affetti in tali argomenti i numeri h ed h', corrisponde respettivamente al doppio segno, dal quale sono preceduti i coefficienti $N^{(h)}$ ed $N_1^{(h)}$.

24. Per la valutazione de' due integrali definiti (30), richiamiamo dalla teoria del movimento ellittico l'equazione

$$\tan\frac{1}{2}(v-w)=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\cdot\tan\frac{1}{2}u\,,$$

dalla quale, traducendo le funzioni trigonometriche in funzioni esponenziali, e ponendo

$$\xi=\frac{1-\sqrt{1-e^2}}{e}\,,$$

si deduce, esprimendo con l i logaritmi neperiani,

$$v-w=u+\sqrt{-1}\,.\,l\left(\frac{1-\xi c^{u\sqrt{-1}}}{1-\xi c^{-u\sqrt{-1}}}\right).$$

In virtù di questa equazione, e della prima delle (3), il valore di y dedotto dalla prima delle (27) viene espresso in funzione di u mercè l'eguaglianza

$$y = e \operatorname{sen} u + \sqrt{-1} \,.\, \mathrm{l}\left(\frac{1-\xi c^{u\sqrt{-1}}}{1-\xi c^{-u\sqrt{-1}}}\right).$$

Ponendo per semplicità del calcolo

$$\mathrm{l}\left(\frac{1-\xi c^{u\sqrt{-1}}}{1-\xi c^{-u\sqrt{-1}}}\right) = \Phi\,,$$

si ha

$$y = e \operatorname{sen} u + \Phi\sqrt{-1}\,,$$

e quindi

$$(32)\quad \begin{cases} \cos py = \cos(pe \operatorname{sen} u)\cos(p\Phi\sqrt{-1}) - \operatorname{sen}(pe \operatorname{sen} u)\operatorname{sen}(p\Phi\sqrt{-1}) \\ \operatorname{sen} py = \operatorname{sen}(pe \operatorname{sen} u)\cos(p\Phi\sqrt{-1}) + \cos(pe \operatorname{sen} u)\operatorname{sen}(p\Phi\sqrt{-1}). \end{cases}$$

Se si trasformano l'espressioni $\cos(p\Phi\sqrt{-1})$, $\operatorname{sen}(p\Phi\sqrt{-1})$ in funzioni esponenziali, ed indi si sostituisce il valore di Φ in funzione di u, si avranno le due relazioni

$$\cos(p\Phi\sqrt{-1}) = \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1-\xi c^{u\sqrt{-1}}}{1-\xi c^{-u\sqrt{-1}}}\right)^p + \left(\frac{1-\xi c^{-u\sqrt{-1}}}{1-\xi c^{u\sqrt{-1}}}\right)^p\right\},$$

$$\operatorname{sen}(p\Phi\sqrt{-1}) = -\frac{1}{2\sqrt{-1}}\left\{\left(\frac{1-\xi c^{u\sqrt{-1}}}{1-\xi c^{-u\sqrt{-1}}}\right)^p - \left(\frac{1-\xi c^{-u\sqrt{-1}}}{1-\xi c^{u\sqrt{-1}}}\right)^p\right\},$$

che per facilitare l'integrazione e la valutazione delle formole (30) mettiamo sotto la forma

$$\cos(p\Phi\sqrt{-1}) = \frac{\dfrac{(1-\xi c^{u\sqrt{-1}})^{p+1}}{(1-\xi c^{-u\sqrt{-1}})^{p-1}} + \dfrac{(1-\xi c^{-u\sqrt{-1}})^{p+1}}{(1-\xi c^{u\sqrt{-1}})^{p-1}}}{2(1-2\xi\cos u+\xi^2)}\,,$$

$$\operatorname{sen}(p\Phi\sqrt{-1}) = -\frac{\dfrac{(1-\xi c^{u\sqrt{-1}})^{p+1}}{(1-\xi c^{-u\sqrt{-1}})^{p-1}} - \dfrac{(1-\xi c^{-u\sqrt{-1}})^{p+1}}{(1-\xi c^{u\sqrt{-1}})^{p-1}}}{2\sqrt{-1}\,.\,(1-2\xi\cos u+\xi^2)}.$$

Sviluppando i numeratori de' secondi membri di queste due equazioni secondo le potenze delle due esponenziali

$$c^{\mu\sqrt{-1}}, \quad c^{-\mu\sqrt{-1}},$$

traducendo dopo lo sviluppo le potenze di esse in funzioni trigonometriche, ed osservando che l'espressione

$$\frac{1}{1-2\xi\cos u+\xi^2}$$

mediante la sostituzione del valore di ξ in funzione di e si trasforma nella

$$\frac{1+\sqrt{1-e^2}}{2(1-e\cos u)},$$

si ottengono i due risultamenti

$$(33)\quad \begin{cases} \cos(p\Phi\sqrt{-1}) = \dfrac{1+\sqrt{1-e^2}}{2(1-e\cos u)}\cdot\left\{I_p^{(0)} + \sum\limits_{k=1}^{k=\infty}(I_p^{(k)}+L_p^{(k)})\cos ku\right\}, \\ \operatorname{sen}(p\Phi\sqrt{-1}) = -\dfrac{1+\sqrt{1-e^2}}{2(1-e\cos u)}\cdot\sum\limits_{k=1}^{k=\infty}(I_p^{(k)}-L_p^{(k)})\operatorname{sen} ku, \end{cases}$$

ne' quali per semplicità delle formole abbiamo posto

$$(34)\quad I_p^{(k)} = \sum_{\psi=0}^{\psi=p-k+2} \frac{\Gamma(p+\psi-1)\Gamma(p+2)\cos(\psi+k)\pi}{\Gamma(p-1)\Gamma(\psi+1)\Gamma(p-\psi-k+2)\Gamma(\psi+k+1)}\cdot\xi^{k+2\psi},$$

$$(35)\quad L_p^{(k)} = \sum_{\psi=0}^{\psi=p+2} \frac{\Gamma(p+\psi+k-1)\Gamma(p+2)\cos\psi\pi}{\Gamma(p-1)\Gamma(\psi+k+1)\Gamma(p-\psi+2)\Gamma(\psi+1)}\cdot\xi^{k+2\psi}.$$

Sostituite nelle (32) l'espressioni (33), posti i relativi risultamenti nelle (30) di unita al valore di ξ espresso in funzione di u, ed eseguite le opportune riduzioni otteniamo

$$M^{(h)}=\frac{1+\sqrt{1-e^2}}{2\pi}\cdot\left\{\begin{array}{l}\sum\limits_{k=1}^{k=\infty} I_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h+k)u-(h+p)e\operatorname{sen}u]\\ +\sum\limits_{k=0}^{k=\infty} I_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h-k)u-(h-p)e\operatorname{sen}u]\\ +\sum\limits_{k=1}^{k=\infty} L_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h+k)u-(h-p)e\operatorname{sen}u]\\ +\sum\limits_{k=0}^{k=\infty} L_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h-k)u-(h+p)e\operatorname{sen}u]\end{array}\right\},$$

$$N^{(h)}=\frac{1+\sqrt{1-e^2}}{2\pi}\cdot\left\{\begin{array}{l}\sum\limits_{k=1}^{k=\infty} I_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h+k)u-(h+p)e\operatorname{sen}u]\\ -\sum\limits_{k=0}^{k=\infty} I_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h-k)u-(h-p)e\operatorname{sen}u]\\ -\sum\limits_{k=1}^{k=\infty} L_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h+k)u-(h-p)e\operatorname{sen}u]\\ +\sum\limits_{k=0}^{k=\infty} L_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h-k)u-(h+p)e\operatorname{sen}u]\end{array}\right\},$$

ed in conseguenza

$$M^{(h)}+N^{(h)}=\frac{1+\sqrt{1-e^2}}{\pi}\left\{\begin{array}{l}\sum\limits_{k=1}^{k=\infty} I_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h+k)u-(h+p)e\operatorname{sen}u]\\ +\sum\limits_{k=0}^{k=\infty} L_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h-k)u-(h+p)e\operatorname{sen}u]\end{array}\right\},$$

$$M^{(h)}-N^{(h)}=\frac{1+\sqrt{1-e^2}}{\pi}\left\{\begin{array}{l}\sum\limits_{k=1}^{k=\infty} I_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h-k)u-(h-p)e\operatorname{sen}u]\\ +\sum\limits_{k=0}^{k=\infty} L_p^{(k)}\cdot\int_0^{\pi} du\cos[(h+k)u-(h-p)e\operatorname{sen}u]\end{array}\right\}.$$

25. Queste due formole si possono dedurre l'una dall'altra cambiando la p in $-p$, ed osservando che $M^{(h)}$ è funzione pari ed $N^{(h)}$ funzione impari di p, che $I_p^{(0)}=L_p^{(0)}$ e che inoltre si ha $I_{-p}^{(k)}=L_p^{(k)}$, e reciprocamente $L_{-p}^{(k)}=I_p^{(k)}$; per lo che basta effettuare l'integrazione e la valutazione della prima formola, onde poi per mezzo di essa conseguire quella della seconda.

26. Se si pone nella (11) $h+k$ invece di q, ed $h+p$ invece di p, ed indi s'integra da $u=0$ ad $u=\pi$, si ottiene

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\pi du \cos[(h+k)u-(h+p)e\,\mathrm{sen}\,u]=A(h+k,\ h+p).$$

Analogamente se nella stessa formola si pone $h-k$ al posto di q, ed $h+p$ al posto di p, e si effettua l'integrazione tra i medesimi limiti di u, si trova

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\pi du \cos[(h-k)u-(h+p)e\,\mathrm{sen}\,u]=A(k-h,\ h+p)\cos(k-h)\pi$$
$$+A(h-k,\ h+p).$$

In virtù di questi due risultamenti si ottiene l'equazione (*)

$$M^{(h)}+N^{(h)}=(1+\sqrt{1-e^2})\cdot\left\{\begin{array}{l}\sum_{k=1}^{k=\infty} I_p^{(k)}\cdot A(h+k,\ h+p)+\sum_{k=h}^{k=\infty} L_p^{(k)}\cdot A(k-h,\ h+p)\cos(k-h)\pi\\ \qquad\qquad +\sum_{k=0}^{k=h} L_p^{(k)}\cdot A(h-k,\ h+p)\end{array}\right\},$$

nella quale sostituendo invece de' coefficienti $A(h+k,\ h+p)$, $A(k-h,\ h+p)$, $A(h-k,\ h+p)$ i loro respettivi valori dedotti dalla (10), ponendo dopo siffatta sostituzione $\gamma=\omega-k$ nel primo termine, e $\gamma=\omega+h-k$ nel secondo, ed osservando che nel primo di questi due termini i limiti di k permutandosi in 1 ed ω, ai limiti 0 ed ∞ di γ corrispondono

(*) Vedi la mia Memoria citata in nota alla pag. 8.

i limiti 1 ed ∞ di ω, mentre nel secondo termine ai limiti 0 ed ∞ di γ corrispondendo i limiti 0 ed ∞ di ω, i valori di k cominciano dallo zero ed hanno $h+\omega$ per limite superiore, otterremo mercè la riunione del secondo e terzo termine l'espressione

$$(36)\quad M^{(h)}+N^{(h)}=(1+\sqrt{1-e^2})\sum_{\omega=0}^{\omega=\infty}\sum_{k=0}^{k=h+\omega+1}\frac{\cos\omega\pi}{\Gamma(\omega+1)\Gamma(h-k+\omega+1)}\left[\frac{(h+p)e}{2}\right]^{h-k+2\omega}\cdot L_p^{(k)}$$

$$+(1+\sqrt{1-e^2})\sum_{\omega=1}^{\omega=\infty}\sum_{k=1}^{k=\omega+1}\frac{\cos(\omega-k)\pi}{\Gamma(\omega-k+1)\Gamma(\omega+h+1)}\left[\frac{(h+p)e}{2}\right]^{h-k+2\omega}\cdot I_p^{(k)}.$$

Se in questa formola, giusta l'osservazione di sopra indicata, si pone $-p$ invece di p, e si cambia la L in I e reciprocamente, si otterrà l'espressione

$$M^{(h)}-N^{(h)}=(1+\sqrt{1-e^2})\sum_{\omega=0}^{\omega=\infty}\sum_{k=0}^{k=h+\omega+1}\frac{\cos\omega\pi}{\Gamma(\omega+1)\Gamma(h-k+\omega+1)}\left[\frac{(h-p)e}{2}\right]^{h-k+2\omega}\cdot I_p^{(k)}$$

$$+(1+\sqrt{1-e^2})\sum_{\omega=1}^{\omega=\infty}\sum_{k=1}^{k=\omega+1}\frac{\cos(\omega-k)\pi}{\Gamma(\omega-k+1)\Gamma(\omega+h+1)}\left[\frac{(h-p)e}{2}\right]^{h-k+2\omega}\cdot L_p^{(k)}.$$

27. Mediante queste due formole e col soccorso della (34), e della (35) si possono ottenere sino a qualsivoglia potenza dell'eccentricità i valori tanto della somma quanto della differenza de' coefficienti $M^{(h)}$ ed $N^{(h)}$, e quindi anche separatamente quelli di ciascuno di essi. Ma per conseguire tale scopo è sufficiente eseguire soltanto lo sviluppo d'una delle due formole, ed indi eguagliare ad $M^{(h)}$ la parte contenente le potenze pari della p, e ad $N^{(h)}$ quell'altra che contiene le potenze impari di essa. Procedendo in tale modo sulla prima formola, che svolgiamo sino ai termini moltiplicati per la settima potenza di e, otteniamo dopo eseguite tutte le operazioni a tal'uopo abbisognevoli i seguenti risultati:

$$M^{(0)}+N^{(0)}=2\left\{1-4p^2\left(\frac{e}{2}\right)^2+\left(\frac{16p^4-9p^2}{1.2\times1.2}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^4-\left(\frac{64p^6-196p^4+172p^2}{1.2.3\times1.2.3}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^6\right\},$$

$$M^{(1)}+N^{(1)}=2\left\{\begin{array}{l}2p\left(\frac{e}{2}\right)-\left(\frac{8p^3+10p^2+2p}{1\times1.2}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^3\\+\left(\frac{32p^5+80p^4+26p^3-12p^2+10p}{1.2\times1.2.3}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^5\\-\left(\frac{128p^7+480p^6+40p^5-874p^4+494p^3+842p^2-214p}{1.2.3\times1.2.3.4}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^7\end{array}\right\},$$

$$M^{(2)}+N^{(2)}=2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{4p^2+5p}{1.2}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^2-\left(\frac{16p^4+60p^3+64p^2+22p}{1\times1.2.3}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^4\\+\left(\frac{64p^6+400p^5+788p^4+593p^3+314p^2+136p}{1.2\times1.2.3.4}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^6\end{array}\right\},$$

$$M^{(3)}+N^{(3)}=2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{8p^3+30p^2+26p}{1.2.3}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^3\\-\left(\frac{32p^5+240p^4+614p^3+648p^2+258p}{1\times1.2.3.4}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^5\\+\left(\frac{128p^7+1440p^6+5960p^5+11610p^4+12246p^3+8262p^2+2850p}{1.2\times1.2.3.4.5}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^7\end{array}\right\},$$

$$M^{(4)}+N^{(4)}=2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{16p^4+120p^3+283p^2+206p}{1.2.3.4}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^4\\-\left(\frac{64p^6+800p^5+3740p^4+8200p^3+8588p^2+3608p}{1\times1.2.3.4.5}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^6\end{array}\right\},$$

$$M^{(5)}+N^{(5)}=2\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{32p^5+400p^4+1790p^3+3360p^2+2194p}{1.2.3.4.5}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^5\\-\left(\frac{128p^7+2400p^6+17800p^5+66790p^4+134246p^3+138970p^2+59570p}{1\times1.2.3.4.5.6}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^7\end{array}\right\},$$

$$M^{(6)}+N^{(6)}=2\left(\frac{64p^6+1200p^5+8660p^4+29835p^3+48538p^2+29352p}{1.2.3.4.5.6}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^6,$$

$$M^{(7)}+N^{(7)}=2\left(\frac{128p^7+3360p^6+35560p^5+193130p^4+563486p^3+828758p^2+472730p}{1.2.3.4.5.6.7}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^7.$$

28. Da queste formole si deducono, come sopra abbiamo osservato, i seguenti valori dei coefficienti $M^{(h)}$, ed $N^{(h)}$:

$$\frac{1}{2}M^{(0)}=1-4p^2\left(\frac{e}{2}\right)^2+\frac{16p^4-9p^2}{1.2\times1.2}\left(\frac{e}{2}\right)^4-\frac{64p^6-196p^4+172p^2}{1.2.3\times1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^6,$$

$$M^{(1)}=2\left\{-\frac{10p^2}{1\times1.2}\left(\frac{e}{2}\right)^3+\frac{80p^4-12p^2}{1.2\times1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^5-\frac{480p^6-874p^4+842p^2}{1.2.3\times1.2.3.4}\left(\frac{e}{2}\right)^7\right\},$$

$$N^{(1)}=2\left\{2p\left(\frac{e}{2}\right)-\frac{8p^3+2p}{1\times1.2}\left(\frac{e}{2}\right)^3+\frac{32p^5+26p^3+10p}{1.2\times1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^5-\frac{128p^7+40p^5+494p^3-214p}{1.2.3\times1.2.3.4}\left(\frac{e}{2}\right)^7\right\}$$

$$M^{(2)}=2\left\{\frac{4p^2}{1.2}\left(\frac{e}{2}\right)^2-\frac{16p^4+64p^2}{1\times1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^4+\frac{64p^6+788p^4+314p^2}{1.2\times1.2.3.4}\left(\frac{e}{2}\right)^6\right\},$$

$$N^{(2)}=2\left\{\frac{5p}{1.2}\left(\frac{e}{2}\right)^2-\frac{60p^3+22p}{1\times1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^4+\frac{400p^5+593p^3+136p}{1.2\times1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^6\right\},$$

$$M^{(3)}=2\left\{\frac{30p^2}{1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^3-\frac{240p^4+648p^2}{1\times1.2.3.4}\left(\frac{e}{2}\right)^5+\frac{1440p^6+11610p^4+8262p^2}{1.2\times1.2.3.4.5}\left(\frac{e}{2}\right)^7\right\},$$

$$N^{(3)}=2\left\{\frac{8p^3+26p}{1.2.3}\left(\frac{e}{2}\right)^3-\frac{32p^5+614p^3+258p}{1\times1.2.3.4}\left(\frac{e}{2}\right)^5+\frac{128p^7+5960p^5+12246p^3+2850p}{1.2\times1.2.3.4.5}\left(\frac{e}{2}\right)^7\right\},$$

$$M^{(4)}=2\left\{\frac{16p^4+283p^2}{1.2.3.4}\left(\frac{e}{2}\right)^4-\frac{64p^6+3740p^4+8588p^2}{1\times1.2.3.4.5}\left(\frac{e}{2}\right)^6\right\},$$

$$N^{(4)}=2\left\{\frac{120p^3+206p}{1.2.3.4}\left(\frac{e}{2}\right)^4-\frac{800p^5+8200p^3+3608p}{1\times1.2.3.4.5}\left(\frac{e}{2}\right)^6\right\},$$

$$M^{(5)}=2\left\{\frac{400p^4+3360p^2}{1.2.3.4.5}\left(\frac{e}{2}\right)^5-\frac{2400p^6+66790p^4+138970p^2}{1\times1.2.3.4.5.6}\left(\frac{e}{2}\right)^7\right\},$$

$$N^{(5)}=2\left\{\frac{32p^5+1790p^3+2194p}{1.2.3.4.5}\left(\frac{e}{2}\right)^5-\frac{128p^7+17800p^5+134246p^3+59570p}{1\times1.2.3.4.5.6}\left(\frac{e}{2}\right)^7\right\},$$

$$M^{(6)}=2\left\{\frac{64p^6+8660p^4+48538p^2}{1.2.3.4.5.6}\right\}\left(\frac{e}{2}\right)^6,$$

$$N^{(6)}=2\left\{\frac{1200p^5+29835p^3+29352p}{1.2.3.4.5.6}\right\}\left(\frac{e}{2}\right)^6,$$

$$M^{(7)}=2\left\{\frac{3360p^6+193130p^4+828758p^2}{1.2.3.4.5.6.7}\right\}\left(\frac{e}{2}\right)^7,$$

$$N^{(7)}=2\left\{\frac{128p^7+35560p^5+563486p^3+472730p}{1.2.3.4.5.6.7}\right\}\left(\frac{e}{2}\right)^7.$$

29. Se, sostituiti nella (36) l'espressioni di $I_p^{(h)}$ ed $L_p^{(h)}$ rappresentate dalle (34) e (35), ci arrestiamo al primo termine del suo sviluppo, osserveremo che siffatto termine, già contenente la più infima potenza dell'eccentricità, è dell'ordine h rispetto ad essa, e facilmente riducesi alla forma:

$$M^{(h)}+N^{(h)}=\frac{2\left[\frac{e}{2}\right]^h}{\Gamma(h+1)}\cdot\left\{\begin{array}{l}(h+p)^h+h(p-1)(h+p)^{h-1}+\frac{h(h-1)}{1.2}(p-1)p(h+p)^{h-2}\\ +\frac{h(h-1)(h-2)}{1.2.3}(p-1)p(p+1)(h+p)^{h-3}\\ +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ +\frac{h(h-1)\ldots(h-\rho+1)}{1.2.3\ldots\rho}(p-1)p\ldots(p+\rho-2)(h+p)^{h-\rho}\\ +\text{ecc. ecc.}\end{array}\right.$$

ove con ρ abbiamo espresso il numero de' termini a contare dal secondo. Il primo termine di $M^{(h)}-N^{(h)}$ si deduce da quello di $M^{(h)}+N^{(h)}$ ponendo soltanto $-p$ invece di p, come anche dallo stesso si deduce il primo termine tanto di $M^{(h)}$ quanto di $N^{(h)}$ in virtù della su cennata proprietà di questi coefficienti riguardati come funzioni di p. Se nella formola generale qui sopra ottenuta si pone $h=5$ si otterranno i seguenti risultamenti:

$$M^{(5)}+N^{(5)}=2\left(\frac{32p^5+400p^4+1790p^3+3360p^2+2194p}{1.2.3.4.5}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^5,$$

$$M^{(5)}=2\left(\frac{400p^4+3360p^2}{1.2.3.4.5}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^5,$$

$$N^{(5)}=2\left(\frac{32p^5+1790p^3+2194p}{1.2.3.4.5}\right)\left(\frac{e}{2}\right)^5,$$

i quali sono appunto i primi termini delle relative formole del n.° 27, e del numero precedente.

*

30. Tra i coefficienti $M^{(h)}$ come tra quelli rappresentati da $N^{(h)}$ esistono talune relazioni, per mezzo delle quali possono verificarsi facilmente i loro respettivi valori. A fin di conseguire siffatte relazioni poniamo $\zeta=0$ nella prima delle (29); e siccome a questo valore di ζ corrisponde $u=0$, ed $y=0$, così tra i coefficienti $M^{(h)}$ si ha la relazione

$$1=\frac{1}{2}M^{(0)}+M^{(1)}+M^{(2)}+M^{(3)}+M^{(4)}+M^{(5)}+\ldots\ldots,$$

la quale essendo $M^{(2h)}$ funzione pari, ed $M^{(2h-1)}$ funzione dispari di e si spezza nelle due seguenti:

$$\frac{1}{2}M^{(0)}+M^{(2)}+M^{(4)}+M^{(6)}+\ldots=1,$$

$$M^{(1)}+M^{(3)}+M^{(5)}+M^{(7)}+\ldots=0,$$

dalle quali si deduce che, qualunque siasi il valore di p, e di e, nella serie esprimente i coseni dei multipli dell'equazione del centro in funzione dei coseni dei multipli della media anomalia, la somma dei coefficienti dei termini di posto pari riducesi all'unità, e si annulla quella dei coefficienti dei termini di posto impari.

Quanto ai coefficienti $N^{(h)}$ osserviamo che se nella seconda delle (29) si pone $u=0$, si ha $0=0$; ma se prima di eseguire questa sostituzione si prende la derivata di essa rispetto ad u; e si considera altresì che per $u=0$ si ha

$$\frac{d\zeta}{du}=1-e,\quad \frac{dy}{du}=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}-(1-e),$$

si otterrà l'eguaglianza

$$p\left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{(1-e)^2}-1\right)=N^{(1)}+2N^{(2)}+3N^{(3)}+4N^{(4)}+5N^{(5)}+\ldots\ldots,$$

la quale in virtù della proprietà dei coefficienti $N^{(2h)}$ ed $N^{(2h-1)}$, cioè di essere i primi funzioni pari ed i secondi funzioni impari di e, si divide nelle due seguenti:

$$\frac{2pe}{\sqrt{(1-e^2)^3}} = N^{(1)} + 3N^{(3)} + 5N^{(5)} + 7N^{(7)} + \ldots\ldots,$$

$$p\left(\frac{1+e^2}{\sqrt{(1-e^2)^3}} - 1\right) = 2N^{(2)} + 4N^{(4)} + 6N^{(6)} + 8N^{(8)} + \ldots\ldots;$$

donde segue che, qualunque si sia il valore di p e di e, nella serie esprimente i seni dei multipli dell'equazione del centro in funzione dei seni dei multipli dell'anomalia media, moltiplicato ciascun coefficiente pel respettivo indice, la somma di quei prodotti così ottenuti, i quali contengono i coefficienti ad indice impari, ha per risultato

$$\frac{2pe}{\sqrt{(1-e^2)^3}};$$

e la somma di quegli altri, che contengono i coefficienti ad indice pari, eguaglia l'espressione

$$p\left(\frac{1+e^2}{\sqrt{(1-e^2)^3}} - 1\right).$$

Dalle due precedenti equazioni tra i coefficienti $N^{(h)}$ si trae anche la conseguenza, che nel secondo membro tanto dell'una quanto dell'altra tutti i termini contenenti le potenze superiori di p si annullano, rimanendo soltanto quei soli che sono moltiplicati per la prima potenza di essa.

31. Dalla seconda delle (29) si deduce con facilità lo sviluppo in serie dell'equazione del centro, e perciò anche quello della longitudine vera, secondo i seni dei multipli

dell'anomalia media. Difatti prendendo prima la derivata di essa rispetto a p, e facendo poscia $p=0$, si ha

$$y=\sum_{h=1}^{h=\infty}\left(\frac{dN^{(h)}}{dp}\right)_0 \operatorname{sen} h\zeta\,;$$

onde posto $p=0$ nelle derivate prime rispetto a p dei valori dei coefficienti $N^{(h)}$ assegnati nel n.° 28, e sostituendone i risultati in quest'ultima equazione si ottiene, come altronde si conosce,

$$\begin{aligned}
y=&\left\{4\left[\frac{e}{2}\right]-2\left[\frac{e}{2}\right]^3+\frac{5}{3}\left[\frac{e}{2}\right]^5+\frac{107}{36}\left[\frac{e}{2}\right]^7+\ldots\right\}\operatorname{sen}\zeta\\
&+\left\{5\left[\frac{e}{2}\right]^2-\frac{22}{3}\left[\frac{e}{2}\right]^4+\frac{17}{3}\left[\frac{e}{2}\right]^6+\ldots\right\}\operatorname{sen}2\zeta\\
&+\left\{\frac{26}{3}\left[\frac{e}{2}\right]^3-\frac{43}{2}\left[\frac{e}{2}\right]^5+\frac{95}{4}\left[\frac{e}{2}\right]^7-\ldots\right\}\operatorname{sen}3\zeta\\
&+\left\{\frac{103}{6}\left[\frac{e}{2}\right]^4-\frac{902}{15}\left[\frac{e}{2}\right]^6+\ldots\right\}\operatorname{sen}4\zeta\\
&+\left\{\frac{1097}{30}\left[\frac{e}{2}\right]^5-\frac{5957}{36}\left[\frac{e}{2}\right]^7+\ldots\right\}\operatorname{sen}5\zeta\\
&+\left\{\frac{1223}{15}\left[\frac{e}{2}\right]^6-\ldots\right\}\operatorname{sen}6\zeta\\
&+\left\{\frac{47273}{252}\left[\frac{e}{2}\right]^7-\ldots\right\}\operatorname{sen}7\zeta\\
&+\text{ecc. ecc.}
\end{aligned}$$

32. Un altro risultato rimarchevole si ottiene per mezzo dei coefficienti $M^{(h)}$ ed $N^{(h)}$; cioè che nello sviluppo tanto dei coseni quanto dei seni dell'espressione $pv+I$, il primo in funzione dei coseni ed il secondo in funzione dei seni degli argomenti

$$(p+h)\zeta+pw+I,\quad (p-h)\zeta+pw+I,$$

i coefficienti dei termini del primo sono eguali in generale ai coefficienti dei termini del secondo sviluppo. Difatti essendo

$$\cos(pv+I)=\cos(p\zeta+pw+I)\cos py-\operatorname{sen}(p\zeta+pw+I)\operatorname{sen} py,$$

$$\operatorname{sen}(pv+I)=\operatorname{sen}(p\zeta+pw+I)\cos py+\cos(p\zeta+pw+I)\operatorname{sen} py,$$

si ha col soccorso delle prime due formole (29)

$$\cos(pv+I)=\frac{1}{2}M^{(0)}\cos(p\zeta+pw+I)+\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{h=\infty}(M^{(h)}+N^{(h)})\cos[(p+h)\zeta+pw+I]$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{h=\infty}(M^{(h)}-N^{(h)})\cos[(p-h)\zeta+pw+I],$$

$$\operatorname{sen}(pv+I)=\frac{1}{2}M^{(0)}\operatorname{sen}(p\zeta+pw+I)+\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{h=\infty}(M^{(h)}+N^{(h)})\operatorname{sen}[(p+h)\zeta+pw+I]$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{h=\infty}(M^{(h)}-N^{(h)})\operatorname{sen}[(p+h)\zeta+pw+I].$$

Nei casi particolari soltanto, ed allorchè risulta $h>p$, il coefficiente della funzione $\operatorname{sen}[(p-h)\zeta+pw+I]$ si deve prendere sempre con segno contrario a quello della funzione $\cos[(p-h)\zeta+pw+I]$, riducendosi in tali casi la prima alla forma $-\operatorname{sen}[(h-p)\zeta-pw-I]$, e la seconda alla forma $\cos[(h-p)\zeta-pw-I]$.

33. Assegnata l'espressione in serie delle due funzioni $F^{(i)}$, e $\cos(p'v'+pv+I)$, moltiplichiamo tra di loro la (1), la (4), e la (31), e posto per brevità

$$\Psi=p'w'+pw+I,$$

avremo lo sviluppo del termine generale della funzione perturbatrice mediante la formola

$$A^{(i)}F^{(i)}\cos(p'v'+pv+I)=\frac{A^{(i)}\alpha^{i}}{16a'}\times \tag{37}$$

$$\sum_{q=0}^{q=\infty}\sum_{q'=0}^{q'=\infty}\sum_{h=0}^{h=\infty}\sum_{h'=0}^{h'=\infty}E(q,q')(M_1^{(h')}\pm N_1^{(h')})(M^{(h)}\pm N^{(h)})\cos[(p'\pm q'\pm h')\zeta'+(p\pm q\pm h)\zeta+\Psi].$$

34. Per l'applicazione di questa formola ai casi particolari richiamiamo quanto precedentemente abbiamo rilevato riguardo ai segni, e riguardo ai valori di $q=0$, $q'=0$, $h=0$, $h'=0$; donde deriva che quando niuna di queste quattro quantità è uguale a zero, i termini sottoposti al quadruplo integrale *sigma* sono sedici, che per facilitare le calcolazioni stimiamo cosa utile riunire nei seguenti quattro gruppi, composto ciascuno di quattro termini:

$$E(q,q')(M_1^{(h')}+N_1^{(h')})(M^{(h)}+N^{(h)})\left\{\begin{array}{l}\cos[(p'+q'+h')\xi'+(p+q+h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'-q'+h')\xi'+(p-q+h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'+q'+h')\xi'+(p-q+h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'-q'+h')\xi'+(p+q+h)\xi+\Psi]\end{array}\right\}$$

$$+E(q,q')(M_1^{(h')}+N_1^{(h')})(M^{(h)}-N^{(h)})\left\{\begin{array}{l}\cos[(p'+q'+h')\xi'+(p+q-h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'-q'+h')\xi'+(p-q-h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'+q'+h')\xi'+(p-q-h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'-q'+h')\xi'+(p+q-h)\xi+\Psi]\end{array}\right\}$$

$$+E(q,q')(M_1^{(h')}-N_1^{(h')})(M^{(h)}+N^{(h)})\left\{\begin{array}{l}\cos[(p'+q'-h')\xi'+(p+q+h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'-q'-h')\xi'+(p-q+h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'+q'-h')\xi'+(p-q+h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'-q'-h')\xi'+(p+q+h)\xi+\Psi]\end{array}\right\}$$

$$+E(q,q')(M_1^{(h')}-N_1^{(h')})(M^{(h)}-N^{(h)})\left\{\begin{array}{l}\cos[(p'+q'-h')\xi'+(p+q-h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'-q'-h')\xi'+(p-q-h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'+q'-h')\xi'+(p-q-h)\xi+\Psi]\\+\cos[(p'-q'-h')\xi'+(p+q-h)\xi+\Psi]\end{array}\right\}.$$

Da uno qualunque di questi gruppi si possono dedurre tutti gli altri permutando convenevolmente i segni delle

quattro quantità q, q', h, h' contenute nelle funzioni trigonometriche del medesimo gruppo; e richiamando che $N^{(0)}=0$, $N_1^{(0)}=0$, come pure che i coefficienti $N^{(h)}$, ed $N_1^{(h')}$ sono funzioni impari, i primi di h, ed i secondi di h'.

35. Dalla precedente espressione, e da quanto abbiamo per lo innanzi osservato si deduce facilmente che se una soltanto delle quattro quantità q, q', h, h', qualunque essa siasi, è eguale a zero, il quadruplo integrale *sigma* diviene triplo; ed il numero dei termini deve dividersi per due: se delle predette quantità due qualunque di esse sono simultaneamente eguali a zero, l'integrale diviene doppio; ed il numero dei termini deve dividersi per quattro: se delle medesime quantità tre qualunque di esse sono nello stesso tempo eguali a zero, l'integrale diviene semplice; ed il numero dei termini deve dividersi per otto: e finalmente se tutte quattro sono simultaneamente eguali a zero, il numero dei termini deve dividersi per sedici; ed in questo ultimo caso si ha soltanto per risultato

$$\frac{A^{(l)}\alpha^l}{16a'}E(0,0)M^{(0)}M_1^{(0)}\cos(p'\zeta'+p\zeta+\Upsilon).$$

36. Dalla formola (1) si rileva che il coefficiente $A^{(l)}$ contiene come moltiplicatore la funzione $\operatorname{sen}^{2l}\frac{1}{2}\lambda$; si deduce pure dalla (25), e dalla (36) che il più infimo grado dei coefficienti $E(q,q')$, $M^{(h)}\pm N^{(h)}$, $M_1^{(h')}\pm N_1^{(h')}$ rapporto alle due eccentricità e ed e', è respettivamente rappresentato, come abbiamo fatto notare nei n.i 17, e 29 dalle quantità $q+q'$, h, h'; dunque ne segue che il più infimo ordine, rispetto all'inclinazione mutua ed alle eccentricità delle due orbite, relativo ai coefficienti dei termini componenti i quattro gruppi sottoposti nella (37) al quadruplo integrale *sigma*, è rappresentato in generale dall'espressione $2l+q+q'+h+h'$:

e quindi secondo i valori, che si attribuiscono a queste quantità, riesce facile conoscere l'ordine il più infimo del coefficiente relativo all'argomento, che ne risulta, non che quali valori bisognano attribuirsi alle medesime quantità perchè si ottenga il coefficiente del più infimo ordine corrispondente ad un argomento dato.

37. Onde far conoscere l'utilità e l'importanza de' risultamenti, cui siamo pervenuti, ci proponiamo di assegnare il valore della (37) sino alle quinte potenze delle eccentricità inclusivamente a fine di farne poi l'applicazione, specialmente alla determinazione delle formole, che servono al calcolo delle due grandi inegualità prodotte nei medî movimenti di Giove e di Saturno dalla reciproca azione di questi due pianeti.

38. Nel n° 27 abbiamo già conseguito i valori dei coefficienti $M^{(h)} \pm N^{(h)}$ in funzione di p, e di e sino alle settime potenze di quest'ultima quantità; e per dedurre da essi quelli relativi ai coefficienti $M_1^{(h')} \pm N_1^{(h')}$ non bisogna far altro che cambiare la p in p', e la e in e'. Però stimiamo opportuno di osservare che siccome la (34), e la (35), da cui dipende la (36), trovansi ordinate rispetto alle potenze ascendenti di ξ, che è sempre minore di e, così sarebbe più utile ed esatto che lo svolgimento della (36), affinchè non ne discapiti la sua naturale convergenza, fosse effettuato non secondo le potenze della e solamente, ma piuttosto secondo il prodotto e le potenze dell'una e dell'altra quantità, tale quale risulta dietro la sostituzione di $I^{(k)}$ ed $L^{(h)}$ mercè le due formole (34), e (35); come anche per la stessa ragione non svolgere in serie, ma calcolare sotto forma finita come essa è l'espressione $1+\sqrt{1-e^2}$, per la quale sono moltiplicati tutti i termini della (36). Or se ciò non ostante abbiamo effettuato il su cennato sviluppo secondo le potenze di e solamente, lo abbiamo fatto con lo intendimento di rendere

facile il confronto dei risultamenti, che come casi particolari si deducono dalla (37), con alcuni di quelli ottenuti altrimenti da Laplace nella sua celebre Opera, la *Meccanica Celeste*. Intanto perchè nulla manchi per conseguire prontamente lo scopo propostoci abbiamo dedotto dalla (25) i seguenti valori dei coefficienti $E(q,q')$ sino ai termini di cinque dimensioni rispetto alle due eccentricità e, ed e':

$$E(0,0)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{r} 768\,D(0,0)+384\,D(2,0)\,e^2+288\,D(4,0)\,e^4 \\ +384\,D(0,2)e'^2+192\,D(2,2)\,e^2e'^2 \\ +288\,D(0,4)\,e'^4 \end{array}\right\},$$

$$E(1,0)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 384[\,D(0,0)+\,D(1,0)]e+192[D(0,2)+D(1,2)]\,ee'^2 \\ -\ 48[\,D(0,0)+\,D(1,0)-2D(2,0)-\,6D(3,0)]\,e^3 \\ -\ 24[\,D(0,2)+\,D(1,2)-2D(2,2)-\,6D(3,2)]\,e^3e'^2 \\ +144[\,D(0,4)+\,D(1,4)]\,ee'^4 \\ +\ \ 2[\,D(0,0)+\,D(1,0)-4D(2,0)-12D(3,0)+24D(4,0)+120D(5,0)]\,e^5 \end{array}\right\},$$

$$E(0,1)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 384[\,D(0,0)+\,D(0,1)]e'+192[D(2,0)+D(2,1)]\,e^2e' \\ -\ 48[\,D(0,0)+\,D(0,1)-2D(0,2)-\,6D(0,3)]\,e'^3 \\ -\ 24[\,D(2,0)+\,D(2,1)-2D(2,2)-\,6D(2,3)]\,e^2e'^3 \\ +144[\,D(4,0)+\,D(4,1)]\,e^4e' \\ +\ \ 2[\,D(0,0)+\,D(0,1)-4D(0,2)-12D(0,3)+24D(0,4)+120D(0,5)]\,e'^5 \end{array}\right\},$$

$$E(2,0)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 192[2D(0,0)+2D(1,0)+\,D(2,0)]\,e^2 \\ +\ 96[2D(0,2)+2D(1,2)+\,D(2,2)]\,e^2e'^2 \\ -\ 64[2D(0,0)+2D(1,0)-3D(3,0)-3D(4,0)]\,e^4 \end{array}\right\},$$

$$E(1,1)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 192D(1,1)\,ee' \\ +\ 24[\ 2D(2,0)-\ \ D(1,1)+6D(3,0)+2D(2,1)+6D(3,1)]\,e^3e' \\ +\ 24[\ 2D(0,2)-\ \ D(1,1)+6D(0,3)+2D(1,2)+6D(1,3)]\,ee'^3 \end{array}\right\},$$

*

$$E(0,2)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 192[\ 2D(0,0)+\ 2D(0,1)+\ \ D(0,2)]e'^2 \\ +\ 96[\ 2D(2,0)+\ 2D(2,1)+\ \ D(2,2)]e^2e'^2 \\ -\ 64[\ 2D(0,0)+\ 2D(0,1)-\ 3D(0,3)-\ 3D(0,4)]e'^4 \end{array}\right\},$$

$$E(3,0)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 48[\ 9D(0,0)+\ 9D(1,0)+\ 6D(2,0)+\ 2D(3,0)]e^3 \\ +\ 24[\ 9D(0,2)+\ 9D(1,2)+\ 6D(2,2)+\ 2D(3,2)]e^3e'^2 \\ -\ \ 3[81D(0,0)+81D(1,0)+36D(2,0)-36D(3,0)-72D(4,0)-40D(5,0)]e^5 \end{array}\right\},$$

$$E(2,1)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 96[\ \ D(2,0)+\ 2D(1,1)+\ \ D(2,1)]e^2e' \\ -\ 32[\ 2D(1,1)-\ 3D(3,0)-\ 3D(4,0)-3D(3,1)-\ 3D(4,1)]e^4e' \\ -\ 12\left[\begin{array}{l} D(2,0)+\ 2D(1,1)-\ 4D(0,2)+\ \ D(2,1)-4D(1,2) \\ \qquad -12D(0,3)-\ 2D(2,2)-12D(1,3)-6D(2,3) \end{array}\right]e^2e'^3 \end{array}\right\},$$

$$E(1,2)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 96[\ \ D(0,2)+\ 2D(1,1)+\ \ D(1,2)]ee'^2 \\ -\ 32[\ 2D(1,1)-\ 3D(0,3)-\ 3D(0,4)-\ 3D(1,3)-3D(1,4)]ee'^4 \\ -\ 12\left[\begin{array}{l} D(0,2)+\ 2D(1,1)-\ 4D(2,0)+\ \ D(1,2)-4D(2,1) \\ \qquad -12D(3,0)-\ 2D(2,2)-12D(3,1)-6D(3,2) \end{array}\right]e^3e'^2 \end{array}\right\},$$

$$E(0,3)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l} 48[\ 9D(0,0)+\ 9D(0,1)+\ 6D(0,2)+\ 2D(0,3)]e'^3 \\ +\ 24[\ 9D(2,0)+\ 9D(2,1)+\ 6D(2,2)+\ 2D(2,3)]e^2e'^3 \\ -\ \ 3[81D(0,0)+81D(0,1)+36D(0,2)-36D(0,3)-72D(0,4)-40D(0,5)]e'^5 \end{array}\right\},$$

$$E(4,0)=\frac{4}{768}\left\{512D(0,0)+512D(1,0)+384D(2,0)+192D(3,0)+\ 48D(4,0)\right\}e^4,$$

$$E(3,1)=\frac{4}{768}\left\{144D(2,0)+216D(1,1)+\ 48D(3,0)+144D(2,1)+\ 48D(3,1)\right\}e^3e',$$

$$E(2,2)=\frac{4}{768}\left\{\ 96D(2,0)+192D(1,1)+\ 96D(0,2)+\ 96D(2,1)+\ 96D(1,2)+48D(2,2)\right\}e^2e'^2,$$

$$E(1,3)=\frac{4}{768}\left\{144D(0,2)+216D(1,1)+\ 48D(0,3)+144D(1,2)+\ 48D(1,3)\right\}ee'^3,$$

$$E(0,4)=\frac{4}{768}\left\{512D(0,0)+512D(0,1)+384D(0,2)+192D(0,3)+48D(0,4)\right\}e'^4,$$

$$E(5,0)=\frac{4}{768}\left\{625D(0,0)+625D(1,0)+500D(2,0)+300D(3,0)+120D(4,0)+24D(5,0)\right\}e^5,$$

$$E(4,1)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l}192D(2,0)+256D(1,1)+96D(3,0)+192D(2,1)\\ \qquad\qquad+24D(4,0)+96D(3,1)+24D(4,1)\end{array}\right\}e^4e',$$

$$E(3,2)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l}144D(2,0)+216D(1,1)+108D(0,2)+48D(3,0)+144D(2,1)\\ \qquad\qquad+108D(1,2)+72D(2,2)+48D(3,1)+24D(3,2)\end{array}\right\}e^3e'^2,$$

$$E(2,3)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l}144D(0,2)+216D(1,1)+108D(2,0)+48D(0,3)+144D(1,2)\\ \qquad\qquad+108D(2,1)+72D(2,2)+48D(1,3)+24D(2,3)\end{array}\right\}e^2e'^3,$$

$$E(1,4)=\frac{4}{768}\left\{\begin{array}{l}192D(0,2)+256D(1,1)+96D(0,3)+192D(1,2)\\ \qquad\qquad+24D(0,4)+96D(1,3)+24D(1,4)\end{array}\right\}ee'^4,$$

$$E(0,5)=\frac{4}{768}\left\{625D(0,0)+625D(0,1)+500D(0,2)+300D(0,3)+120D(0,4)+24D(0,5)\right\}e'^5.$$

39. Quantunque in conformità di quanto abbiamo osservato nel n.° 16 avremmo potuto dedurre respettivamente i valori dei coefficienti

$$E(0,1),\ E(0,2),\ E(1,2),\ E(0,3),\ E(1,3),\ E(0,4),\ E(2,3),\ E(1,4),\ E(0,5)$$

da quelli dei coefficienti

$$E(1,0),\ E(2,0),\ E(2,1),\ E(3,0),\ E(3,1),\ E(4,0),\ E(3,2),\ E(4,1),\ E(5,0),$$

o pure quest'ultimi dai primi; tuttavia abbiamo giudicato convenevole di assegnare direttamente tanto gli uni quanto gli altri per sottoporli tutti assieme all'equazione di condizione del n.° 18, cui devono soddisfare. Laonde si è in seguito di avere per questa via verificata la loro esattezza.

e dopo di avere anche la stessa cosa eseguito rispetto ai valori, già precedentemente assegnati, dei coefficienti $M^{(h)}$ ed $N^{(h)}$, i quali soddisfano parimente alle loro respettive equazioni di condizione del n.° 30, che ora ci accingiamo ad assegnare l'espressione del termine generale della funzione perturbatrice sino ai termini dipendenti dai prodotti di cinque dimensioni delle eccentricità per il fattore di $2l$ dimensioni della inclinazione delle orbite. Però a fin di conformarci alla notazione della *Meccanica Celeste* denotiamo con $nt+\varepsilon$ la longitudine media del pianeta m riferita al piano dell'orbita, fissando l'origine del tempo t ad un istante qualunque; denotiamo analogamente con $n't+\varepsilon'$ la longitudine media del pianeta m'; ed avremo

$$\zeta=nt+\varepsilon-w\,,\quad \zeta'=n't+\varepsilon'-w'.$$

Ponendo questi valori nella (37) di unita a quello di

$$\Psi=p'w'+pw+I,$$

e limitando lo sviluppo del quadruplo integrale *sigma* sino ai prodotti ed alle potenze di quinto grado delle eccentricità inclusivamente, otterremo l'espressione del termine generale della funzione perturbatrice mediante la seguente formola:

$$A^{(h)}F^{(h)}\cos(p'v'+pv+I)=$$

$$\frac{A^{(h)}\alpha^{l}}{16a'}\left\{\begin{array}{l}
F(p',p)\ .\ \cos[p'n't+pnt+p'\varepsilon'+p\varepsilon+I]\\
+F(p'+1,p)\cos[(p'+1)n't+pnt+(p'+1)\varepsilon'+p\varepsilon-w'+I]\\
+F(p'-1,p)\cos[(p'-1)n't+pnt+(p'-1)\varepsilon'+p\varepsilon+w'+I]\\
+F(p',p+1)\cos[p'n't+(p+1)nt+p'\varepsilon'+(p+1)\varepsilon-w+I]\\
+F(p',p-1)\cos[p'n't+(p-1)nt+p'\varepsilon'+(p-1)\varepsilon+w+I]\\
+F(p'+2,p)\cos[(p'+2)nt+pnt+(p'+2)\varepsilon'+p\varepsilon-2w'+I]\\
+F(p'-2,p)\cos[(p'-2)n't+pnt+(p'-2)\varepsilon'+p\varepsilon+2w'+I
\end{array}\right\}$$

$$
+\frac{A^{(1)}\alpha^l}{16a'}\left\{\begin{array}{l}
+F(p'+1,\ p+1)\cos[(p'+1)n't+(p+1)nt+(p'+1)\varepsilon'+(p+1)\varepsilon-w'-w+I] \\
+F(p'+1,\ p-1)\cos[(p'+1)n't+(p-1)nt+(p'+1)\varepsilon'+(p-1)\varepsilon-w'+w+I] \\
+F(p'-1,\ p+1)\cos[(p'-1)n't+(p+1)nt+(p'-1)\varepsilon'+(p+1)\varepsilon+w'-w+I] \\
+F(p'-1,\ p-1)\cos[(p'-1)n't+(p-1)nt+(p'-1)\varepsilon'+(p-1)\varepsilon+w'+w+I] \\
+F(p',\ p+2)\ .\ \cos[p'n't+(p+2)nt+p'\varepsilon'+(p+2)\varepsilon-2w+I] \\
+F(p',\ p-2)\ .\ \cos[p'n't+(p-2)nt+p'\varepsilon'+(p-2)\varepsilon+2w+I] \\
+F(p'+3,\ p)\ .\ \cos[(p'+3)n't+pnt+(p'+3)\varepsilon'+p\varepsilon-3w'+I] \\
+F(p'-3,\ p)\ .\ \cos[(p'-3)n't+pnt+(p'-3)\varepsilon'+p\varepsilon+3w'+I] \\
+F(p'+2,\ p+1)\cos[(p'+2)n't+(p+1)nt+(p'+2)\varepsilon'+(p+1)\varepsilon-2w'-w+I] \\
+F(p'+2,\ p-1)\cos[(p'+2)n't+(p-1)nt+(p'+2)\varepsilon'+(p-1)\varepsilon-2w'+w+I] \\
+F(p'-2,\ p+1)\cos[(p'-2)n't+(p+1)nt+(p'-2)\varepsilon'+(p+1)\varepsilon+2w'-w+I] \\
+F(p'-2,\ p-1)\cos[(p'-2)n't+(p-1)nt+(p'-2)\varepsilon'+(p-1)\varepsilon+2w'+w+I] \\
+F(p'+1,\ p+2)\cos[(p'+1)n't+(p+2)nt+(p'+1)\varepsilon'+(p+2)\varepsilon-w'-2w+I] \\
+F(p'+1,\ p-2)\cos[(p'+1)n't+(p-2)nt+(p'+1)\varepsilon'+(p-2)\varepsilon-w'+2w+I] \\
+F(p'-1,\ p+2)\cos[(p'-1)n't+(p+2)nt+(p'-1)\varepsilon'+(p+2)\varepsilon+w'-2w+I] \\
+F(p'-1,\ p-2)\cos[(p'-1)n't+(p-2)nt+(p'-1)\varepsilon'+(p-2)\varepsilon+w'+2w+I] \\
+F(p',\ p+3)\ .\ \cos[p'n't+(p+3)nt+p'\varepsilon'+(p+3)nt-3w+I] \\
+F(p',\ p-3)\ .\ \cos[p'n't+(p-3)nt+p'\varepsilon'+(p-3)nt+3w+I] \\
+F(p'+4,\ p)\ .\ \cos[(p'+4)n't+pnt+(p'+4)\varepsilon'+p\varepsilon-4w'+I] \\
+F(p'-4,\ p)\ .\ \cos[(p'-4)n't+pnt+(p'-4)\varepsilon'+p\varepsilon+4w'+I] \\
+F(p'+3,\ p+1)\cos[(p'+3)n't+(p+1)nt+(p'+3)\varepsilon'+(p+1)\varepsilon-3w'-w+I] \\
+F(p'+3,\ p-1)\cos[(p'+3)n't+(p-1)nt+(p'+3)\varepsilon'+(p-1)\varepsilon-3w'+w+I] \\
+F(p'-3,\ p+1)\cos[(p'-3)n't+(p+1)nt+(p'-3)\varepsilon'+(p+1)\varepsilon+3w'-w+I] \\
+F(p'-3,\ p-1)\cos[(p'-3)n't+(p-1)nt+(p'-3)\varepsilon'+(p-1)\varepsilon+3w'+w+I]
\end{array}\right\}
$$

$$
+\frac{A^{(l)}\alpha^l}{16a'}\left\{\begin{array}{l}
+F(p'+2,\ p+2)\cos[(p'+2)n't+(p+2)nt+(p'+2)\varepsilon'+(p+2)\varepsilon-2w'-2w+I] \\
+F(p'+2,\ p-2)\cos[(p'+2)n't+(p-2)nt+(p'+2)\varepsilon'+(p-2)\varepsilon-2w'+2w+I] \\
+F(p'-2,\ p+2)\cos[(p'-2)n't+(p+2)nt+(p'-2)\varepsilon'+(p+2)\varepsilon+2w'-2w+I] \\
+F(p'-2,\ p-2)\cos[(p'-2)n't+(p-2)nt+(p'-2)\varepsilon'+(p-2)\varepsilon+2w'+2w+I] \\
+F(p'+1,\ p+3)\cos[(p'+1)n't+(p+3)nt+(p'+1)\varepsilon'+(p+3)\varepsilon-w'-3w+I] \\
+F(p'+1,\ p-3)\cos[(p'+1)n't+(p-3)nt+(p'+1)\varepsilon'+(p-3)\varepsilon-w'+3w+I] \\
+F(p'-1,\ p+3)\cos[(p'-1)n't+(p+3)nt+(p'-1)\varepsilon'+(p+3)\varepsilon+w'-3w+I] \\
+F(p'-1,\ p-3)\cos[(p'-1)n't+(p-3)nt+(p'-1)\varepsilon'+(p-3)\varepsilon+w'+3w+I] \\
+F(p',\ p+4)\ .\ \cos[p'n't+(p+4)nt+p'\varepsilon'+(p+4)\varepsilon-4w+I] \\
+F(p',\ p-4)\ .\ \cos[p'n't+(p-4)nt+p'\varepsilon'+(p-4)\varepsilon+4w+I] \\
+F(p'+5,\ p)\ .\ \cos[(p'+5)n't+pnt+(p'+5)\varepsilon'+p\varepsilon-5w'+I] \\
+F(p'-5,\ p)\ .\ \cos[(p'-5)n't+pnt+(p'-5)\varepsilon'+p\varepsilon+5w'+I] \\
+F(p'+4,\ p+1)\cos[(p'+4)n't+(p+1)nt+(p'+4)\varepsilon'+(p+1)\varepsilon-4w'-w+I] \\
+F(p'+4,\ p-1)\cos[(p'+4)n't+(p-1)nt+(p'+4)\varepsilon'+(p-1)\varepsilon-4w'+w+I] \\
+F(p'-4,\ p+1)\cos[(p'-4)n't+(p+1)nt+(p'-4)\varepsilon'+(p+1)\varepsilon+4w'-w+I] \\
+F(p'-4,\ p-1)\cos[(p'-4)n't+(p-1)nt+(p'-4)\varepsilon'+(p-1)\varepsilon+4w'+w+I] \\
+F(p'+3,\ p+2)\cos[(p'+3)n't+(p+2)nt+(p'+3)\varepsilon'+(p+2)\varepsilon-3w'-2w+I] \\
+F(p'+3,\ p-2)\cos[(p'+3)n't+(p-2)nt+(p'+3)\varepsilon'+(p-2)\varepsilon-3w'+2w+I] \\
+F(p'-3,\ p+2)\cos[(p'-3)n't+(p+2)nt+(p'-3)\varepsilon'+(p+2)\varepsilon+3w'-2w+I] \\
+F(p'-3,\ p-2)\cos[(p'-3)n't+(p-2)nt+(p'-3)\varepsilon'+(p-2)\varepsilon+3w'+2w+I] \\
+F(p'+2,\ p+3)\cos[(p'+2)n't+(p+3)nt+(p'+2)\varepsilon'+(p+3)\varepsilon-2w'-3w+I] \\
+F(p'+2,\ p-3)\cos[(p'+2)n't+(p-3)nt+(p'+2)\varepsilon'+(p-3)\varepsilon-2w'+3w+I] \\
+F(p'-2,\ p+3)\cos[(p'-2)n't+(p+3)nt+(p'-2)\varepsilon'+(p+3)\varepsilon+2w'-3w+I] \\
+F(p'-2,\ p-3)\cos[(p'-2)n't+(p-3)nt+(p'-2)\varepsilon'+(p-3)\varepsilon+2w'+3w+I]
\end{array}\right\}
$$

$$+\frac{A^{(i)}\alpha'}{16a'}\left\{\begin{array}{l}
+F(p'+1,\ p+4)\cos[(p'+1)n't+(p+4)nt+(p'+1)\varepsilon'+(p+4)\varepsilon-\varpi'-4\varpi+I]\\
+F(p'+1,\ p-4)\cos[(p'+1)n't+(p-4)nt+(p'+1)\varepsilon'+(p-4)\varepsilon-\varpi'+4\varpi+I]\\
+F(p'-1,\ p+4)\cos[(p'-1)n't+(p+4)nt+(p'-1)\varepsilon'+(p+4)\varepsilon+\varpi'-4\varpi+I]\\
+F(p'-1,\ p-4)\cos[(p'-1)n't+(p-4)nt+(p'-1)\varepsilon'+(p-4)\varepsilon+\varpi'+4\varpi+I]\\
+F(p',\ p+5)\ .\ \cos[p'n't+(p+5)nt+p'\varepsilon'+(p+5)\varepsilon-5\varpi+I]\\
+F(p',\ p-5)\ .\ \cos[p'n't+(p-5)nt+p'\varepsilon'+(p-5)\varepsilon+5\varpi+I].
\end{array}\right\}$$

40. Nella precedente espressione del termine generale della funzione perturbatrice abbiamo indicato i coefficienti dei suoi termini con la notazione $F(p'\pm k',\ p\pm k)$, corrispondentemente a quelli delle longitudini medie dei due pianeti; affinchè secondo la composizione delle formole, da cui essi derivano, si rendesse agevole rilevare, che la somma delle due quantità k', e k esprime il numero delle dimensioni delle eccentricità, per le quali trovasi moltiplicato il primo termine dei loro respettivi valori. Nella formazione poi di questi valori abbiamo conservato, come qui appresso si osserva, le quantità $D(\beta',\ \beta)$ non solo per mantenere la simmetria dei coefficienti, che appartengono agli argomenti fra di loro simili, e che si deducono gli uni dagli altri mercè la permutazione soltanto ora dei segni ed ora delle quantità, da cui dipendono; ma benanco per non rendere molto complicata la loro rappresentanza analitica, potendosi le quantità $D(\beta',\beta)$, mediante le tavole che abbiamo appositamente costruito, tradurre agevolmente in funzione delle quantità $b_s^{(i)}$ e delle successive derivate di esse rispetto ad α, allorchè si viene alla determinazione dei casi particolari. In virtù di quanto veniamo di esporre, stimiamo convenevole esprimere i predetti coefficienti come segue:

$$
\begin{aligned}
F(p',p) = \quad & 16D(0,0) - 8[2p'^2 D(0,0) - D(0,2)]\,e'^2 - 8[2p^2 D(0,0) - D(2,0)]\,e^2 \\
& + \left[\frac{1}{4}p'^2(16p'^2-17)D(0,0) - 2p'^2 D(0,1) - 4p'^2 D(0,2) + 6D(0,4)\right] e'^4 \\
& + [16p^2p'^2 D(0,0) - 8p'^2 D(2,0) - 8p^2 D(0,2) + 4D(2,2)]\,e^2e'^2 \\
& + \left[\frac{1}{4}p^2(16p^2-17)D(0,0) - 2p^2 D(1,0) - 4p^2 D(2,0) + 6D(4,0)\right] e^4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(p'+1,p) = \quad & 8[(2p'+1)D(0,0) + D(0,1)]\,e' \\
& - \left\{\begin{array}{l}(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(0,0) + (4p'^2+3p'+1)D(0,1) \\ -2(2p'+1)D(0,2) - 6D(0,3)\end{array}\right\} e'^3 \\
& - [8p^2(2p'+1)D(0,0) + 8p^2 D(0,1) - 4(2p'+1)D(2,0) - 4D(2,1)]\,e^2e' \\
& + \left\{\begin{array}{l}\frac{1}{24}(32p'^5+96p'^4+34p'^3-47p'^2+8p'+1)D(0,0) \\ + \frac{1}{24}(16p'^4+8p'^3-35p'^2-2p'+1)D(0,1) - \frac{1}{6}(8p'^3+18p'^2+5p'+1)D(0,2) \\ - \frac{1}{2}(4p'^2+3p'+1)D(0,3) + (2p'+1)D(0,4) + 5D(0,5)\end{array}\right\} e'^5 \\
& + \left\{\begin{array}{l}p^2(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(0,0) + p^2(4p'^2+3p'+1)D(0,1) \\ -2p^2(2p'+1)D(0,2) - \frac{1}{2}(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(2,0) \\ -6p^2 D(0,3) - \frac{1}{2}(4p'^2+3p'+1)D(2,1) + (2p'+1)D(2,2) + 3D(2,3)\end{array}\right\} e^2e'^3 \\
& + \left\{\begin{array}{l}\frac{1}{8}p^2(2p'+1)(16p^2-17)D(0,0) - p^2(2p'+1)D(1,0) + \frac{1}{8}p^2(16p^2-17)D(0,1) \\ -2p^2(2p'+1)D(2,0) - p^2 D(1,1) - 2p^2 D(2,1) + 3(2p'+1)D(4,0) + 3D(4,1)\end{array}\right\} e^4e'
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(p'-1,p) = \quad & -8[(2p'-1)D(0,0) - D(0,1)]\,e' \\
& + \left\{\begin{array}{l}(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(0,0) - (4p'^2-3p'+1)D(0,1) \\ -2(2p'-1)D(0,2) + 6D(0,3)\end{array}\right\} e'^3 \\
& + [8p^2(2p'-1)D(0,0) - 8p^2)D(0,1) - 4(2p'-1)D(2,0) + 4D(2,1)]\,e^2e'
\end{aligned}
$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{24}(32p'^5-96p'^4+34p'^3+47p'^2+8p'-1)D(0,0)\\+\frac{1}{24}(16p'^4-8p'^3-35p'^2+2p'+1)D(0,1)+\frac{1}{6}(8p'^3-18p'^2+5p'-1)D(0,2)\\-\frac{1}{2}(4p'^2-3p'+1)D(0,3)-(2p'-1)D(0,4)+5D(0,5)\end{array}\right\}e'^5$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-p^2(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(0,0)+p^2(4p'^2-3p'+1)D(0,1)\\+2p^2(2p'-1)D(0,2)+\frac{1}{2}(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(2,0)\\-6p^2D(0,3)-\frac{1}{2}(4p'^2-3p'+1)D(2,1)-(2p'-1)D(2,2)+3D(2,3)\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{8}p^2(2p'-1)(16p^2-17)D(0,0)+p^2(2p'-1)D(1,0)+\frac{1}{8}p^2(16p^2-17)D(0,1)\\+2p^2(2p'-1)D(2,0)-p^2D(1,1)-2p^2D(2,1)-3(2p'-1)D(4,0)+3D(4,1)\end{array}\right\}e^4e'$$

$$\begin{aligned}F(p',p+1)=\quad & 8[(2p+1)D(0,0)+D(1,0)]e\\ -[\quad & (8p^3+14p^2+5p+1)D(0,0)+(4p^2+3p+1)D(1,0)-2(2p+1)D(2,0)-6D(3,0)]e^3\\ -[\quad & 8p'^2(2p+1)D(0,0)+8p'^2D(1,0)-4(2p+1)D(0,2)-4D(1,2)]ee'^2\end{aligned}$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{24}(32p^5+96p^4+34p^3-47p^2+8p+1)D(0,0)\\+\frac{1}{24}(16p^4+8p^3-35p^2-2p+1)D(1,0)-\frac{1}{6}(8p^3+18p^2+5p+1)D(2,0)\\-\frac{1}{2}(4p^2+3p+1)D(3,0)+(2p+1)D(4,0)+5D(5,0)\end{array}\right\}e^5$$

$$+\left\{\begin{array}{l}p'^2(8p^3+14p^2+5p+1)D(0,0)+p'^2(4p^2+3p+1)D(1,0)\\-2p'^2(2p+1)D(2,0)-\frac{1}{2}(8p^3+14p^2+5p+1)D(0,2)\\-6p'^2D(3,0)-\frac{1}{2}(4p^2+3p+1)D(1,2)+(2p+1)D(2,2)+3D(3,2)\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{8}p'^2(2p+1)(16p'^2-17)D(0,0)-p'^2(2p+1)D(0,1)+\frac{1}{8}p'^2(16p'^2-17)D(1,0)\\-2p'^2(2p+1)D(0,2)-p'^2D(1,1)-2p'^2D(1,2)+3(2p+1)D(0,4)+3D(1,4)\end{array}\right\}ee'^4$$

$$
\begin{aligned}
F(p',p-1)= & -8[(2p-1)D(0,0)-D(1,0)]e \\
& +[\ (8p^3-14p^2+5p-1)D(0,0)-(4p^2-3p+1)D(1,0)-2(2p-1)D(2,0)+6D(3,0)]e^3 \\
& +[\ 8p'^2(2p-1)D(0,0)-8p'^2D(1,0)-4(2p-1)D(0,2)+4D(1,2)]ee'^2 \\
& +\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{24}(32p^5-96p^4+34p^3+47p^2+8p-1)D(0,0) \\ +\frac{1}{24}(16p^4-8p^3-35p^2+2p+1)D(1,0)+\frac{1}{6}(8p^3-18p^2+5p-1)D(2,0) \\ -\frac{1}{2}(4p^2-3p+1)D(3,0)-(2p-1)D(4,0)+5D(5,0) \end{array}\right\}e^5 \\
& +\left\{\begin{array}{l} -p'^2(8p^3-14p^2+5p-1)D(0,0)+p'^2(4p^2-3p+1)D(1,0) \\ +2p'^2(2p-1)D(2,0)+\frac{1}{2}(8p^3-14p^2+5p-1)D(0,2) \\ -6p'^2D(3,0)-\frac{1}{2}(4p^2-3p+1)D(1,2)-(2p-1)D(2,2)+3D(3,2) \end{array}\right\}e^3e'^2 \\
& +\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{8}p'^2(2p-1)(16p'^2-17)D(0,0)+p'^2(2p-1)D(0,1)+\frac{1}{8}p'^2(16p'^2-17)D(1,0) \\ +2p'^2(2p-1)D(0,2)-p'^2D(1,1)-2p'^2D(1,2)-3(2p-1)D(0,4)+3D(1,4) \end{array}\right\}ee'^4 \\
F(p'+2,p)= & [\ 2(4p'^2+9p'+4)D(0,0)+8(p'+1)D(0,1)+4D(0,2)]e'^2 \\
& +\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{3}(8p'^4+38p'^3+56p'^2+31p'+8)D(0,0) \\ -\frac{1}{3}(8p'^3+24p'^2+20p'+8)D(0,1)+p'D(0,2)+4(p'+1)D(0,3)+4D(0,4) \end{array}\right\}e'^4 \\
& +\left\{\begin{array}{l} -2p^2(4p'^2+9p'+4)D(0,0)-8p^2(p'+1)D(0,1)-4p^2D(0,2) \\ +(4p'^2+9p'+4)D(2,0)+4(p'+1)D(2,1)+2D(2,2) \end{array}\right\}e^2e'^2 \\
F(p'-2,p)= & [\ 2(4p'^2-9p'+4)D(0,0)-8(p'-1)D(0,1)+4D(0,2)]e'^2 \\
& +\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{3}(8p'^4-38p'^3+56p'^2-31p'+8)D(0,0) \\ +\frac{1}{3}(8p'^3-24p'^2+20p'-8)D(0,1)-p'D(0,2)-4(p'-1)D(0,3)+4D(0,4) \end{array}\right\}e'^4 \\
& +\left\{\begin{array}{l} -2p^2(4p'^2-9p'+4)D(0,0)+8p^2(p'-1)D(0,1)-4p^2D(0,2) \\ +(4p'^2-9p'+4)D(2,0)-4(p'-1)D(2,1)+2D(2,2) \end{array}\right\}e^2e'^2
\end{aligned}
$$

$$F(p'+1,p+1)=4[(4pp'+2p+2p')D(0,0)+2p'D(1,0)+2pD(0,1)+D(1,1)]ee'$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-[p(8p'^3+14p'^2+5p'+1)+p'(4p'^2+5p'+1)]D(0,0)\\ -p'(4p'^2+5p'+1)D(1,0)-p(4p'^2+3p'+1)D(0,1)\\ +(2p'+1)(2p+1)D(0,2)-\frac{1}{2}(4p'^2+3p'+1)D(1,1)\\ +3(2p+1)D(0,3)+(2p'+1)D(1,2)+3D(1,3)\end{array}\right\}ee'^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-[p'(8p^3+14p^2+5p+1)+p(4p^2+5p+1)]D(0,0)\\ -p(4p^2+5p+1)D(0,1)-p'(4p^2+3p+1)D(1,0)\\ +(2p'+1)(2p+1)D(2,0)-\frac{1}{2}(4p^2+3p+1)D(1,1)\\ +3(2p'+1)D(3,0)+(2p+1)D(2,1)+3D(3,1)\end{array}\right\}e^3e'$$

$$F(p'+1,p-1)=4[-(4pp'+2p-2p')D(0,0)+2p'D(1,0)-2pD(0,1)+D(1,1)]ee'$$

$$+\left\{\begin{array}{l}[p(8p'^3+14p'^2+5p'+1)-p'(4p'^2+5p'+1)]D(0,0)\\ -p'(4p'^2+5p'+1)D(1,0)+p(4p'^2+3p'+1)D(0,1)\\ -(2p'+1)(2p-1)D(0,2)-\frac{1}{2}(4p'^2+3p'+1)D(1,1)\\ -3(2p-1)D(0,3)+(2p'+1)D(1,2)+3D(1,3)\end{array}\right\}ee'^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}[p'(8p^3-14p^2+5p-1)+p(4p^2-5p+1)]D(0,0)\\ +p(4p^2-5p+1)D(0,1)-p'(4p^2-3p+1)D(1,0)\\ -(2p'+1)(2p-1)D(2,0)-\frac{1}{2}(4p^2-3p+1)D(1,1)\\ +3(2p'+1)D(3,0)-(2p-1)D(2,1)+3D(3,1)\end{array}\right\}e^3e'$$

$$F(p'-1,p+1)=4[-(4pp'-2p+2p')D(0,0)-2p'D(1,0)+2pD(0,1)+D(1,1)]ee'$$

$$+\left\{\begin{array}{l}[p(8p'^3-14p'^2+5p'-1)+p'(4p'^2-5p'+1)]D(0,0)\\ +p'(4p'^2-5p'+1)D(1,0)-p(4p'^2-3p'+1)D(0,1)\\ -(2p'-1)(2p+1)D(0,2)-\frac{1}{2}(4p'^2-3p'+1)D(1,1)\\ +3(2p+1)D(0,3)-(2p'-1)D(1,2)+3D(1,3)\end{array}\right\}ee'^3$$

$$
\begin{aligned}
&[p'(8p^3+14p^2+5p+1)-p(4p^2+5p+1)]D(0,0)\\
+&\left\{\begin{array}{l}-p(4p^2+5p+1)D(0,1)+p'(4p^2+3p+1)D(1,0)\\ -(2p'-1)(2p+1)D(2,0)-\frac{1}{2}(4p^2+3p+1)D(1,1)\end{array}\right\}e^3e'\\
&-3(2p'-1)D(3,0)+(2p+1)D(2,1)+3D(3,1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(p'-1,p-1=&4[(4pp'-2p-2p')D(0,0)-2p'D(1,0)-2pD(0,1)+D(1,1)]ee'\\
&[-p(8p'^3-14p'^2+5p'-1)+p'(4p'^2-5p'+1)]D(0,0)\\
+&\left\{\begin{array}{l}+p'(4p'^2-5p'+1)D(1,0)+p(4p'^2-3p'+1)D(0,1)\\ +(2p'-1)(2p-1)D(0,2)-\frac{1}{2}(4p'^2-3p'+1)D(1,1)\end{array}\right\}ee'^3\\
&-3(2p-1)D(0,3)-(2p'-1)D(1,2)+3D(1,3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&[-p'(8p^3-14p^2+5p-1)+p(4p^2-5p+1)]D(0,0)\\
+&\left\{\begin{array}{l}+p(4p^2-5p+1)D(0,1)+p'(4p^2-3p+1)D(1,0)\\ +(2p'-1)(2p-1)D(2,0)-\frac{1}{2}(4p^2-3p+1)D(1,1)\end{array}\right\}e^3e'\\
&-3(2p'-1)D(3,0)-(2p-1)D(2,1)+3D(3,1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(p',p+2)=&[\quad 2(4p^2+9p+4)D(0,0)+8(p+1)D(1,0)+4D(2,0)]e^2\\
+&\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{3}(8p^4+38p^3+56p^2+31p+8)D(0,0)\\ -\frac{1}{3}(8p^3+24p^2+20p+8)D(1,0)+pD(2,0)+4(p+1)D(3,0)+4D(4,0)\end{array}\right\}e^4\\
+&\left\{\begin{array}{l}-2p'^2(4p^2+9p+4)D(0,0)-8p'^2(p+1)D(1,0)-4p'^2D(2,0)\\ +(4p^2+9p+4)D(0,2)+4(p+1)D(1,2)+2D(2,2)\end{array}\right\}e^2e'^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F(p',p-2)=&[\quad 2(4p^2-9p+4)D(0,0)-8(p-1)D(1,0)+4D(2,0)]e^2\\
+&\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{3}(8p^4-38p^3+56p^2-31p+8)D(0,0)\\ +\frac{1}{3}(8p^3-24p^2+20p-8)D(1,0)-pD(2,0)-4(p-1)D(3,0)+4D(4,0)\end{array}\right\}e^4\\
+&\left\{\begin{array}{l}-2p'^2(4p^2-9p+4)D(0,0)+8p'^2(p-1)D(1,0)-4p'^2D(2,0)\\ +(4p^2-9p+4)D(0,2)-4(p-1)D(1,2)+2D(2,2)\end{array}\right\}e^2e'^2
\end{aligned}
$$

$$F(p'+3,p)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{3}(8p'^3+42p'^2+65p'+27)D(0,0)+(4p'^2+13p'+9)D(0,1)\\+(4p'+6)D(0,2)+2D(0,3)\end{array}\right\}e'^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{48}(32p'^5+288p'^4+926p'^3+1317p'^2+858p'+243)D(0,0)\\-\frac{1}{48}(48p'^4+312p'^3+669p'^2+600p'+243)D(0,1)\\-\frac{1}{12}(8p'^3+30p'^2+35p'+27)D(0,2)+\frac{1}{4}(4p'^2+15p'+9)D(0,3)\\+\frac{1}{2}(6p'+9)D(0,4)+\frac{5}{2}D(0,5)\end{array}\right\}e'^5$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{3}p^2(8p'^3+42p'^2+65p'+27)D(0,0)-p^2(4p'^2+13p'+9)D(0,1)\\-p^2(4p'+6)D(0,2)+\frac{1}{6}(8p'^3+42p'^2+65p'+27)D(2,0)\\-2p^2D(0,3)+\frac{1}{2}(4p'^2+13p'+9)D(2,1)+(2p'+3)D(2,2)+D(2,3)\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$F(p'-3,p)=\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{3}(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(0,0)+(4p'^2-13p'+9)D(0,1)\\-(4p'-6)D(0,2)+2D(0,3)\end{array}\right\}e'^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{48}(32p'^5-288p'^4+926p'^3-1317p'^2+858p'-243)D(0,0)\\-\frac{1}{48}(48p'^4-312p'^3+669p'^2-600p'+243)D(0,1)\\+\frac{1}{12}(8p'^3-30p'^2+35p'-27)D(0,2)+\frac{1}{4}(4p'^2-15p'+9)D(0,3)\\-\frac{1}{2}(6p'-9)D(0,4)+\frac{5}{2}D(0,5)\end{array}\right\}e'^5$$

$$+\left\{\begin{array}{l}+\frac{1}{3}p^2(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(0,0)-p^2(4p'^2-13p'+9)D(0,1)\\+p^2(4p'-6)D(0,2)-\frac{1}{6}(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(2,0)\\-2p^2D(0,3)+\frac{1}{2}(4p'^2-13p'+9)D(2,1)-(2p'-3)D(2,2)+D(2,3)\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$F(p'+2,p+1)=\left\{\begin{array}{l}(2p+1)(4p'^2+9p'+4)D(0,0)+4(2p+1)(p'+1)D(0,1)\\+(4p'^2+9p'+4)D(1,0)+2(2p+1)D(0,2)+4(p'+1)D(1,1)+2D(1,2)\end{array}\right\}ee'^2$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{1}{8}(4p'^2+9p'+4)(8p^3+14p^2+5p+1)D(0,0)\\
&+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{2}(p'+1)(8p^3+14p^2+5p+1)D(0,1)\\
-\frac{1}{8}(4p'^2+9p'+4)(4p^2+3p+1)D(1,0)+\frac{1}{4}(2p+1)(4p'^2+9p'+4)D(2,0)\\
-\frac{1}{2}(p'+1)(4p^2+3p+1)D(1,1)-\frac{1}{4}(8p^3+14p^2+5p+1)D(0,2)\\
+(2p+1)(p'+1)D(2,1)+\frac{3}{4}(4p'^2+9p'+4)D(3,0)-\frac{1}{4}(4p^2+3p+1)D(1,2)
\end{array}\right\}e^3e'^2\\
&+3(p'+1)D(3,1)+\frac{1}{2}(2p+1)D(2,2)+\frac{3}{2}D(3,2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{1}{6}(2p+1)(8p'^4+38p'^3+56p'^2+31p'+8)D(0,0)\\
&+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{6}(8p'^4+38p'^3+56p'^2+31p'+8)D(1,0)\\
-\frac{1}{3}(2p+1)(4p'^3+12p'^2+10p'+4)D(0,1)\\
-\frac{1}{3}(4p'^3+12p'^2+10p'+4)D(1,1)+\frac{1}{2}p'(2p+1)D(0,2)+\frac{1}{2}p'D(1,2)
\end{array}\right\}ee'^4\\
&+2(2p+1)(p'+1)D(0,3)+2(2p+1)D(0,4)+2(p'+1)D(1,3)+2D(1,4)
\end{aligned}
$$

$$
F(p'+2,p-1)=\left\{\begin{array}{l}
-(2p-1)(4p'^2+9p'+4)D(0,0)-4(2p-1)(p'+1)D(0,1)\\
+(4p'^2+9p'+4)D(1,0)-2(2p-1)D(0,2)+4(p'+1)D(1,1)+2D(1,2)
\end{array}\right\}ee'^2
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{8}(4p'^2+9p'+4)(8p^3-14p^2+5p-1)D(0,0)\\
&+\left\{\begin{array}{l}
+\frac{1}{2}(p'+1)(8p^3-14p^2+5p-1)D(0,1)\\
-\frac{1}{8}(4p'^2+9p'+4)(4p^2-3p+1)D(1,0)-\frac{1}{4}(2p-1)(4p'^2+9p'+4)D(2,0)\\
-\frac{1}{2}(p'+1)(4p^2-3p+1)D(1,1)+\frac{1}{4}(8p^3-14p^2+5p-1)D(0,2)\\
-(2p-1)(p'+1)D(2,1)+\frac{3}{4}(4p'^2+9p'+4)D(3,0)-\frac{1}{4}(4p^2-3p+1)D(1,2)
\end{array}\right\}e^3e'^2\\
&+3(p'+1)D(3,1)-\frac{1}{2}(2p-1)D(2,2)+\frac{3}{2}D(3,2)
\end{aligned}
$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{6}(2p-1)(8p'^4+38p'^3+56p'^2+31p'+8)D(0,0)\\ -\frac{1}{6}(8p'^4+38p'^3+56p'^2+31p'+8)D(1,0)\\ +\frac{1}{3}(2p-1)(4p'^3+12p'^2+10p'+4)D(0,1)\\ -\frac{1}{3}(4p'^3+12p'^2+10p'+4)D(1,1)-\frac{1}{2}p'(2p-1)D(0,2)+\frac{1}{2}p'D(1,2)\\ -2(2p-1)(p'+1)D(0,3)-2(2p-1)D(0,4)+2(p'+1)D(1,3)+2D(1,4)\end{array}\right\}ee'^4$$

$$F(p'-2,p+1)=\left\{\begin{array}{l}(2p+1)(4p'^2-9p'+4)D(0,0)-4(2p+1)(p'-1)D(0,1)\\ +(4p'^2-9p'+4)D(1,0)+2(2p+1)D(0,2)-4(p'-1)D(1,1)+2D(1,2)\end{array}\right\}ee'^2$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{8}(4p'^2-9p'+4)(8p^3+14p^2+5p+1)D(0,0)\\ +\frac{1}{2}(p'-1)(8p^3+14p^2+5p+1)D(0,1)\\ -\frac{1}{8}(4p'^2-9p'+4)(4p^2+3p+1)D(1,0)+\frac{1}{4}(2p+1)(4p'^2-9p'+4)D(2,0)\\ +\frac{1}{2}(p'-1)(4p^2+3p+1)D(1,1)-\frac{1}{4}(8p^3+14p^2+5p+1)D(0,2)\\ -(2p+1)(p'-1)D(2,1)+\frac{3}{4}(4p'^2-9p'+4)D(3,0)-\frac{1}{4}(4p^2+3p+1)D(1,2)\\ -3(p'-1)D(3,1)+\frac{1}{2}(2p+1)D(2,2)+\frac{3}{2}D(3,2)\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{6}(2p+1)(8p'^4-38p'^3+56p'^2-31p'+8)D(0,0)\\ -\frac{1}{6}(8p'^4-38p'^3+56p'^2-31p'+8)D(1,0)\\ +\frac{1}{3}(2p+1)(4p'^3-12p'^2+10p'-4)D(0,1)\\ +\frac{1}{3}(4p'^3-12p'^2+10p'-4)D(1,1)-\frac{1}{2}p'(2p+1)D(0,2)-\frac{1}{2}p'D(1,2)\\ -2(2p+1)(p'-1)D(0,3)+2(2p+1)D(0,4)-2(p'-1)D(1,3)+2D(1,4)\end{array}\right\}ee'^4$$

$$F(p'-2,p-1)=\left\{\begin{array}{l}-(2p-1)(4p'^2-9p'+4)D(0,0)+4(2p-1)(p'-1)D(0,1)\\ +(4p'^2-9p'+4)D(1,0)-2(2p-1)D(0,2)-4(p'-1)D(1,1)+2D(1,2)\end{array}\right\}ee'^2$$

$$+\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{8}(4p'^2-9p'+4)(8p^3-14p^2+5p-1)D(0,0)\\
-\frac{1}{2}(p'-1)(8p^3-14p^2+5p-1)D(0,1)\\
-\frac{1}{8}(4p'^2-9p'+4)(4p^2-3p+1)D(1,0)-\frac{1}{4}(2p-1)(4p'^2-9p'+4)D(2,0)\\
+\frac{1}{2}(p'-1)(4p^2-3p+1)D(1,1)+\frac{1}{4}(8p^3-14p^2+5p-1)D(0,2)\\
+(2p-1)(p'-1)D(2,1)+\frac{3}{4}(4p'^2-9p'+4)D(3,0)-\frac{1}{4}(4p^2-3p+1)D(1,2)\\
-3(p'-1)D(3,1)-\frac{1}{2}(2p-1)D(2,2)+\frac{3}{2}D(3,2)
\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$+\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{6}(2p-1)(8p'^4-38p'^3+56p'^2-31p'+8)D(0,0)\\
-\frac{1}{6}(8p'^4-38p'^3+56p'^2-31p'+8)D(1,0)\\
-\frac{1}{3}(2p-1)(4p'^3-12p'^2+10p'-4)D(0,1)\\
+\frac{1}{3}(4p'^3-12p'^2+10p'-4)D(1,1)+\frac{1}{2}p'(2p-1)D(0,2)-\frac{1}{2}p'D(1,2)\\
+2(2p-1)(p'-1)D(0,3)-2(2p-1)D(0,4)-2(p'-1)D(1,3)+2D(1,4)
\end{array}\right\}ee'^4$$

$$F(p'+1,p+2)=\left\{\begin{array}{l}
(2p'+1)(4p^2+9p+4)D(0,0)+4(2p'+1)(p+1)D(1,0)\\
+(4p^2+9p+4)D(0,1)+2(2p'+1)D(2,0)+4(p+1)D(1,1)+2D(2,1)
\end{array}\right\}e^2e'$$

$$+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{8}(4p^2+9p+4)(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(0,0)\\
-\frac{1}{2}(p+1)(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(1,0)\\
-\frac{1}{8}(4p^2+9p+4)(4p'^2+3p'+1)D(0,1)+\frac{1}{4}(2p'+1)(4p^2+9p+4)D(0,2)\\
-\frac{1}{2}(p+1)(4p'^2+3p'+1)D(1,1)-\frac{1}{4}(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(2,0)\\
+(2p'+1)(p+1)D(1,2)+\frac{3}{4}(4p^2+9p+4)D(0,3)-\frac{1}{4}(4p'^2+3p'+1)D(2,1)\\
+3(p+1)D(1,3)+\frac{1}{2}(2p'+1)D(2,2)+\frac{3}{2}D(2,3)
\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{6}(2p'+1)(8p^4+38p^3+56p^2+31p+8)D(0,0)\\
-\frac{1}{6}(8p^4+38p^3+56p^2+31p+8)D(0,1)\\
-\frac{1}{3}(2p'+1)(4p^3+12p^2+10p+4)D(1,0)\\
-\frac{1}{3}(4p^3+12p^2+10p+4)D(1,1)+\frac{1}{2}p(2p'+1)D(2,0)+\frac{1}{2}pD(2,1)\\
+2(2p'+1)(p+1)D(3,0)+2(2p'+1)D(4,0)+2(p+1)D(3,1)+2D(4,1)
\end{array}\right\}e^4e'$$

$$F(p'+1,p-2)=\left\{\begin{array}{l}
(2p'+1)(4p^2-9p+4)D(0,0)-4(2p'+1)(p-1)D(1,0)\\
+(4p^2-9p+4)D(0,1)+2(2p'+1)D(2,0)-4(p-1)D(1,1)+2D(2,1)
\end{array}\right\}e^2e'$$

$$+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{8}(4p^2-9p+4)(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(0,0)\\
+\frac{1}{2}(p-1)(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(1,0)\\
-\frac{1}{8}(4p^2-9p+4)(4p'^2+3p'+1)D(0,1)+\frac{1}{4}(2p'+1)(4p^2-9p+4)D(0,2)\\
+\frac{1}{2}(p-1)(4p'^2+3p'+1)D(1,1)-\frac{1}{4}(8p'^3+14p'^2+5p'+1)D(2,0)\\
-(2p'+1)(p-1)D(1,2)+\frac{3}{4}(4p^2-9p+4)D(0,3)-\frac{1}{4}(4p'^2+3p'+1)D(2,1)\\
-3(p-1)D(1,3)+\frac{1}{2}(2p'+1)D(2,2)+\frac{3}{2}D(2,3)
\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{6}(2p'+1)(8p^4-38p^3+56p^2-31p+8)D(0,0)\\
-\frac{1}{6}(8p^4-38p^3+56p^2-31p+8)D(0,1)\\
+\frac{1}{3}(2p'+1)(4p^3-12p^2+10p-4)D(1,0)\\
+\frac{1}{3}(4p^3-12p^2+10p-4)D(1,1)-\frac{1}{2}p(2p'+1)D(2,0)-\frac{1}{2}pD(2,1)\\
-2(2p'+1)(p-1)D(3,0)+2(2p'+1)D(4,0)-2(p-1)D(3,1)+2D(4,1)
\end{array}\right\}e^4e'$$

$$F(p'-1,p+2)=\left\{\begin{array}{l}
-(2p'-1)(4p^2+9p+4)D(0,0)-4(2p'-1)(p+1)D(1,0)\\
+(4p^2+9p+4)D(0,1)-2(2p'-1)D(2,0)+4(p+1)D(1,1)+2D(2,1)
\end{array}\right\}e^2e'$$

*

$$
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{8}(4p^2+9p+4)(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(0,0)\\
+\frac{1}{2}(p+1)(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(1,0)\\
-\frac{1}{8}(4p^2+9p+4)(4p'^2-3p'+1)D(0,1)-\frac{1}{4}(2p'-1)(4p^2+9p+4)D(0,2)\\
-\frac{1}{2}(p+1)(4p'^2-3p'+1)D(1,1)+\frac{1}{4}(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(2,0)\\
-(2p'-1)(p+1)D(1,2)+\frac{3}{4}(4p^2+9p+4)D(0,3)-\frac{1}{4}(4p'^2-3p'+1)D(2,1)\\
+3(p+1)D(1,3)-\frac{1}{2}(2p'-1)D(2,2)+\frac{3}{2}D(2,3)
\end{array}\right\}e^2e'^3
$$

$$
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{6}(2p'-1)(8p^4+38p^3+56p^2+31p+8)D(0,0)\\
-\frac{1}{6}(8p^4+38p^3+56p^2+31p+8)D(0,1)\\
+\frac{1}{3}(2p'-1)(4p^3+12p^2+10p+4)D(1,0)\\
-\frac{1}{3}(4p^3+12p^2+10p+4)D(1,1)-\frac{1}{2}p(2p'-1)D(2,0)+\frac{1}{2}pD(2,1)\\
-2(2p'-1)(p+1)D(3,0)-2(2p'-1)D(4,0)+2(p+1)D(3,1)+2D(4,1)
\end{array}\right\}e^4e'
$$

$$
F(p'-1,p-2)=\left\{\begin{array}{l}
-(2p'-1)(4p^2-9p+4)D(0,0)+4(2p'-1)(p-1)D(1,0)\\
+(4p^2-9p+4)D(0,1)-2(2p'-1)D(2,0)-4(p-1)D(1,1)+2D(2,1)
\end{array}\right\}e^2e'
$$

$$
+\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{8}(4p^2-9p+4)(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(0,0)\\
-\frac{1}{2}(p-1)(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(1,0)\\
-\frac{1}{8}(4p^2-9p+4)(4p'^2-3p'+1)D(0,1)-\frac{1}{4}(2p'-1)(4p^2-9p+4)D(0,2)\\
+\frac{1}{2}(p-1)(4p'^2-3p'+1)D(1,1)+\frac{1}{4}(8p'^3-14p'^2+5p'-1)D(2,0)\\
+(2p'-1)(p-1)D(1,2)+\frac{3}{4}(4p^2-9p+4)D(0,3)-\frac{1}{4}(4p'^2-3p'+1)D(2,1)\\
-3(p-1)D(1,3)-\frac{1}{2}(2p'-1)D(2,2)+\frac{3}{2}(2,3)
\end{array}\right\}e^2e'^3
$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{6}(2p'-1)(8p^4-38p^3+56p^2-31p+8)D(0,0)\\ -\frac{1}{6}(8p^4-38p^3+56p^2-31p+8)D(0,1)\\ -\frac{1}{3}(2p'-1)(4p^3-12p^2+10p-4)D(1,0)\\ +\frac{1}{3}(4p^3-12p^2+10p-4)D(1,1)+\frac{1}{2}p(2p'-1)D(2,0)-\frac{1}{2}pD(2,1)\\ +2(2p'-1)(p-1)D(3,0)-2(2p'-1)D(4,0)-2(p-1)D(3,1)+2D(4,1)\end{array}\right\}e^4e'$$

$$F(p',p+3)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{3}(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,0)+(4p^2+13p+9)D(1,0)\\ +(4p+6)D(2,0)+2D(3,0)\end{array}\right\}e^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{48}(32p^5+288p^4+926p^3+1317p^2+858p+243)D(0,0)\\ -\frac{1}{48}(48p^4+312p^3+669p^2+600p+243)D(1,0)\\ -\frac{1}{12}(8p^3+30p^2+35p+27)D(2,0)+\frac{1}{4}(4p^2+15p+9)D(3,0)\\ +\frac{1}{2}(6p+9)D(4,0)+\frac{5}{2}D(5,0)\end{array}\right\}e^5$$

$$+\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{3}p'^2(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,0)-p'^2(4p^2+13p+9)D(1,0)\\ -p'^2(4p+6)D(2,0)+\frac{1}{6}(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,2)\\ -2p'^2D(3,0)+\frac{1}{2}(4p^2+13p+9)D(1,2)+(2p+3)D(2,2)+D(3,2)\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$F(p',p-3)=\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{3}(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,0)+(4p^2-13p+9)D(1,0)\\ -(4p-6)D(2,0)+2D(3,0)\end{array}\right\}e^3$$

$$+\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{48}(32p^5-288p^4+926p^3-1317p^2+858p-243)D(0,0)\\ -\frac{1}{48}(48p^4-312p^3+669p^2-600p+243)D(1,0)\\ +\frac{1}{12}(8p^3-30p^2+35p-27)D(2,0)+\frac{1}{4}(4p^2-15p+9)D(3,0)\\ -\frac{1}{2}(6p-9)D(4,0)+\frac{5}{2}D(5,0)\end{array}\right\}e^5$$

$$+\left\{\begin{array}{l}+\frac{1}{3}p'^2(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,0)-p'^2(4p^2-13p+9)D(1,0)\\+p'^2(4p-6)D(2,0)-\frac{1}{6}(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,2)\\-2p'^2D(3,0)+\frac{1}{2}(4p^2-13p+9)D(1,2)-(2p-3)D(2,2)+D(3,2)\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$F(p'+4,p)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{24}(16p'^4+152p'^3+499p'^2+646p'+256)D(0,0)\\+\frac{1}{6}(8p'^3+54p'^2+110p'+64)D(0,1)+\frac{1}{2}(4p'^2+17p'+16)D(0,2)\\+2(p'+2)D(0,3)+D(0,4)\end{array}\right\}e'^4$$

$$F(p'-4,p)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{24}(16p'^4-152p'^3+499p'^2-646p'+256)D(0,0)\\-\frac{1}{6}(8p'^3-54p'^2+110p'-64)D(0,1)+\frac{1}{2}(4p'^2-17p'+16)D(0,2)\\-2(p'-2)D(0,3)+D(0,4)\end{array}\right\}e'^4$$

$$F(p'+3,p+1)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{6}(2p+1)(8p'^3+42p'^2+65p'+27)D(0,0)\\+\frac{1}{2}(2p+1)(4p'^2+13p'+9)D(0,1)+\frac{1}{6}(8p'^3+42p'^2+65p'+27)D(1,0)\\+(2p+1)(2p'+3)D(0,2)+\frac{1}{2}(4p'^2+13p'+9)D(1,1)\\+(2p+1)D(0,3)+(2p'+3)D(1,2)+D(1,3)\end{array}\right\}ee'^3$$

$$F(p'+3,p-1)=\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{6}(2p-1)(8p'^3+42p'^2+65p'+27)D(0,0)\\-\frac{1}{2}(2p-1)(4p'^2+13p'+9)D(0,1)+\frac{1}{6}(8p'^3+42p'^2+65p'+27)D(1,0)\\-(2p-1)(2p'+3)D(0,2)+\frac{1}{2}(4p'^2+13p'+9)D(1,1)\\-(2p-1)D(0,3)+(2p'+3)D(1,2)+D(1,3)\end{array}\right\}ee'^3$$

$$F(p'-3,p+1)=\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{6}(2p+1)(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(0,0)\\ +\frac{1}{2}(2p+1)(4p'^2-13p'+9)D(0,1)-\frac{1}{6}(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(1,0)\\ -(2p+1)(2p'-3)D(0,2)+\frac{1}{2}(4p'^2-13p'+9)D(1,1)\\ +(2p+1)D(0,3)-(2p'-3)D(1,2)+D(1,3)\end{array}\right\}ee'^3$$

$$F(p'-3,p-1)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{6}(2p-1)(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(0,0)\\ -\frac{1}{2}(2p-1)(4p'^2-13p'+9)D(0,1)-\frac{1}{6}(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(1,0)\\ +(2p-1)(2p'-3)D(0,2)+\frac{1}{2}(4p'^2-13p'+9)D(1,1)\\ -(2p-1)D(0,3)-(2p'-3)D(1,2)+D(1,3)\end{array}\right\}ee'^3$$

$$F(p'+2,p+2)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{4}(4p^2+9p+4)(4p'^2+9p'+4)D(0,0)+(p'+1)(4p^2+9p+4)D(0,1)\\ +(p+1)(4p'^2+9p'+4)D(1,0)+\frac{1}{2}(4p^2+9p+4)D(0,2)\\ +4(p+1)(p'+1)D(1,1)+\frac{1}{2}(4p'^2+9p'+4)D(2,0)\\ +2(p+1)D(1,2)+2(p'+1)D(2,1)+D(2,2)\end{array}\right\}e^2e'^2$$

$$F(p'+2,p-2)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{4}(4p^2-9p+4)(4p'^2+9p'+4)D(0,0)+(p'+1)(4p^2-9p+4)D(0,1)\\ -(p-1)(4p'^2+9p'+4)D(1,0)+\frac{1}{2}(4p^2-9p+4)D(0,2)\\ -4(p-1)(p'+1)D(1,1)+\frac{1}{2}(4p'^2+9p'+4)D(2,0)\\ -2(p-1)D(1,2)+2(p'+1)D(2,1)+D(2,2)\end{array}\right\}e^2e'^2$$

$$F(p'-2,p+2)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{4}(4p^2+9p+4)(4p'^2-9p'+4)D(0,0)-(p'-1)(4p^2+9p+4)D(0,1)\\ +(p+1)(4p'^2-9p'+4)D(1,0)+\frac{1}{2}(4p^2+9p+4)D(0,2)\\ -4(p+1)(p'-1)D(1,1)+\frac{1}{2}(4p'^2-9p'+4)D(2,0)\\ +2(p+1)D(1,2)-2(p'-1)D(2,1)+D(2,2)\end{array}\right\}e^2e'^2$$

$$F(p'-2,p-2)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{4}(4p^2-9p+4)(4p'^2-9p'+4)D(0,0)-(p'-1)(4p^2-9p+4)D(0,1)\\ -(p-1)(4p'^2-9p'+4)D(1,0)+\frac{1}{2}(4p^2-9p+4)D(0,2)\\ +4(p-1)(p'-1)D(1,1)+\frac{1}{2}(4p'^2-9p'+4)D(2,0)\\ -2(p-1)D(1,2)-2(p'-1)D(2,1)+D(2,2)\end{array}\right\}e^2e'^2$$

$$F(p'+1,p+3)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{6}(2p'+1)(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,0)\\ +\frac{1}{2}(2p'+1)(4p^2+13p+9)D(1,0)+\frac{1}{6}(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,1)\\ +(2p'+1)(2p+3)D(2,0)+\frac{1}{2}(4p^2+13p+9)D(1,1)\\ +(2p'+1)D(3,0)+(2p+3)D(2,1)+D(3,1)\end{array}\right\}e^3e'$$

$$F(p'+1,p-3)=\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{6}(2p'+1)(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,0)\\ +\frac{1}{2}(2p'+1)(4p^2-13p+9)D(1,0)-\frac{1}{6}(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,1)\\ -(2p'+1)(2p-3)D(2,0)+\frac{1}{2}(4p^2-13p+9)D(1,1)\\ +(2p'+1)D(3,0)-(2p-3)D(2,1)+D(3,1)\end{array}\right\}e^3e'$$

$$F(p'-1,p+3)=\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{6}(2p'-1)(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,0)\\ -\frac{1}{2}(2p'-1)(4p^2+13p+9)D(1,0)+\frac{1}{6}(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,1)\\ -(2p'-1)(2p+3)D(2,0)+\frac{1}{2}(4p^2+13p+9)D(1,1)\\ -(2p'-1)D(3,0)+(2p+3)D(2,1)+D(3,1)\end{array}\right\}e^3e'$$

$$F(p'-1,p-3)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{6}(2p'-1)(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,0)\\ -\frac{1}{2}(2p'-1)(4p^2-13p+9)D(1,0)-\frac{1}{6}(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,1)\\ +(2p'-1)(2p-3)D(2,0)+\frac{1}{2}(4p^2-13p+9)D(1,1)\\ -(2p'-1)D(3,0)-(2p-3)D(2,1)+D(3,1)\end{array}\right\}e^3e'$$

$$F(p',p+4)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{24}(16p^4+152p^3+499p^2+646p+256)D(0,0)\\+\frac{1}{6}(8p^3+54p^2+110p+64)D(1,0)+\frac{1}{2}(4p^2+17p+16)D(2,0)\\+2(p+2)D(3,0)+D(4,0)\end{array}\right\}e^4$$

$$F(p',p-4)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{24}(16p^4-152p^3+499p^2-646p+256)D(0,0)\\-\frac{1}{6}(8p^3-54p^2+110p-64)D(1,0)+\frac{1}{2}(4p^2-17p+16)D(2,0)\\-2(p-2)D(3,0)+D(4,0)\end{array}\right\}e^4$$

$$F(p'+5,p)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{240}(32p'^5+480p'^4+2710p'^3+7055p'^2+8174p'+3125)D(0,0)\\+\frac{1}{48}(16p'^4+184p'^3+739p'^2+1196p'+625)D(0,1)\\+\frac{1}{12}(8p'^3+66p'^2+167p'+125)D(0,2)+\frac{1}{4}(4p'^2+21p'+25)D(0,3)\\+\frac{1}{2}(2p'+5)D(0,4)+\frac{1}{2}D(0,5)\end{array}\right\}e'^5$$

$$F(p'-5,p)=\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{240}(32p'^5-480p'^4+2710p'^3-7055p'^2+8174p'-3125)D(0,0)\\+\frac{1}{48}(16p'^4-184p'^3+739p'^2-1196p'+625)D(0,1)\\-\frac{1}{12}(8p'^3-66p'^2+167p'-125)D(0,2)+\frac{1}{4}(4p'^2-21p'+25)D(0,3)\\-\frac{1}{2}(2p'-5)D(0,4)+\frac{1}{2}D(0,5)\end{array}\right\}e'^5$$

$$F(p'+4,p+1)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{48}(2p+1)(16p'^4+152p'^3+499p'^2+646p'+256)D(0,0)\\+\frac{1}{6}(2p+1)(4p'^3+27p'^2+55p'+32)D(0,1)\\+\frac{1}{48}(16p'^4+152p'^3+499p'^2+646p'+256)D(1,0)\\+\frac{1}{4}(2p+1)(4p'^2+17p'+16)D(0,2)+\frac{1}{6}(4p'^3+27p'^2+55p'+32)D(1,1)\\+(2p+1)(p'+2)D(0,3)+\frac{1}{4}(4p'^2+17p'+16)D(1,2)\\+\frac{1}{2}(2p+1)D(0,4)+(p'+2)D(1,3)+\frac{1}{2}D(1,4)\end{array}\right\}ee'^4$$

$$F(p'+4,p-1)=\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{48}(2p-1)(16p'^4+152p'^3+499p'^2+646p'+256)D(0,0)\\
-\frac{1}{6}(2p-1)(4p'^3+27p'^2+55p'+32)D(0,1)\\
+\frac{1}{48}(16p'^4+152p'^3+499p'^2+646p'+256)D(1,0)\\
-\frac{1}{4}(2p-1)(4p'^2+17p'+16)D(0,2)+\frac{1}{6}(4p'^3+27p'^2+55p'+32)D(1,1)\\
-(2p-1)(p'+2)D(0,3)+\frac{1}{4}(4p'^2+17p'+16)D(1,2)\\
-\frac{1}{2}(2p-1)D(0,4)+(p'+2)D(1,3)+\frac{1}{2}D(1,4)
\end{array}\right\}ee'^4$$

$$F(p'-4,p+1)=\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{48}(2p+1)(16p'^4-152p'^3+499p'^2-646p'+256)D(0,0)\\
-\frac{1}{6}(2p+1)(4p'^3-27p'^2+55p'-32)D(0,1)\\
+\frac{1}{48}(16p'^4-152p'^3+499p'^2-646p'+256)D(1,0)\\
+\frac{1}{4}(2p+1)(4p'^2-17p'+16)D(0,2)-\frac{1}{6}(4p'^3-27p'^2+55p'-32)D(1,1)\\
-(2p+1)(p'-2)D(0,3)+\frac{1}{4}(4p'^2-17p'+16)D(1,2)\\
+\frac{1}{2}(2p+1)D(0,4)-(p'-2)D(1,3)+\frac{1}{2}D(1,4)
\end{array}\right\}ee'^4$$

$$F(p'-4,p-1)=\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{48}(2p-1)(16p'^4-152p'^3+499p'^2-646p'+256)D(0,0)\\
+\frac{1}{6}(2p-1)(4p'^3-27p'^2+55p'-32)D(0,1)\\
+\frac{1}{48}(16p'^4-152p'^3+499p'^2-646p'+256)D(1,0)\\
-\frac{1}{4}(2p-1)(4p'^2-17p'+16)D(0,2)-\frac{1}{6}(4p'^3-27p'^2+55p'-32)D(1,1)\\
+(2p-1)(p'-2)D(0,3)+\frac{1}{4}(4p'^2-17p'+16)D(1,2)\\
-\frac{1}{2}(2p-1)D(0,4)-(p'-2)D(1,3)+\frac{1}{2}D(1,4)
\end{array}\right\}ee'^4$$

$$
F(p-1,p-2)=\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{24}(4p^4-16p-4)(p^3-3p^2+16p-37)(p-1)\\
-\frac{1}{6}(4p^4-16p-4)(p^2-13p-9)(p-1)\\
-\frac{1}{4}(p-1)(3p^3-23p^2-73p-37)(p-1)\\
-\frac{1}{2}(4p^4-16p-4)(p-1)(p-4)-\frac{1}{6}(p-1)(4p^3-13p-9)(p-1)\\
-\frac{1}{24}(3p^3-23p^2-73p-37)(p-1)-\frac{1}{2}(4p^4-16p-4)(p-1)(p-2)\\
-(p-1)(4p^3-7)(p-1)(p-4)-\frac{1}{2}(4p^3-7p)(p-1)(p-2)\\
-(p-1)(p-4)(p-1)(p-2)-\frac{1}{2}(4p-7)(p-1)(p-2)-\frac{1}{2}(p-1)(p-2)
\end{array}\right\}\times 2^{-p}
$$

$$
F(p-1,p-3)=\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{24}(4p^4-16p-4)(p^3-3p^2+16p-37)(p-1)\\
-\frac{1}{6}(4p^4-16p-4)(p^2-13p-9)(p-1)\\
-\frac{1}{4}(p-1)(3p^3-23p^2-73p-37)(p-1)\\
-\frac{1}{2}(4p^4-16p-4)(p-1)(p-4)-\frac{1}{6}(p-1)(4p^3-13p-9)(p-1)\\
-\frac{1}{24}(3p^3-23p^2-73p-37)(p-1)-\frac{1}{2}(4p^4-16p-4)(p-1)(p-2)\\
-(p-1)(4p^3-7)(p-1)(p-4)-\frac{1}{2}(4p^3-7p)(p-1)(p-2)\\
-(p-1)(p-4)(p-1)(p-2)-\frac{1}{2}(4p-7)(p-1)(p-2)-\frac{1}{2}(p-1)(p-2)
\end{array}\right\}\times 2^{-p}
$$

$$
F(p-4,p-3)=\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{24}(4p^4-16p-4)(p^3-3p^2+16p-37)(p-1)\\
+\frac{1}{6}(4p^4-16p-4)(p^2-13p-9)(p-1)\\
-\frac{1}{4}(p-1)(3p^3-23p^2-73p-37)(p-1)\\
-\frac{1}{2}(4p^4-16p-4)(p-1)(p-4)-\frac{1}{6}(p-1)(4p^3-13p-9)(p-1)\\
-\frac{1}{24}(3p^3-23p^2-73p-37)(p-1)-\frac{1}{2}(4p^4-16p-4)(p-1)(p-2)\\
-(p-1)(4p^3-7)(p-1)(p-4)-\frac{1}{2}(4p^3-7p)(p-1)(p-2)\\
-(p-1)(p-4)(p-1)(p-2)-\frac{1}{2}(4p-7)(p-1)(p-2)-\frac{1}{2}(p-1)(p-2)
\end{array}\right\}\times 2^{-p}
$$

$$F(p'-3,p-2)=\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{24}(4p^2-9p+4)(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(0,0)\\
+\frac{1}{8}(4p^2-9p+4)(4p'^2-13p'+9)D(0,1)\\
+\frac{1}{6}(p-1)(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(1,0)\\
-\frac{1}{4}(4p^2-9p+4)(2p'-3)D(0,2)-\frac{1}{2}(p-1)(4p'^2-13p'+9)D(1,1)\\
-\frac{1}{12}(8p'^3-42p'^2+65p'-27)D(2,0)+\frac{1}{4}(4p^2-9p+4)D(0,3)\\
+(p-1)(2p'-3)D(1,2)+\frac{1}{4}(4p'^2-13p'+9)D(2,1)\\
-(p-1)D(1,3)-\frac{1}{2}(2p'-3)D(2,2)+\frac{1}{2}D(2,3)
\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$F(p'+2,p+3)=\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{24}(4p'^2+9p'+4)(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,0)\\
+\frac{1}{8}(4p'^2+9p'+4)(4p^2+13p+9)D(1,0)\\
+\frac{1}{6}(p'+1)(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,1)\\
+\frac{1}{4}(4p'^2+9p'+4)(2p+3)D(2,0)+\frac{1}{2}(p'+1)(4p^2+13p+9)D(1,1)\\
+\frac{1}{12}(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,2)+\frac{1}{4}(4p'^2+9p'+4)D(3,0)\\
+(p'+1)(2p+3)D(2,1)+\frac{1}{4}(4p^2+13p+9)D(1,2)\\
+(p'+1)D(3,1)+\frac{1}{2}(2p+3)D(2,2)+\frac{1}{2}D(3,2)
\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$F(p'+2,p-3)=\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{24}(4p'^2+9p'+4)(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,0)\\
+\frac{1}{8}(4p'^2+9p'+4)(4p^2-13p+9)D(1,0)\\
-\frac{1}{6}(p'+1)(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,1)\\
-\frac{1}{4}(4p'^2+9p'+4)(2p-3)D(2,0)+\frac{1}{2}(p'+1)(4p^2-13p+9)D(1,1)\\
-\frac{1}{12}(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,2)+\frac{1}{4}(4p'^2+9p'+4)D(3,0)\\
-(p'+1)(2p-3)D(2,1)+\frac{1}{4}(4p^2-13p+9)D(1,2)\\
+(p'+1)D(3,1)-\frac{1}{2}(2p-3)D(2,2)+\frac{1}{2}D(3,2)
\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$F(p'-2,p+3)=\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{24}(4p'^2-9p'+4)(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,0)\\
+\frac{1}{8}(4p'^2-9p'+4)(4p^2+13p+9)D(1,0)\\
-\frac{1}{6}(p'-1)(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,1)\\
+\frac{1}{4}(4p'^2-9p'+4)(2p+3)D(2,0)-\frac{1}{2}(p'-1)(4p^2+13p+9)D(1,1)\\
+\frac{1}{12}(8p^3+42p^2+65p+27)D(0,2)+\frac{1}{4}(4p'^2-9p'+4)D(3,0)\\
-(p'-1)(2p+3)D(2,1)+\frac{1}{4}(4p^2+13p+9)D(1,2)\\
-(p'-1)D(3,1)+\frac{1}{2}(2p+3)D(2,2)+\frac{1}{2}D(3,2)
\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$F(p'-2,p-3)=\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{24}(4p'^2-9p'+4)(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,0)\\
+\frac{1}{8}(4p'^2-9p'+4)(4p^2-13p+9)D(1,0)\\
+\frac{1}{6}(p'-1)(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,1)\\
-\frac{1}{4}(4p'^2-9p'+4)(2p-3)D(2,0)-\frac{1}{2}(p'-1)(4p^2-13p+9)D(1,1)\\
-\frac{1}{12}(8p^3-42p^2+65p-27)D(0,2)+\frac{1}{4}(4p'^2-9p'+4)D(3,0)\\
+(p'-1)(2p-3)D(2,1)+\frac{1}{4}(4p^2-13p+9)D(1,2)\\
-(p'-1)D(3,1)-\frac{1}{2}(2p-3)D(2,2)+\frac{1}{2}D(3,2)
\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$F(p'+1,p+4)=\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{48}(2p'+1)(16p^4+152p^3+499p^2+646p+256)D(0,0)\\
+\frac{1}{6}(2p'+1)(4p^3+27p^2+55p+32)D(1,0)\\
+\frac{1}{48}(16p^4+152p^3+499p^2+646p+256)D(0,1)\\
+\frac{1}{4}(2p'+1)(4p^2+17p+16)D(2,0)+\frac{1}{6}(4p^3+27p^2+55p+32)D(1,1)\\
+(2p'+1)(p+2)D(3,0)+\frac{1}{4}(4p^2+17p+16)D(2,1)\\
+\frac{1}{2}(2p'+1)D(4,0)+(p+2)D(3,1)+\frac{1}{2}D(4,1)
\end{array}\right\}e^4e'$$

$$F(p'+1,p-4)=\left\{\begin{array}{l}
\frac{1}{48}(2p'+1)(16p^4-152p^3+499p^2-646p+256)D(0,0)\\
-\frac{1}{6}(2p'+1)(4p^3-27p^2+55p-32)D(1,0)\\
+\frac{1}{48}(16p^4-152p^3+499p^2-646p+256)D(0,1)\\
+\frac{1}{4}(2p'+1)(4p^2-17p+16)D(2,0)-\frac{1}{6}(4p^3-27p^2+55p-32)D(1,1)\\
-(2p'+1)(p-2)D(3,0)+\frac{1}{4}(4p^2-17p+16)D(2,1)\\
+\frac{1}{2}(2p'+1)D(4,0)-(p-2)D(3,1)+\frac{1}{2}D(4,1)
\end{array}\right\}e^4e'$$

$$F(p'-1,p+4)=\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{48}(2p'-1)(16p^4+152p^3+499p^2+646p+256)D(0,0)\\
-\frac{1}{6}(2p'-1)(4p^3+27p^2+55p+32)D(1,0)\\
+\frac{1}{48}(16p^4+152p^3+499p^2+646p+256)D(0,1)\\
-\frac{1}{4}(2p'-1)(4p^2+17p+16)D(2,0)+\frac{1}{6}(4p^3+27p^2+55p+32)D(1,1)\\
-(2p'-1)(p+2)D(3,0)+\frac{1}{4}(4p^2+17p+16)D(2,1)\\
-\frac{1}{2}(2p'-1)D(4,0)+(p+2)D(3,1)+\frac{1}{2}D(4,1)
\end{array}\right\}e^4e'$$

$$F(p'-1,p-4)=\left\{\begin{array}{l}
-\frac{1}{48}(2p'-1)(16p^4-152p^3+499p^2-646p+256)D(0,0)\\
+\frac{1}{6}(2p'-1)(4p^3-27p^2+55p-32)D(1,0)\\
+\frac{1}{48}(16p^4-152p^3+499p^2-646p+256)D(0,1)\\
-\frac{1}{4}(2p'-1)(4p^2-17p+16)D(2,0)-\frac{1}{6}(4p^3-27p^2+55p-32)D(1,1)\\
+(2p'-1)(p-2)D(3,0)+\frac{1}{4}(4p^2-17p+16)D(2,1)\\
-\frac{1}{2}(2p'-1)D(4,0)-(p-2)D(3,1)+\frac{1}{2}D(4,1)
\end{array}\right\}e^4e'$$

$$F(p',p+5)=\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{240}(32p^5+480p^4+2710p^3+7055p^2+8174p+3125)D(0,0)\\+\frac{1}{48}(16p^4+184p^3+739p^2+1196p+625)D(1,0)\\+\frac{1}{12}(8p^3+66p^2+167p+125)D(2,0)+\frac{1}{4}(4p^2+21p+25)D(3,0)\\+\frac{1}{2}(2p+5)D(4,0)+\frac{1}{2}D(5,0)\end{array}\right\}e^5$$

$$F(p',p-5)=\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{240}(32p^5-480p^4+2710p^3-7055p^2+8174p-3125)D(0,0)\\+\frac{1}{48}(16p^4-184p^3+739p^2-1196p+625)D(1,0)\\-\frac{1}{12}(8p^3-66p^2+167p-125)D(2,0)+\frac{1}{4}(4p^2-21p+25)D(3,0)\\-\frac{1}{2}(2p-5)D(4,0)+\frac{1}{2}D(5,0)\end{array}\right\}e^5$$

41. Se nella espressione del termine generale della funzione perturbatrice, assegnata nel n.° 39, si pone

$$(v=w,\ nt+\varepsilon=w),\quad (v'=w',\ n't+\varepsilon'=w'),$$

corrispondenti i primi valori ad $u=0$, ed i secondi ad $u'=0$, tutti i termini del primo e del secondo membro dell'equazione, dalla quale è rappresentata, avranno per fattore comune la funzione $\cos(p'w'+pw+I)$. Soppresso questo fattore, e posto $e'=e$, si rileverà che la somma di tutti i coefficienti indicati in generale per mezzo della notazione $F(p'\pm k',\ p\pm k)$, divisa per 16, diviene eguale alla espressione del n.° 18:

$$b_s^{(i)}\ (1+e+e^2+e^3+e^4+\ldots).$$

Da tale eguaglianza si trae la conseguenza che nella somma anzidetta, facendo $e'=e$, tutti i termini contenenti p, e p' si annullano; e quelli che ne sono indipendenti, e che trovansi moltiplicati per la stessa potenza di e, presi assieme,

risultano costantemente eguali a $16\, b_s^{(i)}$ in virtù delle due relazioni (24) del n.° 15. Mediante siffatto risultamento si rende facile il verificare i valori dei predetti coefficienti, ai quali abbiamo dato la forma sotto la quale trovansi scritti, perchè molto adatta al calcolo numerico, benchè in alcuni di essi mercè la prima delle due citate relazioni si possono ridurre, e scrivere sotto altra forma i coefficienti di $D(0,0)$, $D(1,0)$, $D(0,1)$.

42. Per applicare ai casi particolari sia la formola generale (37) sia la formola del n.° 39 bisogna ridurre i termini dello sviluppo della funzione

$$2^{2l} \operatorname{sen}^l (v' - \Pi) \operatorname{sen}^l (v - \Pi) \cos i (v' - v),$$

che per brevità denotiamo con Δ, alla forma

$$\cos (p'v' + pv + I),$$

analogamente a quanto abbiamo accennato nel n.° 5, e nel n.° 20. Per eseguire siffatta riduzione poniamo successivamente in essa

$$l = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \text{ecc.};$$

ed osservando che in virtù della composizione della funzione Δ si ha

$$I = -(p' + p)\Pi,$$

otterremo i seguenti risultati:

1.° per $l = 0$ si ha

$$A^{(0)} = m',\ s = \frac{1}{2},\ \ b_s^{(i)} = b_{\frac{1}{2}}^{(i)},\ \ \Delta = \cos i (v' - v)$$

e quindi

$$p' = i,\ \ p = -i,\ \ I = 0:$$

$$l=0,\ P^{(0)}=b^{(i)}_{\frac{1}{2}} \quad P^{(\omega)}=\frac{\alpha^{\omega}}{1.2.3\ldots\omega}\cdot\frac{d^{\omega}b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^{\omega}}$$

(β,β')	$P^{(0)}$	$P^{(1)}$	$P^{(2)}$	$P^{(3)}$	$P^{(4)}$	$P^{(5)}$	$P^{(6)}$	$P^{(7)}$	$P^{(8)}$	$P^{(9)}$	$P^{(10)}$	P
(0,0)	+ 1											
(1,0)	− 1	− 1										
(0,1)		+ 1										
(2,0)		+ 1	+ 1									
(1,1)		− 2	− 2									
(0,2)		+ 1	+ 1									
(3,0)			− 1	− 1								
(2,1)		+ 1	+ 4	+ 3								
(1,2)		− 2	− 5	− 3								
(0,3)		+ 1	+ 2	+ 1								
(4,0)				+ 1	+ 1							
(3,1)			− 2	− 6	− 4							
(2,2)		+ 1	+ 7	+ 12	+ 6							
(1,3)		− 2	− 8	− 10	− 4							
(0,4)		+ 1	+ 3	+ 3	+ 1							
(5,0)					− 1	− 1						
(4,1)				+ 3	+ 8	+ 5						
(3,2)			− 3	− 15	− 22	− 10						
(2,3)		+ 1	+ 10	+ 27	+ 28	+ 10						
(1,4)		− 2	− 11	− 21	− 17	− 5						
(0,5)		+ 1	+ 4	+ 6	+ 4	+ 1						
(6,0)						+ 1	+ 1					
(5,1)					− 4	− 10	− 6					
(4,2)				+ 6	+ 26	+ 35	+ 15					
(3,3)			− 4	− 28	− 64	− 60	− 20					
(2,4)		+ 1	+ 13	+ 48	+ 76	+ 55	+ 15					
(1,5)		− 2	− 14	− 36	− 44	− 26	− 6					
(0,6)		+ 1	+ 5	+ 10	+ 10	+ 5	+ 1					
(7,0)							− 1	− 1				
(6,1)						+ 5	+ 12	+ 7				
(5,2)					− 10	− 40	− 51	− 21				
(4,3)				+ 10	+ 60	+ 125	+ 110	+ 35				
(3,4)			− 5	− 45	− 140	− 200	− 135	− 35				
(2,5)		+ 1	+ 16	+ 75	+ 160	+ 175	+ 96	+ 21				
(1,6)		− 2	− 17	− 55	− 90	− 80	− 37	− 7				
(0,7)		+ 1	+ 6	+ 15	+ 20	+ 15	+ 6	+ 1				

(β,β')	$P^{(0)}$	$P^{(1)}$	$P^{(2)}$	$P^{(3)}$	$P^{(4)}$	$P^{(5)}$	$P^{(6)}$	$P^{(7)}$	$P^{(8)}$	$P^{(9)}$	$P^{(10)}$	$P^{(11)}$
(8,0)								+ 1	+ 1			
(7,1)							− 6	− 14	− 8			
(6,2)						+ 15	+ 57	+ 70	+ 28			
(5,3)					− 20	− 110	− 216	− 182	− 56			
(4,4)				+ 15	+ 115	+ 325	+ 435	+ 280	+ 70			
(3,5)			− 6	− 66	− 260	− 500	− 510	− 266	− 56			
(2,6)		+ 1	+ 19	+ 108	+ 290	+ 425	+ 351	+ 154	+ 28			
(1,7)		− 2	− 20	− 78	− 160	− 190	− 132	− 50	− 8			
(0,8)		+ 1	+ 7	+ 21	+ 35	+ 35	+ 21	+ 7	+ 1			
(9,0)									− 1	− 1		
(8,1)								+ 7	+ 16	+ 9		
(7,2)							− 21	− 77	− 92	− 36		
(6,3)						+ 35	+ 182	+ 343	+ 280	+ 84		
(5,4)					− 35	− 245	− 651	− 833	− 518	− 126		
(4,5)				+ 21	+ 196	+ 700	+ 1260	+ 1225	+ 616	+ 126		
(3,6)			− 7	− 91	− 434	− 1050	− 1435	− 1127	− 476	− 84		
(2,7)		+ 1	+ 22	+ 147	+ 476	+ 875	+ 966	+ 637	+ 232	+ 36		
(1,8)		− 2	− 23	− 105	− 259	− 385	− 357	− 203	− 65	− 9		
(0,9)		+ 1	+ 8	+ 28	+ 56	+ 70	+ 56	+ 28	+ 8	+ 1		
(10,0)										+ 1	+ 1	
(9,1)									− 8	− 18	− 10	
(8,2)								+ 28	+ 100	+ 117	+ 45	
(7,3)							− 56	− 280	− 512	− 408	− 120	
(6,4)						+ 70	+ 462	+ 1176	+ 1456	+ 882	+ 210	
(5,5)					− 56	− 476	− 1596	− 2744	− 2576	− 1260	− 252	
(4,6)				+ 28	+ 308	+ 1330	+ 3010	+ 3920	+ 2968	+ 1218	+ 210	
(3,7)			− 8	− 120	− 672	− 1960	− 3360	− 3528	− 2240	− 792	− 120	
(2,8)		+ 1	+ 25	+ 192	+ 728	+ 1610	+ 2226	+ 1960	+ 1072	+ 333	+ 45	
(1,9)		− 2	− 26	− 136	− 392	− 700	− 812	− 616	− 296	− 82	− 10	
(0,10)		+ 1	+ 9	+ 36	+ 84	+ 126	+ 126	+ 84	+ 36	+ 9	+ 1	
(11,0)											− 1	− 1
(10,1)										+ 9	+ 20	+ 11
(9,2)									− 36	− 126	− 145	− 55
(8,3)								+ 84	+ 408	+ 729	+ 570	+ 165
(7,4)							− 126	− 798	− 1968	− 2376	− 1410	− 330
(6,5)						+ 126	+ 1008	+ 3234	+ 5376	+ 4914	+ 2352	+ 462
(5,6)					− 84	− 840	− 3402	− 7350	− 9240	− 6804	− 2730	− 462
(4,7)				+ 36	+ 456	+ 2310	+ 6300	+ 10290	+ 10416	+ 6426	+ 2220	+ 330
(3,8)			− 9	− 153	− 984	− 3360	− 6930	− 9114	− 7728	− 4104	− 1245	− 165
(2,9)		+ 1	+ 28	+ 243	+ 1056	+ 2730	+ 4536	+ 4998	+ 3648	+ 1701	+ 460	+ 55
(1,10)		− 2	− 29	− 171	− 564	− 1176	− 1638	− 1554	− 996	− 414	− 101	− 11
(0,11)		+ 1	+ 10	+ 45	+ 120	+ 210	+ 252	+ 210	+ 120	+ 45	+ 10	+ 1

$$l=1,\ P^{(0)}=b^{(i)}_{\frac{3}{2}} \quad P^{(\omega)}=\frac{\alpha^{\omega}}{1.2.3.4\ldots\omega}\cdot\frac{d^{\omega}b^{(i)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^{\omega}}$$

(β,β')	$P^{(0)}$	$P^{(1)}$	$P^{(2)}$	$P^{(3)}$	$P^{(4)}$	$P^{(5)}$	$P^{(6)}$	$P^{(7)}$	$P^{(8)}$	$P^{(9)}$
(0,0)	+ 1									
(1,0)	− 2	− 1								
(0,1)	+ 1	+ 1								
(2,0)	+ 1	+ 2	+ 1							
(1,1)	− 2	− 4	− 2							
(0,2)	+ 1	+ 2	+ 1							
(3,0)		− 1	− 2	− 1						
(2,1)	+ 1	+ 5	+ 7	+ 3						
(1,2)	− 2	− 7	− 8	− 3						
(0,3)	+ 1	+ 3	+ 3	+ 1						
(4,0)			+ 1	+ 2	+ 1					
(3,1)		− 2	− 8	− 10	− 4					
(2,2)	+ 1	+ 8	+ 19	+ 18	+ 6					
(1,3)	− 2	− 10	− 18	− 14	− 4					
(0,4)	+ 1	+ 4	+ 6	+ 4	+ 1					
(5,0)				− 1	− 2	− 1				
(4,1)			+ 3	+ 11	+ 13	+ 5				
(3,2)		− 3	− 18	− 37	− 32	− 10				
(2,3)	+ 1	+ 11	+ 37	+ 55	+ 38	+ 10				
(1,4)	− 2	− 13	− 32	− 38	− 22	− 5				
(0,5)	+ 1	+ 5	+ 10	+ 10	+ 5	+ 1				
(6,0)					+ 1	+ 2	+ 1			
(5,1)				− 4	− 14	− 16	− 6			
(4,2)			+ 6	+ 32	+ 61	+ 50	+ 15			
(3,3)		− 4	− 32	− 92	− 124	− 80	− 20			
(2,4)	+ 1	+ 14	+ 61	+ 124	+ 131	+ 70	+ 15			
(1,5)	− 2	− 16	− 50	− 80	− 70	− 32	− 6			
(0,6)	+ 1	+ 6	+ 15	+ 20	+ 15	+ 6	+ 1			
(7,0)						− 1	− 2	− 1		
(6,1)					+ 5	+ 17	+ 19	+ 7		
(5,2)				− 10	− 50	− 91	− 72	− 21		
(4,3)			+ 10	+ 70	+ 185	+ 235	+ 145	+ 35		
(3,4)		− 5	− 50	− 185	− 340	− 335	− 170	− 35		
(2,5)	+ 1	+ 17	+ 91	+ 235	+ 335	+ 271	+ 117	+ 21		
(1,6)	− 2	− 19	− 72	− 145	− 170	− 117	− 44	− 7		
(0,7)	+ 1	+ 7	+ 21	+ 35	+ 35	+ 21	+ 7	+ 1		

(β,β')	$P^{(0)}$	$P^{(1)}$	$P^{(2)}$	$P^{(3)}$	$P^{(4)}$	$P^{(5)}$	$P^{(6)}$	$P^{(7)}$	$P^{(8)}$	$P^{(9)}$
(8,0)							+ 1	+ 2	+ 1	
(7,1)						− 6	− 20	− 22	− 8	
(6,2)					+ 15	+ 72	+ 127	+ 98	+ 28	
(5,3)				− 20	− 130	− 326	− 398	− 238	− 56	
(4,4)			+ 15	+ 130	+ 440	+ 760	+ 715	+ 350	+ 70	
(3,5)		− 6	− 72	− 326	− 760	− 1010	− 776	− 322	− 56	
(2,6)	+ 1	+ 20	+ 127	+ 398	+ 715	+ 776	+ 505	+ 182	+ 28	
(1,7)	− 2	− 22	− 98	− 238	− 350	− 322	− 182	− 58	− 8	
(0,8)	+ 1	+ 8	+ 28	+ 56	+ 70	+ 56	+ 28	+ 8	+ 1	
(9,0)								− 1	− 2	− 1
(8,1)							+ 7	+ 23	+ 25	+ 9
(7,2)						− 21	− 98	− 169	− 128	− 36
(6,3)					+ 35	+ 217	+ 525	+ 623	+ 364	+ 84
(5,4)				− 35	− 280	− 896	− 1484	− 1351	− 644	− 126
(4,5)			+ 21	+ 217	+ 896	+ 1960	+ 2485	+ 1841	+ 742	+ 126
(3,6)		− 7	− 98	− 525	− 1484	− 2485	− 2562	− 1603	− 560	− 84
(2,7)	+ 1	+ 23	+ 169	+ 623	+ 1351	+ 1841	+ 1603	+ 869	+ 268	+ 36
(1,8)	− 2	− 25	− 128	− 364	− 644	− 742	− 560	− 268	− 74	− 9
(0,9)	+ 1	+ 9	+ 36	+ 84	+ 126	+ 126	+ 84	+ 36	+ 9	+ 1

$$l=2,\ P^{(0)}=b^{(i)}_{\frac{5}{2}},\ P^{(\omega)}=\frac{\alpha^{\omega}}{1.2.3.4\ldots\omega}\cdot\frac{d^{\omega}b^{(i)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^{\omega}}$$

(β,β')	$P^{(0)}$	$P^{(1)}$	$P^{(2)}$	$P^{(3)}$	$P^{(4)}$	$P^{(5)}$	$P^{(6)}$	$P^{(7)}$		
(0,0)	+ 1									
(1,0)	− 3	− 1								
(0,1)	+ 2	+ 1								
(2,0)	+ 3	+ 3	+ 1							
(1,1)	− 6	− 6	− 2							
(0,2)	+ 3	+ 3	+ 1							
(3,0)	− 1	− 3	− 3	− 1						
(2,1)	+ 6	+ 12	+ 10	+ 3						
(1,2)	− 9	− 15	− 11	− 3						
(0,3)	+ 4	+ 6	+ 4	+ 1						
(4,0)		+ 1	+ 3	+ 3	+ 1					
(3,1)	− 2	− 10	− 18	− 14	− 4					
(2,2)	+ 9	+ 27	+ 37	+ 24	+ 6					
(1,3)	− 12	− 28	− 32	− 18	− 4					
(0,4)	+ 5	+ 10	+ 10	+ 5	+ 1					
(5,0)			− 1	− 3	− 3	− 1				
(4,1)		+ 3	+ 14	+ 24	+ 18	+ 5				
(3,2)	− 3	− 21	− 55	− 69	− 42	− 10				
(2,3)	+ 12	+ 48	+ 92	+ 93	+ 48	+ 10				
(1,4)	− 15	− 45	− 70	− 60	− 27	− 5				
(0,5)	+ 6	+ 15	+ 20	+ 15	+ 6	+ 1				
(6,0)				+ 1	+ 3	+ 3	+ 1			
(5,1)			− 4	− 18	− 30	− 22	− 6			
(4,2)		+ 6	+ 38	+ 93	+ 111	+ 65	+ 15			
(3,3)	− 4	− 36	− 124	− 216	− 204	− 100	− 20			
(2,4)	+ 15	+ 75	+ 185	+ 255	+ 201	+ 85	+ 15			
(1,5)	− 18	− 66	− 130	− 150	− 102	− 38	− 6			
(0,6)	+ 7	+ 21	+ 35	+ 35	+ 21	+ 7	+ 1			
(7,0)					− 1	− 3	− 3	− 1		
(6,1)				+ 5	+ 22	+ 36	+ 26	+ 7		
(5,2)			− 10	− 60	− 141	− 163	− 93	− 21		
(4,3)		+ 10	+ 80	+ 255	+ 420	+ 380	+ 180	+ 35		
(3,4)	− 5	− 55	− 235	− 525	− 675	− 505	− 205	− 35		
(2,5)	+ 18	+ 108	+ 326	+ 570	+ 606	+ 388	+ 138	+ 21		
(1,6)	− 21	− 91	− 217	− 315	− 287	− 161	− 51	− 7		
(0,7)	+ 8	+ 28	+ 56	+ 70	+ 56	+ 28	+ 8	+ 1		

$$l=3,\ P^{(0)}=b^{(i)}_{\frac{7}{2}},\ P^{(\omega)}=\frac{\alpha^{\omega}}{1.2.3.4\ldots\omega}\cdot\frac{d^{\omega}b^{(i)}_{\frac{7}{2}}}{d\alpha^{\omega}}$$

(β,β')	$P^{(0)}$	$P^{(1)}$	$P^{(2)}$	$P^{(3)}$	$P^{(4)}$	$P^{(5)}$				
(0,0)	+ 1									
(1,0)	− 4	− 1								
(0,1)	+ 3	+ 1								
(2,0)	+ 6	+ 4	+ 1							
(1,1)	− 12	− 8	− 2							
(0,2)	+ 6	+ 4	+ 1							
(3,0)	− 4	− 6	− 4	− 1						
(2,1)	+ 18	+ 22	+ 13	+ 3						
(1,2)	− 24	− 26	− 14	− 3						
(0,3)	+ 10	+ 10	+ 5	+ 1						
(4,0)	+ 1	+ 4	+ 6	+ 4	+ 1					
(3,1)	− 12	− 28	− 32	− 18	− 4					
(2,2)	+ 36	+ 64	+ 61	+ 30	+ 6					
(1,3)	− 40	− 60	− 50	− 22	− 4					
(0,4)	+ 15	+ 20	+ 15	+ 6	+ 1					
(5,0)		− 1	− 4	− 6	− 4	− 1				
(4,1)	+ 3	+ 17	+ 38	+ 42	+ 23	+ 5				
(3,2)	− 24	− 76	− 124	− 111	− 52	− 10				
(2,3)	+ 60	+ 140	+ 185	+ 141	+ 58	+ 10				
(1,4)	− 60	− 115	− 130	− 87	− 32	− 5				
(0,5)	+ 21	+ 35	+ 35	+ 21	+ 7	+ 1				

VALORI DEI COEFFICIENTI $D(\beta,\beta')$ TAV. V.

$$l=4,\ P^{(0)}=b^{(i)}_{\frac{9}{2}},\ P^{(\omega)}=\frac{\alpha^{\omega}}{1.2.3.4\ldots\omega}\cdot\frac{d^{\omega}b^{(i)}_{\frac{9}{2}}}{d\alpha^{\omega}}$$

(β,β')	$P^{(0)}$	$P^{(1)}$	$P^{(2)}$	$P^{(3)}$				
(0,0)	+ 1							
(1,0)	− 5	− 1						
(0,1)	+ 4	+ 1						
(2,0)	+ 10	+ 5	+ 1					
(1,1)	− 20	− 10	− 2					
(0,2)	+ 10	+ 5	+ 1					
(3,0)	− 10	− 10	− 5	− 1				
(2,1)	+ 40	+ 35	+ 16	+ 3				
(1,2)	− 50	− 40	− 17	− 3				
(0,3)	+ 20	+ 15	+ 6	+ 1				

VALORI DEI COEFFICIENTI $D(\beta,\beta')$ TAV. VI.

$$l=5,\ P^{(0)}=b^{(i)}_{\frac{11}{2}},\ P^{(\omega)}=\frac{\alpha^{\omega}}{1.2.3.4\ldots\omega}\cdot\frac{d^{\omega}b^{(i)}_{\frac{11}{2}}}{d\alpha^{\omega}}$$

(β,β')	$P^{(0)}$	$P^{(1)}$						
(0,0)	+ 1							
(1,0)	− 6	− 1						
(0,1)	+ 5	+ 1						

$$Q^{(0)} = 1, \quad Q^{(\omega)} = \frac{\left(\frac{e}{2}\right)^{\omega}}{1.2.3.4\ldots\omega}$$

(β, q)	$Q^{(0)}$	$Q^{(1)}$	$Q^{(2)}$	$Q^{(3)}$	$Q^{(4)}$	$Q^{(5)}$	$Q^{(6)}$	$Q^{(7)}$	$Q^{(8)}$	$Q^{(9)}$	$Q^{(10)}$	$Q^{(11)}$
(0,1)		+ 1		− 3		+10		− 35		+126		−462
(1,1)	+ 1		− 1		+ 2		− 5		+14		− 42	
(2,1)		+ 1		− 2		+ 5		−14		+ 42		
(3,1)	+ 3		− 2		+ 3		− 6		+14			
(4,1)		+ 2		− 3		+ 6		−14				
(5,1)	+ 10		− 5		+ 6		−10					
(6,1)		+ 5		− 6		+10						
(7,1)	+ 35		−14		+14							
(8,1)		+ 14		−14								
(9,1)	+ 126		−42									
(10,1)		+ 42										
(11,1)	+ 462											
(0,2)			$+ 2^2$		$- 4.2^4$		$+15.2^6$		-56.2^8		$+210.2^{10}$	
(1,2)		+ 2		$- 2.2^3$		$+ 5.2^5$		-14.2^7		$+42.2^9$		
(2,2)	+ 1		0		$- 2^4$		$+ 4.2^6$		-14.2^8			
(3,2)		+ 2.2		$- 3.2^3$		$+ 6.2^5$		-14.2^7				
(4,2)	+ 4		$- 2^2$		0		$+ 2.2^6$					
(5,2)		+ 5.2		$- 6.2^3$		$+10.2^5$						
(6,2)	+ 15		$- 4.2^2$		$+ 2.2^4$							
(7,2)		+ 14.2		-14.2^3								
(8,2)	+ 56		-14.2^2									
(9,2)		+ 42.2										
(10,2)	+ 210											
(0,3)				$+ 3^3$		$- 5.3^5$		$+21.3^7$		-84.3^9		$+330.3^{11}$
(1,3)			$+ 3^2$		$- 3.3^4$		$+ 9.3^6$		-28.3^8		$+ 90.3^{10}$	
(2,3)		+ 3		$- 3^3$		$+ 3^5$		0		$- 6.3^9$		
(3,3)	+ 1		$+ 3^2$		$- 3.3^4$		$+ 8.3^6$		-22.3^8			
(4,3)		+ 3.3		$- 3.3^3$		$+ 4.3^5$		$- 6.3^7$				
(5,3)	+ 5		$+ 3^2$		$- 4.3^4$		$+10.3^6$					
(6,3)		+ 9.3		$- 8.3^3$		$+10.3^5$						
(7,3)	+ 21		0		$- 6.3^4$							
(8,3)		+ 28.3		-22.3^3								
(9,3)	+ 84		$- 6.3^2$									
(10,3)		+ 90.3										
(11,3)	+ 330											

(β,q)	$Q^{(0)}$	$Q^{(1)}$	$Q^{(2)}$	$Q^{(3)}$	$Q^{(4)}$	$Q^{(5)}$	$Q^{(6)}$	$Q^{(7)}$	$Q^{(8)}$	$Q^{(9)}$	$Q^{(10)}$	$Q^{(11)}$
(0,4)					$+4^4$		-6.4^6		$+28.4^8$		-120.4^{10}	
(1,4)				$+4^3$		-4.4^5		$+14.4^7$		-48.4^9		
(2,4)			$+4^2$		-2.4^4		$+4.4^6$		-8.4^8			
(3,4)		$+4$		0		-2.4^5		$+8.4^7$				
(4,4)	$+1$		$+2.4^2$		-4.4^4		$+8.4^6$					
(5,4)		$+4.4$		-2.4^3		0						
(6,4)	$+6$		$+4.4^2$		-8.4^4							
(7,4)		$+14.4$		-8.4^3								
(8,4)	$+28$		$+8.4^2$									
(9,4)		$+48.4$										
(10,4)	$+120$											
(0,5)						$+5^5$		-7.5^7		$+36.5^9$		-165.5^{11}
(1,5)					$+5^4$		-5.5^6		$+20.5^8$		-75.5^{10}	
(2,5)				$+5^3$		-3.5^5		$+8.5^7$		-21.5^9		
(3,5)			$+5^2$		-5^4		0		$+5.5^8$			
(4,5)		$+5$		$+5^3$		-4.5^5		$+11.5^7$				
(5,5)	$+1$		$+3.5^2$		-4.5^4		$+5.5^6$					
(6,5)		$+5.5$		0		-5.5^5						
(7,5)	$+7$		$+8.5^2$		-11.5^4							
(8,5)		$+20.5$		-5.5^3								
(9,5)	$+36$		$+21.5^2$									
(10,5)		$+75.5$										
(11,5)	$+165$											
(0,6)							$+6^6$		-8.6^8		$+45.6^{10}$	
(1,6)						$+6^5$		-6.6^7		$+27.6^9$		
(2,6)					$+6^4$		-4.6^6		$+13.6^8$			
(3,6)				$+6^3$		-2.6^5		$+3.6^7$				
(4,6)			$+6^2$		0		-3.6^6					
(5,6)		$+6$		$+2.6^3$		-5.6^5						
(6,6)	$+1$		$+4.6^2$		-3.6^4							
(7,6)		$+6.6$		$+3.6^3$								
(8,6)	$+8$		$+13.6^2$									
(9,6)		$+27.6$										
(10,6)	$+45$											

2.° per $l=1$ si ottiene

$$A^{(1)}=-\frac{m'}{2}\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda,\quad s=\frac{3}{2},\quad b_s^{(i)}=b_{\frac{3}{2}}^{(i)},$$

$$\begin{aligned}\Delta=&\cos[(i-1)v'-(i-1)v]+\cos[(i+1)v'-(i+1)v]\\&-\cos[(i-1)v'-(i+1)v+2\Pi]-\cos[(i+1)v'-(i-1)v-2\Pi],\end{aligned}$$

e respettivamente, secondo l'ordine con cui trovansi scritti i termini di Δ,

$$\begin{aligned}&[p'=i-1,\quad p=-(i-1),\quad I=\ \ 0\ \ ],\\&[p'=i+1,\quad p=-(i+1),\quad I=\ \ 0\ \ ],\\&[p'=i-1,\quad p=-(i+1),\quad I=\ \ 2\Pi],\\&[p'=i+1,\quad p=-(i-1),\quad I=-2\Pi]:\end{aligned}$$

3.° per $l=2$ si trova

$$A^{(2)}=\frac{1.3}{2.4}m'\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\lambda,\quad s=\frac{5}{2},\quad b_s^{(i)}=b_{\frac{5}{2}}^{(i)}$$

$$\begin{aligned}\Delta=&4\cos(iv'-iv)-2\cos[(i-2)v'-iv+2\Pi]-2\cos[(i+2)v'-iv-2\Pi]\\&-2\cos[iv'-(i+2)v+2\Pi]-2\cos[iv'-(i-2)v-2\Pi]\\&+\ \cos[(i-2)v'-(i-2)v]+\cos[(i+2)v'-(i+2)v]\\&+\ \cos[(i-2)v'-(i+2)v+4\Pi]+\cos[(i+2)v'-(i-2)v-4\Pi],\end{aligned}$$

ed ordinatamente ai termini di Δ,

$$\begin{aligned}&[p'=i,\quad p=-i,\quad I=\ \ 0\ \ ],\\&[p'=i-2,\quad p=-i,\quad I=\ \ 2\Pi],\\&[p'=i+2,\quad p=-i,\quad I=-2\Pi],\\&[p'=i,\quad p=-(i+2),\quad I=\ \ 2\Pi],\\&[p'=i,\quad p=-(i-2),\quad I=-2\Pi],\\&[p'=i-2,\quad p=-(i-2),\quad I=\ \ 0\ \ ],\\&[p'=i+2,\quad p=-(i+2),\quad I=\ \ 0\ \ ],\\&[p'=i-2,\quad p=-(i+2),\quad I=\ \ 4\Pi],\\&[p'=i+2,\quad p=-(i-2),\quad I=-4\Pi].\end{aligned}$$

Continuando nel medesimo modo si può ottenere l'espressione di Δ relativa a qualunque valore intero, e positivo di l. Sostituendo successivamente nella formola generale i termini di Δ corrispondenti ad $l=0$, $l=1$, $l=2$, $l=3$, ecc., e facendo in seguito $i=0, 1, 2, 3$, ecc. si otterrà l'espressione della funzione perturbatrice sino a qualsivoglia termine, curando di dividere per 2 i risultati che se ne deducono, allorchè si pone $i=0$, come viene indicato dalla formola posta in fine della terza pagina.

Premesse le cose dette, passiamo ad applicare la formola del n.° 39 alla ricerca, sino al quinto ordine inclusivamente, dei termini dipendenti dall'angolo $5n't-2nt$, per mezzo dei quali si determinano le due grandi inegualità di Giove, e di Saturno.

43. Per trovare siffatti termini indipendentemente dalla sostituzione di tutti i valori, che si devono secondo i casi attribuire ad i ed l, richiamiamo che i due numeri p, e p' sono ambedue pari, o ambedue dispari; mentre nell'angolo $5n't-2nt$ il coefficiente del primo termine è dispari, e quello del secondo è pari. Quindi ne segue che i termini dipendenti dall' angolo anzidetto non possono trovarsi che fra quelli, che sono d'ordine dispari, vale a dire fra quelli, nei coefficienti $F(p'\pm k', p\pm k)$ dei quali, i due numeri k, e k' sono l'uno pari, e l'altro dispari. Dietro di ciò diviene agevole ottenere i termini della funzione perturbatrice, dipendenti dall'angolo $5n't-2nt$. Essi sono prodotti come segue:

1.° nel caso di $l=0$ i termini, che dipendono dall'angolo $5n't-2nt$, vengono prodotti da quelli che hanno i coefficienti

$$F(p'+3,p),\ F(p'+2,p+1),\ F(p'+1,p+2),\ F(p',p+3)$$
$$F(p'+4,p-1),\ F(p'-1,p+4)$$

coi seguenti respettivi valori:

$$[p'=2, \quad p=-2, \quad i=2, \quad I=0],$$

$$[p'=3, \quad p=-3, \quad i=3, \quad I=0],$$

$$[p'=4, \quad p=-4, \quad i=4, \quad I=0],$$

$$[p'=5, \quad p=-5, \quad i=5, \quad I=0],$$

$$[p'=1, \quad p=-1, \quad i=1, \quad I=0],$$

$$[p'=6, \quad p=-6, \quad i=6, \quad I=0]:$$

2.° nel caso di $l=1$, mediante il primo ed il secondo termine di Δ, i termini della funzione perturbatrice, che dipendono dall' angolo suddetto, sono prodotti da quelli che hanno per coefficienti i primi quattro del caso precedente, cioè

$$F(p'+3,p), \; F(p'+2,p+1), \; F(p'+1,p+2), \; F(p',p+3),$$

dovendosi porre respettivamente in essi in virtù del primo termine di Δ,

$$[p'=2, \quad p=-2, \quad i=3, \quad I=0],$$

$$[p'=3, \quad p=-3, \quad i=4, \quad I=0],$$

$$[p'=4, \quad p=-4, \quad i=5, \quad I=0],$$

$$[p'=5, \quad p=-5, \quad i=6, \quad I=0],$$

ed in virtù del secondo termine di Δ,

$$[p'=2, \quad p=-2, \quad i=1, \quad I=0],$$

$$[p'=3, \quad p=-3, \quad i=2, \quad I=0],$$

$$[p'=4, \quad p=-4, \quad i=3, \quad I=0],$$

$$[p'=5, \quad p=-5, \quad i=4, \quad I=0]:$$

mediante il quarto termine della funzione Δ, poichè per mezzo del terzo termine di essa non se ne ottengono infra

il quinto ordine inclusivamente, i termini che contengono l'angolo $5n't-2nt$ sono somministrati da quelli, che hanno i coefficienti

$$F(p'+2,\ p-1),\ F(p'-1,\ p+2),\ F(p'+1,\ p),\ F(p',\ p+1),$$

nei quali si deve sostituire respettivamente

$$[p'=3,\quad p=-1,\quad i=2,\quad I=-2\Pi],$$

$$[p'=6,\quad p=-4,\quad i=5,\quad I=-2\Pi],$$

$$[p'=4,\quad p=-2,\quad i=3,\quad I=-2\Pi],$$

$$[p'=5,\quad p=-3,\quad i=4,\quad I=-2\Pi]:$$

3.° nel caso di $l=2$ i termini dipendenti dall'angolo $5n't-2nt$ vengono prodotti da quelli moltiplicati pei coefficienti

$$F(p'+1,\ p),\ F(p'-1,\ p),\ F(p',\ p+1),\ F(p',\ p-1);$$

cioè il primo di essi, mediante il terzo e quinto termine di Δ, ne produce due, corrispondenti al doppio sistema de' valori

$$[p'=4,\quad p=-2,\quad i=2,\quad I=-2\Pi],$$

$$[p'=4,\quad p=-2,\quad i=4,\quad I=-2\Pi]:$$

il secondo, per mezzo del nono termine di Δ, ne somministra uno corrispondente ai valori

$$[p'=6,\quad p=-2,\quad i=4,\quad I=-4\Pi]:$$

il terzo, mediante il terzo e quinto termine di Δ, ne produce due corrispondentemente al doppio sistema dei valori

$$[p'=5,\quad p=-3,\quad i=3,\quad I=-2\Pi],$$

$$[p'=5,\quad p=-3,\quad i=5,\quad I=-2\Pi]:$$

finalmente il quarto, per mezzo del nono termine di Δ, ne somministra uno corrispondentemente ai valori

$$[p'=5, \quad p=-1, \quad i=3, \quad I=-4\Pi].$$

Gli altri termini di Δ non producono, infra il quinto ordine o grado inclusivamente rispetto alle eccentricità ed alla inclinazione delle orbite, alcun termine dipendente dall'angolo $5n't-2nt$.

44. Sostituendo tanto nelle formole dei coefficienti espressi con $F(p'\pm k', p\pm k)$, assegnate nel n.° 40, quanto nei loro respettivi fattori trigonometrici i precedenti valori relativi a ciascuno dei casi di sopra considerati, e riunendo i termini simili risultanti da siffatta sostituzione, lo sviluppo di R, limitato ai soli termini dipendenti dall'angolo $5n't-2nt$, e che denotiamo con Ω, avrà la forma:

$$\begin{aligned}
\Omega = & S^{(0)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-3w') \\
& +S^{(1)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-2w'-w) \\
& +S^{(2)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-w'-2w) \\
& +S^{(3)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-3w) \\
& +S^{(4)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-4w'+w) \\
& +S^{(5)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+w'-4w) \\
& +S^{(6)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-2w'+w-2\Pi) \\
& +S^{(7)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+w'-2w-2\Pi) \\
& +S^{(8)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-w'-2\Pi) \\
& +S^{(9)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon-w-2\Pi) \\
& +S^{(10)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+w'-4\Pi) \\
& +S^{(11)} \cos(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+w-4\Pi).
\end{aligned}$$

45. Ponendo $D_i(\beta,\beta')$ invece di $D(\beta,\beta')$ onde mettere ad evidenza i valori di i che, secondo i casi di sopra discussi, devono sostituirsi nelle formole dei coefficienti $F(p'\pm k', p\pm k)$, i valori di $S^{(0)}$, $S^{(1)}$, $S^{(2)}$, ecc. espressi in funzione di $D_i(\beta,\beta')$ sono come segue:

$$S^{(0)}=\frac{m'}{48a'}\Big\{389D_2(0,0)+153D_2(0,1)+42D_2(0,2)+6D_2(0,3)\Big\}e'^3$$

$$-\frac{m'}{728a'}\left\{\begin{array}{l}20267D_2(0,0)+7383D_2(0,1)+1124D_2(0,2)\\ -\ 660D_2(0,3)-\ 504D_2(0,4)-\ 120D_2(0,5)\end{array}\right\}e'^5$$

$$-\frac{m'}{96a'}\left\{\begin{array}{l}3112D_2(0,0)+1224D_2(0,1)+336D_2(0,2)-389D_2(2,0)\\ +\ 48D_2(0,3)-\ 153D_2(2,1)-\ 42D_2(2,2)-\ 6D_2(2,3)\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$-\frac{m'\alpha}{96a'}\left\{\begin{array}{l}389[D_1(0,0)+D_3(0,0)]+153[D_1(0,1)+D_3(0,1)]\\ +\ 42[D_1(0,2)+D_3(0,2)]+\ 6[D_1(0,3)+D_3(0,3)]\end{array}\right\}e'^3\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda.$$

$$S^{(1)}=\frac{m'}{16a'}\left\{\begin{array}{l}-335D_3(0,0)-80D_3(0,1)+67D_3(1,0)\\ -\ 10D_3(0,2)+16D_3(1,1)+\ 2D_3(1,2)\end{array}\right\}ee'^2$$

$$+\frac{m'}{64a'}\left\{\begin{array}{l}3484D_3(0,0)+832D_3(0,1)-938D_3(1,0)-335D_3(2,0)\\ -\ 224D_3(1,1)+104D_3(0,2)-\ 80D_3(2,1)+201D_3(3,0)\\ -\ 28D_3(1,2)+\ 48D_3(3,1)-\ 10D_3(2,2)+\ 6D_3(3,2)\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$+\frac{m'}{96a'}\left\{\begin{array}{l}11395D_3(0,0)-2279D_3(1,0)+2500D_3(0,1)-500D_3(1,1)\\ -\ 45D_3(0,2)+\ 9D_3(1,2)-240D_3(0,3)\\ -\ 60D_3(0,4)+\ 48D_3(1,3)+\ 12D_3(1,4)\end{array}\right\}ee'^4$$

$$-\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l}-335[D_2(0,0)+D_4(0,0)]-80[D_2(0,1)+D_4(0,1)]\\ +\ 67[D_2(1,0)+D_4(1,0)]-10[D_2(0,2)+D_4(0,2)]\\ +\ 16[D_2(1,1)+D_4(1,1)]+\ 2[D_2(1,2)+D_4(1,2)]\end{array}\right\}ee'^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda.$$

$$S^{(2)}=\frac{m'}{16a'}\left\{\begin{array}{l}288D_4(0,0)-108D_4(1,0)+32D_4(0,1)\\ +\ 18D_4(2,0)-\ 12D_4(1,1)+\ 2D_4(2,1)\end{array}\right\}e^2e'$$

$$-\frac{m'}{64a'}\left\{\begin{array}{l}12112\,D_4(0,0)-4542\,D_4(1,0)+1232\,D_4(0,1)-288\,D_4(0,2)\\ -\ 462\,D_4(1,1)+\ 757\,D_4(2,0)+\ 108\,D_4(1,2)-\ 96\,D_4(0,3)\\ +\ 77\,D_4(2,1)+\ 36\,D_4(1,3)-\ 18\,D_4(2,2)-\ 6\,D_4(2,3)\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$-\frac{m'}{48a'}\left\{\begin{array}{l}1782\,D_4(0,0)+198\,D_4(0,1)-900\,D_4(1,0)-100\,D_4(1,1)\\ +\ 54\,D_4(2,0)+\ 6\,D_4(2,1)+162\,D_4(3,0)\\ -\ 54\,D_4(4,0)+\ 18\,D_4(3,1)-\ 6\,D_4(4,1)\end{array}\right\}e^4e'$$

$$-\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l}288\,[D_3(0,0)+D_5(0,0)]-108\,[D_3(1,0)+D_5(1,0)]\\ +\ 32\,[D_3(0,1)+D_5(0,1)]+\ 18\,[D_3(2,0)+D_5(2,0)]\\ -\ 12\,[D_3(1,1)+D_5(1,1)]+\ 2\,[D_3(2,1)+D_5(2,1)]\end{array}\right\}e^2e'\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda$$

$$S^{(3)}=\frac{m'}{48a'}\left\{-248\,D_5(0,0)+132\,D_5(1,0)-42\,D_5(2,0)+6\,D_5(3,0)\right\}e^3$$

$$+\frac{m'}{96a'}\left\{\begin{array}{l}859\,D_5(0,0)-621\,D_5(1,0)+199\,D_5(2,0)\\ +\ 51\,D_5(3,0)-\ 63\,D_5(4,0)+\ 15\,D_5(5,0)\end{array}\right\}e^5$$

$$+\frac{m'}{48a'}\left\{\begin{array}{l}6200\,D_5(0,0)-3300\,D_5(1,0)+1050\,D_5(2,0)-124\,D_5(0,2)\\ -\ 150\,D_5(3,0)+\ 66\,D_5(1,2)-\ 21\,D_5(2,2)+\ 3\,D_5(3,2)\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$-\frac{m'\alpha}{96a'}\left\{\begin{array}{l}-248\,[D_4(0,0)+D_6(0,0)]+132\,[D_4(1,0)+D_6(1,0)]\\ -\ 42\,[D_4(2,0)+D_6(2,0)]+\ 6\,[D_4(3,0)+D_6(3,0)]\end{array}\right\}e^3\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda$$

$$S^{(4)}=\frac{m'}{768a'}\left\{\begin{array}{l}4707\,D_1(0,0)+2832\,D_1(0,1)+1569\,D_1(1,0)+1332\,D_1(0,2)\\ +\ 944\,D_1(1,1)+\ 432\,D_1(0,3)+\ 444\,D_1(1,2)\\ +\ 72\,D_1(0,4)+\ 144\,D_1(1,3)+\ 24\,D_1(1,4)\end{array}\right\}ee'^4$$

$$S^{(5)}=\frac{m'}{768a'}\left\{\begin{array}{l}-24728\,D_6(0,0)+16720\,D_6(1,0)-2248\,D_6(0,1)+7656\,D_6(2,0)\\ +\ 1520\,D_6(1,1)-2112\,D_6(3,0)-\ 696\,D_6(2,1)\\ +\ 264\,D_6(4,0)+\ 192\,D_6(3,1)-\ 24\,D_6(4,1)\end{array}\right\}e^4e'$$

$$S^{(6)}=\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l}201\,D_2(0,0)+48\,D_2(0,1)+67\,D_2(1,0)\\ +\ 6\,D_2(0,2)+16\,D_2(1,1)+\ 2\,D_2(1,2)\end{array}\right\}ee'^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda$$

$$S^{(7)}=\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l}-352D_5(0,0)-132D_5(1,0)-32D_5(0,1)\\+\ 22D_5(2,0)+\ 12D_5(1,1)-\ 2D_5(2,1)\end{array}\right\}e^2e'\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda.$$

$$S^{(8)}=\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l}[\ 72D_3(0,0)+\ 8D_3(0,1)]e'\\-[757D_3(0,0)+77D_3(0,1)-18D_3(0,2)-6D_3(0,3)]e'^3\\-[288D_3(0,0)+32D_3(0,1)-36D_3(2,0)-4D_3(2,1)]e^2e'\end{array}\right\}\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda.$$

$$-\frac{6m'\alpha^2}{128a'}\left\{\ 72[D_2(0,0)+D_4(0,0)]+8[D_2(0,1)+D_4(0,1)]\right\}e'\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\lambda.$$

$$S^{(9)}=\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l}-[\ 40D_4(0,0)-\ 8D_4(1,0)]e\\+[\ 104D_4(0,0)-\ 28D_4(1,0)-10D_4(2,0)+6D_4(3,0)]e^3\\+[1000D_4(0,0)-200D_4(1,0)-20D_4(0,2)+4D_4(1,2)]ee'^2\end{array}\right\}\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda$$

$$-\frac{6m'\alpha^2}{128a'}\left\{-40[D_3(0,0)+D_5(0,0)]+8[D_3(1,0)+D_5(1,0)]\right\}e\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\lambda.$$

$$S^{(10)}=\frac{3m'\alpha^2}{128a'}\left\{-88D_4(0,0)+8D_4(0,1)\right\}e'\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\lambda$$

$$S^{(11)}=\frac{3m'\alpha^2}{128a'}\left\{\ 24D_3(0,0)+8D_3(1,0)\right\}e\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\lambda.$$

46. Se nei precedenti valori degli $S^{(k)}$ si sostituiscono quelli dei coefficienti $D_l(\beta,\beta')$, i quali si deducono dalla formola generale (23), e che vengono immediatamente somministrati dalle Tavole, che già abbiamo costruito per facilitare le calcolazioni, i valori dei coefficienti $S^{(k)}$ saranno espressi in funzione dei coefficienti $b_s^{(l)}$, e delle successive derivate di quest' ultimi rispetto ad α. Nello eseguire tale sostituzione si deve adoperare la Tavola I, corrispondente ad $l=0$, per tutti i termini degli $S^{(k)}$ indipendenti dall' inclinazione mutua delle due orbite; la Tav. II, che corrisponde ad $l=1$, per tutti quelli che sono moltiplicati per $\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda$; la Tav. III, relativa ad $l=2$, per tutti quei termini che hanno per fattore $\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}\lambda$; e così via via per l' uso delle rima-

nenti Tavole, se si vogliono assegnare le formole per il calcolo delle perturbazioni d'ordine più elevato, e sino all'undecimo. Eseguita l'accennata sostituzione, e riducendo i termini simili si ottiene:

$$S^{(0)}=\frac{m'}{48a'}\left\{389\,.\,b^{(2)}_{\frac{1}{2}}+201\,.\,\alpha\frac{db^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+27\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}\right\}e'^3$$

$$-\frac{m'}{768a'}\left\{\begin{array}{l}20267\,.\,b^{(2)}_{\frac{1}{2}}+7223\,.\,\alpha\frac{db^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}-1094\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\ -482\,.\,\alpha^3\frac{d^3b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-41\,.\,\alpha^4\frac{d^4b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\frac{d^5b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}e'^5$$

$$-\frac{m'}{192a'}\left\{\begin{array}{l}6224\,.\,b^{(2)}_{\frac{1}{2}}+2036\,.\,\alpha\frac{db^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}-923\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\ -359\,.\,\alpha^3\frac{d^3b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-35\,.\,\alpha^4\frac{d^4b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\frac{d^5b^{(2)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$-\frac{m'\alpha}{96a'}\left\{\begin{array}{l}590\,.\,\left(b^{(1)}_{\frac{3}{2}}+b^{(3)}_{\frac{3}{2}}\right)+255\,.\,\alpha\left(\frac{db^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\frac{db^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right)\\ +30\,.\,\alpha^2\left(\frac{d^2b^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\frac{d^2b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)+\alpha^3\left(\frac{d^3b^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}+\frac{d^3b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right)\end{array}\right\}e'^3\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda,$$

$$S^{(1)}=-\frac{m'}{16a'}\left\{402\,.\,b^{(3)}_{\frac{1}{2}}+193\,.\,\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+26\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}\right\}ee'^2$$

$$+\frac{m'}{128a'}\left\{\begin{array}{l}8844\,.\,b^{(3)}_{\frac{1}{2}}+3906\,.\,\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}-348\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\ -285\,.\,\alpha^3\frac{d^3b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-32\,.\,\alpha^4\frac{d^4b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\frac{d^5b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$+\frac{m'}{192a'}\left\{\begin{array}{l} 27348\,.\,b^{(3)}_{\frac{1}{2}}+10592\,.\,\alpha\,\dfrac{db^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}-266\,.\,\alpha^2\,\dfrac{d^2b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2} \\ -393\,.\,\alpha^3\,\dfrac{d^3b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-38\,.\,\alpha^4\,\dfrac{d^4b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\,\dfrac{d^5b^{(3)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5} \end{array}\right\}ee'^4$$

$$+\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l} 595\,.\left(b^{(2)}_{\frac{3}{2}}+b^{(4)}_{\frac{3}{2}}\right)+245\,.\,\alpha\left(\dfrac{db^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\dfrac{db^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right) \\ +29.\alpha^2\left(\dfrac{d^2b^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\dfrac{d^2b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)+\alpha^3\left(\dfrac{d^3b^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}+\dfrac{d^3b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right) \end{array}\right\}ee'^2\,\mathrm{sen}^2\frac{1}{2}\lambda\,,$$

$$S^{(2)}=\frac{m'}{16a'}\left\{396\,.\,b^{(4)}_{\frac{1}{2}}+184\,.\,\alpha\,\frac{db^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+25\,.\,\alpha^2\,\frac{d^2b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\,\frac{d^3b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}\right\}e^2e'$$

$$-\frac{m'}{128a'}\left\{\begin{array}{l} 33308\,.\,b^{(4)}_{\frac{1}{2}}+13672\,.\,\alpha\,\dfrac{db^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+495.\alpha^2\,\dfrac{d^2b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2} \\ -309\,.\,\alpha^3\,\dfrac{d^3b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-35\,.\,\alpha^4\,\dfrac{d^4b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\,\dfrac{d^5b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5} \end{array}\right\}e^2e'^3$$

$$-\frac{m'}{192a'}\left\{\begin{array}{l} 10728\,.\,b^{(4)}_{\frac{1}{2}}+5432\,.\,\alpha\,\dfrac{db^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+160\,.\,\alpha^2\,\dfrac{d^2b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2} \\ -216\,.\,\alpha^3\,\dfrac{d^3b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-29\,.\,\alpha^4\,\dfrac{d^4b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\,\dfrac{d^5b^{(4)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5} \end{array}\right\}e^4e'$$

$$-\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l} 580\,.\left(b^{(3)}_{\frac{3}{2}}+b^{(5)}_{\frac{3}{2}}\right)+234\,.\,\alpha\left(\dfrac{db^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\dfrac{db^{(5)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right) \\ +28\,.\,\alpha^2\left(\dfrac{d^2b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\dfrac{d^2b^{(5)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)+\alpha^3\left(\dfrac{d^3b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}+\dfrac{d^3b^{(5)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right) \end{array}\right\}e^2e'\,\mathrm{sen}^2\frac{1}{2}\lambda\,,$$

$$S^{(3)}=\frac{m'}{48a'}\left\{-380\,.\,b^{(5)}_{\frac{1}{2}}-174\,.\,\alpha\frac{db^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}-24\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}-\alpha^3\frac{d^3b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}\right\}e^3$$

$$+\frac{m'}{768a'}\left\{\begin{array}{l}11840\,.\,b^{(5)}_{\frac{1}{2}}+6560\,.\,\alpha\dfrac{db^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+592\,.\,\alpha^2\dfrac{d^2b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\ -152\,.\,\alpha^3\dfrac{d^3b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-26.\alpha^4\dfrac{d^4b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\dfrac{d^5b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}e^5$$

$$+\frac{m'}{192a'}\left\{\begin{array}{l}38000\,.\,b^{(5)}_{\frac{1}{2}}+16292\,.\,\alpha\dfrac{db^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}+1180\,.\,\alpha^2\dfrac{d^2b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\ -230\,.\,\alpha^3\dfrac{d^3b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-32\,.\,\alpha^4\dfrac{d^4b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\dfrac{d^5b^{(5)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}e^3e'^2$$

$$+\frac{m'\alpha}{96a'}\left\{\begin{array}{l}554\,.\left(b^{(4)}_{\frac{3}{2}}+b^{(6)}_{\frac{3}{2}}\right)+222\,.\,\alpha\left(\dfrac{db^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+\dfrac{db^{(6)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right)\\ +27\,.\,\alpha^2\left(\dfrac{d^2b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\dfrac{d^2b^{(6)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}\right)+\alpha^3\left(\dfrac{d^3b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}+\dfrac{d^3b^{(6)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right)\end{array}\right\}e^3\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda,$$

$$S^{(4)}=\frac{m'}{768a'}\left\{\begin{array}{l}3138\,.\,b^{(1)}_{\frac{1}{2}}-13\,.\,\alpha\dfrac{db^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}-1556\,.\,\alpha^2\dfrac{d^2b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\ -438\,.\,\alpha^3\dfrac{d^3b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}-38\,.\,\alpha^4\dfrac{d^4b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}-\alpha^5\dfrac{d^5b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}ee'^4,$$

$$S^{(5)}=\frac{m'}{768a'}\left\{\begin{array}{l}-41448.b^{(6)}_{\frac{1}{2}}-18392\,.\,\alpha\dfrac{db^{(6)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}-1780\,.\,\alpha^2\dfrac{d^2b^{(6)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2}\\ +156\,.\,\alpha^3\dfrac{d^3b^{(6)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}+29\,.\,\alpha^4\dfrac{d^4b^{(6)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4}+\alpha^5\dfrac{d^5b^{(6)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}\end{array}\right\}e^4e',$$

$$S^{(6)}=\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{85\,.\,b^{(2)}_{\frac{3}{2}}-85\,.\,\alpha\frac{db^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}-21\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}-\alpha^3\frac{d^3b^{(2)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right\}ee'^2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\lambda,$$

*

$$S^{(7)}=\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{-580\,.\,b^{(5)}_{\frac{3}{2}}-86\,.\,\alpha\frac{db^{(5)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}+8\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(5)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}+\alpha^3\frac{d^3b^{(5)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right\}e^2e'\,\mathrm{sen}^2\frac{1}{2}\lambda,$$

$$S^{(8)}=\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l} 8\left(10\,.\,b^{(3)}_{\frac{3}{2}}+\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right)e' \\ -\left(810\,.\,b^{(3)}_{\frac{3}{2}}+23\,.\,\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}-18\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}-\alpha^3\frac{d^3b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right)e'^3 \\ -\left(280\,.\,b^{(3)}_{\frac{3}{2}}-60\,.\,\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}-32.\alpha^2\frac{d^2b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}-2\,.\,\alpha^3\frac{d^3b^{(3)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right)e^2e' \end{array}\right\}\mathrm{sen}^2\frac{1}{2}\lambda.$$

$$-\frac{3m'\alpha^2}{8a'}\left\{11\,.\left(b^{(2)}_{\frac{5}{2}}+b^{(4)}_{\frac{5}{2}}\right)+\alpha\left(\frac{db^{(2)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}+\frac{db^{(4)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right)\right\}e'\,\mathrm{sen}^4\frac{1}{2}\lambda,$$

$$S^{(9)}=\frac{m'\alpha}{32a'}\left\{\begin{array}{l} -8\left(7\,.\,b^{(4)}_{\frac{3}{2}}+\alpha\frac{db^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}\right)e \\ +\left(150\,.\,b^{(4)}_{\frac{3}{2}}+2\,.\,\alpha\frac{db^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}-11\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}-\alpha^3\frac{d^3b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right)e^3 \\ +\left(1372\,.\,b^{(4)}_{\frac{3}{2}}+132\,.\,\alpha\frac{db^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}-26\,.\,\alpha^2\frac{d^2b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2}-2\,.\,\alpha^3\frac{d^3b^{(4)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}\right)ee'^2 \end{array}\right\}\mathrm{sen}^2\frac{1}{2}\lambda.$$

$$+\frac{3m'\alpha^2}{8a'}\left\{8\,.\left(b^{(3)}_{\frac{5}{2}}+b^{(5)}_{\frac{5}{2}}\right)+\alpha\left(\frac{db^{(3)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}+\frac{db^{(5)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right)\right\}e\,\mathrm{sen}^4\frac{1}{2}\lambda,$$

$$S^{(10)}=\frac{3m'\alpha^2}{16a'}\left\{-9\,.\,b^{(4)}_{\frac{5}{2}}+\alpha\frac{db^{(4)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right\}e'\,\mathrm{sen}^4\frac{1}{2}\lambda,$$

$$S^{(11)}=\frac{3m'\alpha^2}{16a'}\left\{-\alpha\frac{db^{(3)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}\right\}e\,\mathrm{sen}^4\frac{1}{2}\lambda.$$

47. Avendo preso la funzione perturbatrice, come ordinariamente si usa, con segno contrario a quello, con cui essa è stata adottata da Laplace nella sua *Meccanica Celeste*, ne segue che i precedenti valori devono avere segno contrario a quello dei valori ottenuti da questo illustre geometra. Difatti se si tiene conto dell'avvertimento, prodotto dal medesimo autore nel Supplemento al terzo volume dell'Opera di sopra citata, riguardo al segno dei valori ivi espressi con $N^{(0)}$, $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, ecc. $N^{(9)}$; se oltre a ciò si considera che egli denota con γ la tangente dell'inclinazione respettiva delle due orbite; e che nel caso relativo ai due pianeti Giove, e Saturno essendo quest'angolo molto piccolo può farsi $\gamma = \operatorname{sen}\lambda = \lambda$; e quindi

$$\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{4}\lambda^2 = \frac{1}{4}\gamma^2 ;$$

si rileverà facilmente che i valori dei coefficienti $S^{(k)}$, da $S^{(0)}$ ad $S^{(9)}$ inclusive, contengono con segno contrario i relativi valori del n° 8, e del n° 9 del sesto libro della *Meccanica Celeste*, eccettuati soltanto i valori dei due coefficienti $N^{(7)}$ ed $N^{(8)}$, i quali dopo la correzione eseguita per essi nel terzo volume delle *Opere complete* di Laplace (*) si deducono respettivamente da quelli, che abbiamo rappresentato con $S^{(8)}$ ed $S^{(9)}$, mediante il cambiamento del segno, ed escludendo i termini dipendenti dai prodotti delle eccentricità per la quarta potenza dell'inclinazione mutua delle orbite, che da Laplace sono stati trascurati come non producenti che quantità insensibili. Noi però abbiamo stimato convenevole di assegnare tutti i termini, dipendenti dall'angolo $5n't - 2nt$, sino alle quinte potenze ed ai pro-

(*) Vedi *Oeuvres completes de Laplace pubblièes sous les auspices de l' Aeadèmie des seiences par MM. les seerètaires perpètuels* — Tome troisieme pag. 28 — Paris MDCCCLXXVIII.

dotti di cinque dimensioni inclusivamente delle medesime quantità, onde anche potersene fare l'applicazione al calcolo della inegualità di Pallade, prodotta dall'azione di Giove, dipendente anch'essa dal medesimo angolo o argomento; e per la quale deve tenersi in considerazione non solo la grande massa di Giove, ma benanco la grandezza dell'angolo λ, e quella della eccentricità di Pallade.

48. Il metodo che ho tenuto per dedurre dalla formola del n° 39 i termini relativi alle due grandi inegualità di Giove e di Saturno, si applica con maggiore facilità, poichè le calcolazioni ne sono molto più semplici e brevi, alla determinazione dei termini per mezzo dei quali si calcolano le perturbazioni d'ordine superiore degli altri primarî corpi del sistema planetario. Tralasciando di occuparmi della determinazione di questi termini, la quale oltre che non offre nulla di notevole, si ottiene con facilità mediante la medesima formola, stimo piuttosto intrattenermi sulla grande inegualità di Pallade, prodotta pure dall'azione di Giove, e dipendente dall'argomento $18n't - 7nt$.

49. In virtù del rapporto che esiste tra i medî movimenti di questi due pianeti, cioè che 18 volte il medio movimento di Giove è quasi eguale a 7 volte quello di Pallade, l'azione del primo pianeta produce nel medio movimento dell'altro una grande perturbazione, di cui la determinazione costò enormi calcoli al celebre Le Verrier. Siccome i termini di questa inegualità dipendono per lo meno dalle undecime potenze, e dai prodotti di undici dimensioni delle eccentricità, e delle inclinazioni delle orbite, così pria d'ogni altro bisogna estendere sino ad $l=5$ lo sviluppo di Δ, che nel n° 42 trovasi eseguito sino ad $l=2$. Fatto quindi successivamente $l=3$, $l=4$, ed $l=5$ nella espressione di Δ, ed indicandone con Δ_3, Δ_4 e Δ_5 i relativi risultamenti avremo:

$$
\begin{aligned}
\Delta_3 = \; & 9\cos[(i-1)v'-(i-1)v] && + 9\cos[(i+1)v'-(i+1)v] \\
- \; & 9\cos[(i-1)v'-(i+1)v+2\Pi] && - 9\cos[(i+1)v'-(i-1)v-2\Pi] \\
- \; & 3\cos[(i-3)v'-(i-1)v+2\Pi] && - 3\cos[(i+3)v'-(i+1)v-2\Pi] \\
+ \; & 3\cos[(i-3)v'-(i+1)v+4\Pi] && + 3\cos[(i+3)v'-(i-1)v-4\Pi] \\
- \; & 3\cos[(i-1)v'-(i-3)v-2\Pi] && - 3\cos[(i+1)v'-(i+3)v+2\Pi] \\
+ \; & 3\cos[(i-1)v'-(i+3)v+4\Pi] && + 3\cos[(i+1)v'-(i-3)v-4\Pi] \\
+ \; & \cos[(i-3)v'-(i-3)v] && + \cos[(i+3)v'-(i+3)v] \\
- \; & \cos[(i-3)v'-(i+3)v+6\Pi] && - \cos[(i+3)v'-(i-3)v-6\Pi],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta_4 = \; & 36\cos[(iv'-iv] \\
- \; & 24\cos[(i-2)v'-iv+2\Pi] && - 24\cos[(i+2)v'-iv-2\Pi] \\
- \; & 24\cos[(iv'-(i+2)v+2\Pi] && - 24\cos[(iv'-(i-2)v-2\Pi] \\
+ \; & 16\cos[(i-2)v'-(i-2)v] && + 16\cos[(i+2)v'-(i+2)v] \\
+ \; & 16\cos[(i-2)v'-(i+2)v+4\Pi] && + 16\cos[(i+2)v'-(i-2)v-4\Pi] \\
+ \; & 6\cos[(i-4)v'-iv+4\Pi] && + 6\cos[(i+4)v'-iv-4\Pi] \\
+ \; & 6\cos[iv'-(i+4)v+4\Pi] && + 6\cos[iv'-(i-4)v-4\Pi] \\
- \; & 4\cos[(i-4)v'-(i-2)v+2\Pi] && - 4\cos[(i+4)v'-(i+2)v-2\Pi] \\
- \; & 4\cos[(i-4)v'-(i+2)v+6\Pi] && - 4\cos[(i+4)v'-(i-2)v-6\Pi] \\
- \; & 4\cos[(i-2)v'-(i-4)v-2\Pi] && - 4\cos[(i+2)v'-(i+4)v+2\Pi] \\
- \; & 4\cos[(i-2)v'-(i+4)v+6\Pi] && - 4\cos[(i+2)v'-(i-4)v-6\Pi] \\
+ \; & \cos[(i-4)v'-(i-4)v] && + \cos[(i+4)v'-(i+4)v] \\
+ \; & \cos[(i-4)v'-(i+4)v+8\Pi] && + \cos[(i+4)v'-(i-4)v-8\Pi],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta_5 = \; & 100\cos[(i-1)v'-(i-1)v] && + 100\cos[(i+1)v'-(i+1)v] \\
- \; & 100\cos[(i-1)v'-(i+1)v+2\Pi] && - 100\cos[(i+1)v'-(i-1)v-2\Pi] \\
- \; & 50\cos[(i-3)v'-(i-1)v+2\Pi] && - 50\cos[(i+3)v'-(i+1)v-2\Pi] \\
+ \; & 50\cos[(i-3)v'-(i+1)v+4\Pi] && + 50\cos[(i+3)v'-(i-1)v-4\Pi] \\
- \; & 50\cos[(i-1)v'-(i-3)v-2\Pi] && - 50\cos[(i+1)v'-(i+3)v+2\Pi]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{ll}
+\ 50\cos[(i-1)v'-(i+3)v+4\Pi] & +\ 50\cos[(i+1)v'-(i-3)v-4\Pi] \\
+\ 25\cos[(i-3)v'-(i-3)v] & +\ 25\cos[(i+3)v'-(i+3)v] \\
-\ 25\cos[(i-3)v'-(i+3)v+6\Pi] & -\ 25\cos[(i+3)v'-(i-3)v-6\Pi] \\
+\ 10\cos[(i-5)v'-(i-1)v+4\Pi] & +\ 10\cos[(i+5)v'-(i+1)v-4\Pi] \\
-\ 10\cos[(i-5)v'-(i+1)v+6\Pi] & -\ 10\cos[(i+5)v'-(i-1)v-6\Pi] \\
+\ 10\cos[(i-1)v'-(i-5)v-4\Pi] & +\ 10\cos[(i+1)v'-(i+5)v+4\Pi] \\
-\ 10\cos[(i-1)v'-(i+5)v+6\Pi] & -\ 10\cos[(i+1)v'-(i-5)v-6\Pi] \\
-\ 5\cos[(i-5)v'-(i-3)v+2\Pi] & -\ 5\cos[(i+5)v'-(i+3)v-2\Pi] \\
+\ 5\cos[(i-5)v'-(i+3)v+8\Pi] & +\ 5\cos[(i+5)v'-(i-3)v-8\Pi] \\
-\ 5\cos[(i-3)v'-(i-5)v-2\Pi] & -\ 5\cos[(i+3)v'-(i+5)v+2\Pi] \\
+\ 5\cos[(i-3)v'-(i+5)v+8\Pi] & +\ 5\cos[(i+3)v'-(i-5)v-8\Pi] \\
+\ \cos[(i-5)v'-(i-5)v] & +\ \cos[(i+5)v'-(i+5)v] \\
-\ \cos[(i-5)v'-(i+5)v+10\Pi] & -\ \cos[(i+5)v'-(i-5)v-10\Pi].
\end{array}
$$

50. Ottenuto lo sviluppo della funzione Δ da $l=0$ ad $l=5$, osserviamo che nell' argomento $18n't-7nt$ essendo pari il coefficiente del primo termine, e dispari quello del secondo, i termini della funzione perturbatrice, dipendenti da questo argomento, non possono trovarsi, come abbiamo notato per le due grandi inegualità di Giove e di Saturno, che fra quelli che contengono le potenze ed i prodotti di dimensioni dispari delle eccentricità, cioè fra quelli nei coefficienti dei quali, espressi in generale con $F(p'\pm k', p\pm k)$, i due numeri k, e k' sono uno pari ed uno dispari. E poichè nella formola del n° 39, la quale puossi prolungare quanto si vuole, un termine qualunque di essa può considerarsi come generato dall' espressione

$$\frac{A^{(l)}\alpha^l}{16a'}F(p'+k',\ p+k)\cos[(p'+k')n't+(p+k)nt+(p'+k')\varepsilon'+(p+k)\varepsilon-k'w'-kw+I]\ ,$$

ne deriva che i termini di Δ relativi ai sei predetti valori

di l, e che sostituiti nella medesima formola soddisfano alle due equazioni di condizione

$$p'+k'=18\,,\quad p+k=-7\,;$$

e perciò producono l'argomento $18n't-7nt$, sono i seguenti che scriviamo in corrispondenza dei sei valori di l:

$$\begin{array}{ll}
\cos[(iv'-iv), & -\cos[(i+1)v'-(i-1)v-2\Pi], \\
\cos[(i+2)v'-(i-2)v-4\Pi], & -\cos[(i+3)v'-(i-3)v-6\Pi], \\
\cos[(i+4)v'-(i-4)v-8\Pi], & -\cos[(i+5)v'-(i-5)v-10\Pi].
\end{array}$$

51. La sostituzione degli altri termini di Δ produce anche dei termini, che contengono il medesimo argomento; ma questi termini dipendono dalle potenze e dai prodotti delle eccentricità e della inclinazione mutua delle orbite, che sorpassano per lo meno di due unità il numero di undici dimensioni, al quale limitiamo le nostre investigazioni. I coefficienti dei termini che contengono l'argomento $18n't-7nt$, e che sono prodotti dalle sei su riferite funzioni trigonometriche, trovansi registrati nel seguente quadro di unita ai corrispondenti valori delle quantità l, i, p', p:

Valori di				Coefficienti dei termini dipendenti dall' argomento $18n't-7nt$
l	i	p'	p	
0	7	7	− 7	$F(p'+11, p)$
	8	8	− 8	$F(p'+10, p+1)$
	9	9	− 9	$F(p'+9, p+2)$
	10	10	− 10	$F(p'+8, p+3)$
	11	11	− 11	$F(p'+7, p+4)$
	12	12	− 12	$F(p'+6, p+5)$
	13	13	− 13	$F(p'+5, p+6)$
	14	14	− 14	$F(p'+4, p+7)$
	15	15	− 15	$F(p'+3, p+8)$
	16	16	− 16	$F(p'+2, p+9)$
	17	17	− 17	$F(p'+1, p+10)$
	18	18	− 18	$F(p', p+11)$

Valori di				Coefficienti dei termini dipendenti dall' argomento $18n't-7nt$
l	i	p'	p	
1	8	9	— 7	$F(p'+9\,,\ p)$
	9	10	— 8	$F(p'+8\,,\ p+1)$
	10	11	— 9	$F(p'+7\,,\ p+2)$
	11	12	— 10	$F(p'+6\,,\ p+3)$
	12	13	— 11	$F(p'+5\,,\ p+4)$
	13	14	— 12	$F(p'+4\,,\ p+5)$
	14	15	— 13	$F(p'+3\,,\ p+6)$
	15	16	— 14	$F(p'+2\,,\ p+7)$
	16	17	— 15	$F(p'+1\,,\ p+8)$
	17	18	— 16	$F(p'\,,\ p+9)$
2	9	11	— 7	$F(p'+7\,,\ p)$
	10	12	— 8	$F(p'+6\,,\ p+1)$
	11	13	— 9	$F(p'+5\,,\ p+2)$
	12	14	— 10	$F(p'+4\,,\ p+3)$
	13	15	— 11	$F(p'+3\,,\ p+4)$
	14	16	— 12	$F(p'+2\,,\ p+5)$
	15	17	— 13	$F(p'+1\,,\ p+6)$
	16	18	— 14	$F(p'\,,\ p+7)$
3	10	13	— 7	$F(p'+5\,,\ p)$
	11	14	— 8	$F(p'+4\,,\ p+1)$
	12	15	— 9	$F(p'+3\,,\ p+2)$
	13	16	— 10	$F(p'+2\,,\ p+3)$
	14	17	— 11	$F(p'+1\,,\ p+4)$
	15	18	— 12	$F(p'\,,\ p+5)$
4	11	15	— 7	$F(p'+3\,,\ p)$
	12	16	— 8	$F(p'+2\,,\ p+1)$
	13	17	— 9	$F(p'+1\,,\ p+2)$
	14	18	— 10	$F(p'\,,\ p+3)$
5	12	17	— 7	$F(p'+1\,,\ p)$
	13	18	— 8	$F(p'\,,\ p+1)$

52. Secondo i valori notati nel precedente quadro la riunione dei termini, che contengono l'argomento $18n't-7nt$, e che dipendono dalle undecime potenze, e dai prodotti di undici dimensioni delle eccentricità, e della inclinazione mutua delle orbite, è rappresentata dalla formola

$$\Omega=\frac{A^{(0)}}{16a'}\cdot\left\{\begin{array}{ll}
F(p'+11,\ p)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-11w') \\
+F(p'+10,\ p+1) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-10w'-w) \\
+F(p'+9,\ p+2) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-9w'-2w) \\
+F(p'+8,\ p+3) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-8w'-3w) \\
+F(p'+7,\ p+4) & \cos(18n't-7nl+18\varepsilon'-7\varepsilon-7w'-4w) \\
+F(p'+6,\ p+5) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-6w'-5w) \\
+F(p'+5,\ p+6) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-5w'-6w) \\
+F(p'+4,\ p+7) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-4w'-7w) \\
+F(p'+3,\ p+8) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-3w'-8w) \\
+F(p'+2,\ p+9) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-2w'-9w) \\
+F(p'+1,\ p+10) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-w'-10w) \\
+F(p',\ p+11)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-11w)
\end{array}\right\}$$

$$-\frac{A^{(1)}\alpha}{16a'}\cdot\left\{\begin{array}{ll}
F(p'+9,\ p)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-9w'-2\Pi) \\
+F(p'+8,\ p+1) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-8w'-w-2\Pi) \\
+F(p'+7,\ p+2) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-7w'-2w-2\Pi) \\
+F(p'+6,\ p+3) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-6w'-3w-2\Pi) \\
+F(p'+5,\ p+4) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-5w'-4w-2\Pi) \\
+F(p'+4,\ p+5) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-4w'-5w-2\Pi) \\
+F(p'+3,\ p+6) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-3w'-6w-2\Pi) \\
+F(p'+2,\ p+7) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-2w'-7w-2\Pi) \\
+F(p'+1,\ p+8) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-w'-8w-2\Pi) \\
+F(p',\ p+9)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-9w-2\Pi)
\end{array}\right\}$$

$$
+\frac{A^{(2)}\alpha^2}{16a'}\cdot\left\{\begin{array}{ll}
F(p'+7,\ p)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-7w'-4\Pi) \\
+F(p'+6,\ p+1) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-6w'-\ w-4\Pi) \\
+F(p'+5,\ p+2) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-5w'-\ 2w-4\Pi) \\
+F(p'+4,\ p+3) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-4w'-\ 3w-4\Pi) \\
+F(p'+3,\ p+4) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-3w'-\ 4w-4\Pi) \\
+F(p'+2,\ p+5) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-2w'-\ 5w-4\Pi) \\
+F(p'+1,\ p+6) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-1w'-\ 6w-4\Pi) \\
+F(p',\ p+7)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-7w\ -\ 4\Pi)
\end{array}\right\}
$$

$$
-\frac{A^{(3)}\alpha^3}{16a'}\cdot\left\{\begin{array}{ll}
F(p'+5,\ p)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-5w'-\ 6\Pi) \\
+F(p'+4,\ p+1) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-4w'-\ w-6\Pi) \\
+F(p'+3,\ p+2) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-3w'-\ 2w-6\Pi) \\
+F(p'+2,\ p+3) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-2w'-\ 3w-6\Pi) \\
+F(p'+1,\ p+4) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-\ w'-\ 4w-6\Pi) \\
+F(p',\ p+5)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-\ 5w-\ 6\Pi)
\end{array}\right\}
$$

$$
+\frac{A^{(4)}\alpha^4}{16a'}\cdot\left\{\begin{array}{ll}
F(p'+3,\ p)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-3w'-\ 8\Pi) \\
+F(p'+2,\ p+1) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-2w'-\ w-8\Pi) \\
+F(p'+1,\ p+2) & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-\ w'-\ 2w-8\Pi) \\
+F(p',\ p+3)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-3w\ -\ 8\Pi)
\end{array}\right\}
$$

$$
-\frac{A^{(5)}\alpha^5}{16a'}\cdot\left\{\begin{array}{ll}
F(p'+1,\ p)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-\ w'-10\Pi) \\
+F(p',\ p+1)\ . & \cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-\ w\ -10\Pi)
\end{array}\right\}.
$$

53. I valori dei coefficienti $F(p'+k',\ p+k)$ contenuti nella espressione di Ω si ottengono immediatamente per mezzo delle formole del n° 40, quando la somma delle due quantità k, e k' non sorpassa il numero cinque. In quanto a quelli degli altri coefficienti, nei quali la somma delle due mede-

sime quantità è maggiore di cinque, facciamo notare che se si svolge il quadruplo integrale *sigma* della (37), e se ne ordina lo sviluppo rispetto ai coseni degli angoli simili, si rileverà che il primo termine del coefficiente generale $F(p'+k', p+k)$, che contiene implicitamente come fattore il prodotto di e^k per $e'^{k'}$, è rappresentato dalla formola

$$
\begin{aligned}
F(p'+k', p+k) = {} & E(0,0)(M_1^{(k')}+N_1^{(k')})(M^{(k)}+N^{(k)}) \\
& +E(0,1)(M_1^{(k'-1)}+N_1^{(k'-1)})(M^{(k)}+N^{(k)}) \\
& +E(0,2)(M_1^{(k'-2)}+N_1^{(k'-2)})(M^{(k)}+N^{(k)}) \\
& +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& +E(0,k')(M_1^{(0)}+N_1^{(0)})(M^{(k)}+N^{(k)}) \\
& +E(1,0)(M_1^{(k')}+N_1^{(k')})(M^{(k-1)}+N^{(k-1)}) \\
& +E(1,1)(M_1^{(k'-1)}+N_1^{(k'-1)})(M^{(k-1)}+N^{(k-1)}) \\
& +E(1,2)(M_1^{(k'-2)}+N_1^{(k'-2)})(M^{(k-1)}+N^{(k-1)}) \\
& +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& +E(1,k')(M_1^{(0)}+N_1^{(0)})(M^{(k-1)}+N^{(k-1)}) \\
& +E(2,0)(M_1^{(k')}+N_1^{(k')})(M^{(k-2)}+N^{(k-2)}) \\
& +E(2,1)(M_1^{(k'-1)}+N_1^{(k'-1)})(M^{(k-2)}+N^{(k-2)}) \\
& +E(2,2)(M_1^{(k'-2)}+N_1^{(k'-2)})(M^{(k-2)}+N^{(k-2)}) \\
& +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& +E(2,k')(M_1^{(0)}+N_1^{(0)})(M^{(k-2)}+N^{(k-2)}) \\
& + \text{ecc. ecc.} \\
& +E(k,0)(M_1^{(k')}+N_1^{(k')})(M^{(0)}+N^{(0)}) \\
& +E(k,1)(M_1^{(k'-1)}+N_1^{(k'-1)})(M^{(0)}+N^{(0)}) \\
& +E(k,2)(M_1^{(k-2)}+N_1^{(k'-2)})(M^{(0)}+N^{(0)}) \\
& +\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& +E(k,k')(M_1^{(0)}+N_1^{(0)})(M^{(0)}+N^{(0)}).
\end{aligned}
$$

54. Per ottenere mediante questa espressione i valori dei coefficienti $F(p'+k', p+k)$ corrispondentemente ai casi, in cui si ha $k+k'>5$, non bisogna far' altro che sostituire in essa il primo termine di $E(k, k')$ rappresentato in generale dalla formola del n° 17, il primo termine di $M^{(k)}+N^{(k)}$ espresso pure in generale dalla formola del n° 29, e quello di $M_1^{(k')}+N_1^{(k')}$, che si deduce dal primo termine di $M^{(k)}+N^{(k)}$ cambiando la e in e', e la p in p' analogamente a quanto abbiamo accennato nel n° 22. Osserviamo inoltre che siccome l'eccentricità di Giove può reputarsi come piccola di secondo ordine rispetto a quella di Pallade, così i termini esprimenti il valore di Ω possono in massima parte trascurarsi, specialmente quelli che sono moltiplicati per le potenze superiori dell'eccentricità di Giove. Per dare un'altra prova dell'utilità e generalità delle formole, cui siamo pervenuti, ci atteniamo soltanto ai termini dipendenti dalla eccentricità di Pallade, come quelli che sono di maggiore importanza nella valutazione della grande perturbazione di questo pianeta; e ci proponiamo di determinarne i relativi coefficienti, potendosi anche della stessa maniera tener conto principalmente di quegli altri, che dipendenti dalla prima potenza dell'eccentricità di Giove potrebbero produrre quantità sensibili rispetto a quelle prodotte dai termini, che ne sono indipendenti. Ciò posto, esprimiamo con Ω_1 la riunione dei termini, che dipendono dalla eccentricità di Pallade; poniamo per brevità

$$U^{(l)}=\frac{A^{(l)}\alpha^l \cos l\pi}{16a'}F(p', p-2l+11);$$

ed avremo

$$\begin{aligned}\Omega_1 = {} & U^{(0)}\cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-11w)\\ & +U^{(1)}\cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-9w-2\Pi)\\ & +U^{(2)}\cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-7w-4\Pi)\end{aligned}$$

$$+U^{(3)}\cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-5w-6\Pi)$$

$$+U^{(4)}\cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-3w-8\Pi)\,.$$

$$+U^{(5)}\cos(18n't-7nt+18\varepsilon'-7\varepsilon-w-10\Pi).$$

55. Fatto successivamente $l=0,1,2,3,4,5$ nella precedente espressione di $U^{(l)}$; ponendo invece di $A^{(0)}$, $A^{(1)}$, ecc., $A^{(5)}$ i loro respettivi risultati tratti dalla (1); determinando in corrispondenza dei valori di l, i, p, p', registrati nel quadro del n° 51, tanto i coefficienti

$$F(p',p+11),\quad F(p',p+9),\quad F(p',p+7)$$

per mezzo della formola del n° 53, e delle operazioni accennate nel n° 54, quanto quelli espressi da

$$F(p',p+5),\quad F(p',p+3),\quad F(p',p+1)$$

mediante le formole del n° 40; ed indi sostituendo i valori dei coefficienti $D(\beta,\beta')$ dedotti dalle Tavole, otterremo

$$U^{(0)}=-\frac{m'e^{11}}{2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.a'}\times V^{(0)},$$

$$U^{(1)}=-\frac{m'e^{9}\operatorname{sen}^{2}\frac{1}{2}\lambda}{2.4.6.8.10.12.14.16.18.a'}\times\frac{1}{2}\alpha V^{(1)},$$

$$U^{(2)}=-\frac{m'e^{7}\operatorname{sen}^{4}\frac{1}{2}\lambda}{2.4.6.8.10.12.14.a'}\times\frac{1.3}{2.4}\alpha^{2}V^{(2)},$$

$$U^{(3)}=-\frac{m'e^{5}\operatorname{sen}^{6}\frac{1}{2}\lambda}{2.4.6.8.10.a'}\times\frac{1.3.5}{2.4.6}\alpha^{3}V^{(3)},$$

$$U^{(4)}=-\frac{m'e^{3}\operatorname{sen}^{8}\frac{1}{2}\lambda}{2.4.6.a'}\times\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\alpha^{4}V^{(4)},$$

$$U^{(5)}=-\frac{m'e\operatorname{sen}^{10}\frac{1}{2}\lambda}{2a'}\times\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10}\alpha^{5}V^{(5)},$$

avendo posto per brevità

$$V^{(0)} = 752019964883964 \,.\, b^{(18)}_{\frac{1}{2}} + 424417179254299 \,.\, \alpha \frac{db^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha}$$

$$+ 105824624689630 \,.\, \alpha^2 \frac{d^2 b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^2} + 15384156026085 \,.\, \alpha^3 \frac{d^3 b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^3}$$

$$+ 1448538057120 \,.\, \alpha^4 \frac{d^4 b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^4} + 92745399054 \,.\, \alpha^5 \frac{d^5 b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^5}$$

$$+ 4120126164 \,.\, \alpha^6 \frac{d^6 b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^6} + 126994890 \,.\, \alpha^7 \frac{d^7 b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^7}$$

$$+ 2661780 \,.\, \alpha^8 \frac{d^8 b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^8} + 36135 \,.\, \alpha^9 \frac{d^9 b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^9}$$

$$+ 286 \,.\, \alpha^{10} \frac{d^{10} b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^{10}} + \alpha^{11} \frac{d^{11} b^{(18)}_{\frac{1}{2}}}{d\alpha^{11}},$$

$$V^{(1)} = 1336721316193 \,.\, b^{(17)}_{\frac{3}{2}} + 597343564593 \,.\, \alpha \frac{db^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha}$$

$$+ 113532012684 \,.\, \alpha^2 \frac{d^2 b^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^2} + 14830106940 \,.\, \alpha^3 \frac{d^3 b^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^3}$$

$$+ 917289702 \,.\, \alpha^4 \frac{d^4 b^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^4} + 41276214 \,.\, \alpha^5 \frac{d^5 b^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^5}$$

$$+ 1202124 \,.\, \alpha^6 \frac{d^6 b^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^6} + 21852 \,.\, \alpha^7 \frac{d^7 b^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^7}$$

$$+ 225 \,.\, \alpha^8 \frac{d^8 b^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^8} + \alpha^9 \frac{d^9 b^{(17)}_{\frac{3}{2}}}{d\alpha^9},$$

$$V^{(2)} = 2438151198 \,.\, b^{(16)}_{\frac{5}{2}} + 851887981 \,.\, \alpha \frac{db^{(16)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha}$$

$$+ 123791052 \,.\, \alpha^2 \frac{d^2 b^{(16)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^2} + 9696855 \,.\, \alpha^3 \frac{d^3 b^{(16)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^3}$$

$$+ 442190 \,.\, \alpha^4 \frac{d^4 b^{(16)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^4} + 11739 \,.\, \alpha^5 \frac{d^5 b^{(16)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^5}$$

$$+ 168 \,.\, \alpha^6 \frac{d^6 b^{(16)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^6} + \alpha^7 \frac{d^7 b^{(16)}_{\frac{5}{2}}}{d\alpha^7},$$

$$V^{(3)} = 4731447 \,.\, b^{(15)}_{\frac{7}{2}} + 1163365 \,.\, \alpha \frac{db^{(15)}_{\frac{7}{2}}}{d\alpha}$$

$$+ 110950 \,.\, \alpha^2 \frac{d^2 b^{(15)}_{\frac{7}{2}}}{d\alpha^2} + 5130 \,.\, \alpha^3 \frac{d^3 b^{(15)}_{\frac{7}{2}}}{d\alpha^3}$$

$$+ 115 \,.\, \alpha^4 \frac{d^4 b^{(15)}_{\frac{7}{2}}}{d\alpha^4} + \alpha^5 \frac{d^5 b^{(15)}_{\frac{7}{2}}}{d\alpha^5},$$

$$V^{(4)} = 9688 \,.\, b^{(14)}_{\frac{9}{2}} + 1407 \,.\, \alpha \frac{db^{(14)}_{\frac{9}{2}}}{d\alpha}$$

$$+ 66 \,.\, \alpha^2 \frac{d^2 b^{(14)}_{\frac{9}{2}}}{d\alpha^2} + \alpha^3 \frac{d^3 b^{(14)}_{\frac{9}{2}}}{d\alpha^3},$$

$$V^{(5)} = 21 \,.\, b^{(13)}_{\frac{11}{2}} + \alpha \frac{db^{(17)}_{\frac{11}{2}}}{d\alpha}.$$

56. Da tutto ciò, che precede, mi sembra potersi dedurre, e concludere che il metodo ordinario o algebrico, di cui mi sono servito per trattare un argomento sì difficile ed

interessante della teoria delle perturbazioni planetarie, ha il vantaggio di condurre a delle formole analitiche generali e simmetriche, le quali oltre che si possono facilmente estendere, in virtù della legge con cui ho notato procedere i termini di esse, sino a qualsivoglia potenza delle eccentricità e delle inclinazioni delle orbite, trovandosi assegnate in serie di quantità periodiche espresse in funzione esplicita del tempo, riescono anche molto adatte alla determinazione dei termini, mediante i quali si pongono a calcolo le grandi perturbazioni dei pianeti: e che tale metodo, come ben si avvisava il laborioso Burckhardt, e come ho di sopra dimostrato, può eziandio applicarsi ed estendersi alla teoria di Pallade, che val quanto dire alla teoria dei pianeti, di cui l' eccentricità ed inclinazione sono troppo considerevoli. (*)

(*) Vedi *Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France* —Année 1808—Deuxieme semestre pag. 54-55—Paris MDCCCIX.

TAVOLE.

SPIEGAZIONE ED USO DELLE TAVOLE.

Per ottenere col soccorso delle Tavole i valori dei coefficienti $D(\beta,\beta')$ rispetto ad un dato valore di l, non maggiore di cinque, si cerchi nella prima colonna verticale della Tavola, relativa al valore di l, la notazione (β,β') corrispondente alle due quantità β, e β'; si prendano i numeri posti nella stessa linea orizzontale di (β, β'), ed avendo riguardo ai segni da cui essi sono affetti, si moltiplichino respettivamente per le funzioni $P^{(\omega)}$, che trovansi in testa dei medesimi numeri: la somma di questi prodotti, darà il valore di $D(\beta,\beta')$. Così p. e. se si vuole il valore di $D(2,1)$ nel caso di $l=2$, si prenda la Tav. III, ed operando come sopra si è accennato, si avrà

$$D(2,1)=6P^{(0)}+12P^{(1)}+10P^{(2)}+3P^{(3)},$$

ove dovranno sostituirsi i valori, che nella medesima Tavola si sono rappresentati in generale con $P^{(\omega)}$.

Si troveranno della stessa maniera i valori dei coefficienti $K(\beta,q)$ mediante la Tav. VII.

(β,q)	$Q^{(0)}$	$Q^{(1)}$	$Q^{(2)}$	$Q^{(3)}$	$Q^{(4)}$	$Q^{(5)}$	$Q^{(6)}$	$Q^{(7)}$	$Q^{(8)}$	$Q^{(9)}$	$Q^{(10)}$	$Q^{(11)}$
(0,7)								$+7^{7}$		-9.7^{9}		$+55.7^{11}$
(1,7)							$+7^{6}$		-7.7^{8}		$+35.7^{10}$	
(2,7)						$+7^{5}$		-5.7^{7}		$+19.7^{9}$		
(3,7)					$+7^{4}$		-3.7^{6}		$+7.7^{8}$			
(4,7)				$+7^{3}$		-7^{5}		-7^{7}				
(5,7)			$+7^{2}$		$+7^{4}$		-5.7^{6}					
(6,7)		$+7$		$+3.7^{3}$		-5.7^{5}						
(7,7)	$+1$		$+5.7^{2}$		-7^{4}							
(8,7)		$+7.7$		$+7.7^{3}$								
(9,7)	$+9$		$+19.7^{2}$									
(10,7)		$+35.7$										
(11,7)	$+55$											
(0,8)									$+8^{8}$		-10.8^{10}	
(1,8)								$+8^{7}$		-8.8^{9}		
(2,8)							$+8^{6}$		-6.8^{8}			
(3,8)						$+8^{5}$		-4.8^{7}				
(4,8)					$+8^{4}$		-2.8^{6}					
(5,8)				$+8^{3}$		0						
(6,8)			$+8^{2}$		$+2.8^{4}$							
(7,8)		$+8$		$+4.8^{3}$								
(8,8)	$+1$		$+6.8^{2}$									
(9,8)		$+8.8$										
(10,8)	$+10$											
(0,9)										$+9^{9}$		-11.9^{11}
(1,9)									$+9^{8}$		-9.9^{10}	
(2,9)								$+9^{7}$		-7.9^{9}		
(3,9)							$+9^{6}$		-5.9^{8}			
(4,9)						$+9^{5}$		-3.9^{7}				
(5,9)					$+9^{4}$		-9^{6}					
(6,9)				$+9^{3}$		$+9^{5}$						
(7,9)			$+9^{2}$		$+3.9^{4}$							
(8,9)		$+9$		$+5.9^{3}$								
(9,9)	$+1$		$+7.9^{2}$									
(10,9)		$+9.9$										
(11,9)	$+11$											

(β, q)	$Q^{(0)}$	$Q^{(1)}$	$Q^{(2)}$	$Q^{(3)}$	$Q^{(4)}$	$Q^{(5)}$	$Q^{(6)}$	$Q^{(7)}$	$Q^{(8)}$	$Q^{(9)}$	$Q^{(10)}$	$Q^{(11)}$
(0,10)											$+10^{10}$	
(1,10)										$+10^{9}$		
(2,10)									$+10^{8}$			
(3,10)								$+10^{7}$				
(4,10)							$+10^{6}$					
(5,10)						$+10^{5}$						
(6,10)					$+10^{4}$							
(7,10)				$+10^{3}$								
(8,10)			$+10^{2}$									
(9,10)		$+10$										
(10,10)	$+1$											
(0,11)												$+11^{11}$
(1,11)											$+11^{10}$	
(2,11)										$+11^{9}$		
(3,11)									$+11^{8}$			
(4,11)								$+11^{7}$				
(5,11)							$+11^{6}$					
(6,11)						$+11^{5}$						
(7,11)					$+11^{4}$							
(8,11)				$+11^{3}$								
(9,11)			$+11^{2}$									
(10,11)		$+11$										
(11,11)	$+1$											

N.B. I valori dei coefficienti $K(\beta, 0)$, non compresi nella precedente Tavola, e che secondo la formola (7) sono rappresentati dall'integrale definito

$$K(\beta,0)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} 2^{\beta-1}\cos^{\beta} u\,\mathrm{d}u,$$

risultano eguali a zero per β dispari; e per β pari, incluso lo zero, sono somministrati dalle formole

$$K(0,0)=1,\quad K(2\beta,0)=\frac{2.6.10.14\ldots(4\beta-2)}{1.2.3.4\ldots\beta}.$$

La prima ovariotomia in Catania seguita da guarigione.
Memoria del Socio dott. G. CLEMENTI

Prof. ordinario di Clinica Chirurgica
e Medicina operatoria nella R. Università di Catania

letta nella seduta ordinaria del dì 20 Marzo 1881.

Signori, — Il giorno 7 gennajo del 1879 assumendo la direzione della Clinica Chirurgica della R. Università di Catania diceva ai miei discepoli:

« In queste nostre provincie le povere inferme di cisti ovariche non hanno incominciato ad usufruire i vantaggi dell' ovariotomia. Il solo annunzio di una operazione per la quale devesi aprire largamente l' addome atterrisce non solo le pazienti ed i loro parenti, ma diciamolo francamente anche non pochi dei nostri colleghi, i quali sono ancora sotto l' incubo dei pericoli derivanti dall' apertura della cavità peritoneale; e colla massima buona fede sconsigliano le inferme a sottoporsi all' operazione da qualche chirurgo più ardito proposta. »

Dopo non pochi consigli inutilmente dati, mi reputo fortunato di aver potuto ora dimostrare coi fatti, che quei consigli non provenivano da baldanza giovanile, ma da quella ferma e profonda convinzione, che si acquista quando si è stato testimone d' indiscutibili successi, e quando si ha la coscienza di poterli conseguire.

La storia clinica è stata raccolta dal Sig. Antonino Strano distinto allievo della Clinica Chirurgica.

« Domenica Reitano di anni 26 da Nicolosi contadina fu ammessa nella Clinica Chirurgica di questa R. Università il primo giorno del mese di Aprile 1880. È maritata da 9 anni, ha due figli dei quali il maggiore ha 8 anni ed il minore 4. Il medico curante ordinario è stato il D.r Giuseppe Longo. Lo stato della nutrizione è buono, il pannicolo adiposo non è molto spesso, sistema scheletrico e muscolare bene sviluppati. Temperatura della superficie della pelle e delle estremità normale, nessuna eruzione; non presenta edema nè vene varicose. Le mammelle sono mediocremente sviluppate, l'areola mammaria di colorito bruno.

Ispezione e misura dell'addome (17 apr. 1880.)— Il ventre è grosso come in donna a termine di gravidanza, il gonfiore è di forma sferica, protuberante in avanti: i fianchi non sono proporzionatamente distesi.

Sulla pelle si vedono molte linee albicanti e facendo respirare profondamente l'inferma non si osserva nulla che sia degno di nota.

MISURE IN METRI

1. Circonferenza dell'addome a livello della cicatrice ombelicale	M. 1 02
2. Dalla cartilagine ensiforme all'ombelico.	» 0 26
3. Dall'ombelico alla sinfisi pubica . .	» 0 22
4. Dalla spina iliaca a. s. sin all'ombelico.	» 0 29
5. Dalla sp. il. a.s. des. all'ombelico . .	» 0 25

La palpazione risveglia dolori alla regione epigastrica e verso l'ipocondrio sinistro; non si tocca alcuna durezza speciale in tutto l'addome.

Facendo cambiare di posizione l'inferma il tumore si sposta indipendentemente dalla parete addominale anteriore,

come si rileva dal non vedere spostare del pari la cicatrice ombelicale. Dando colle dita dei piccoli colpi sopra un lato del tumore anche attraverso le pareti addominali si vedono distinte le ondulazioni del liquido contenuto. Colla palpazione combinata si percepisce distinta la fluttuazione; la mano applicata sull'addome non percepisce alcuna sensazione di sfregamento. Il tumore non è molto teso.

Colla percussione si delimita l'aja di ottusità del tumore, la quale arriva sulla linea mediana 7 C.^{m} al di sotto dell'appendice ensiforme, a destra 5 e a sinistra 8 C.^{m} al di sopra delle creste iliache lungo le linee ascellari anteriori. Facendo giacere la donna sui fianchi i limiti indicati dell' ottusità si spostano di qualche centimetro.

Eseguendo la percussione sull' ileo, secondo il metodo del Baccelli, al lato sinistro la risonanza è alquanto più ottusa del lato destro.

Esplorazione vaginale — Il collo dell'utero è diretto indietro, non presenta nulla d'anormale, tutto l'utero è mobile e spostabile, e nella cavità della piccola pelvi non esiste alcun tumore.

La mestruazione si manifestò all'età di 15 anni, senza essere preceduta, accompagnata o susseguita da alcun disturbo; continuò in tal modo sino all' età di 23 anni; di allora in poi è stata irregolare, tanto riguardo al periodo della sua comparsa, quanto alla durata; la quale da un anno in quà è stata di 3 giorni; la quantità del sangue poca.

Esame dell' urina — Colorito giallo, odore leggermente ammoniacale, p. s. 1020, quantità in 24 ore 1200 c. c. Cloruri alcalini poco più del normale. Albumina assente. Al microscopio si vedono pochi cristalli di ossalato di calce e di urati.

Organi digestivi cuore e pulmoni sani. Dorme bene in tutte le posizioni.

*

Anamnesi — Nessuna influenza ereditaria, godè sempre ottima salute. Circa 30 mesi addietro dopo uno spavento cominciò ad avvertire dolore intenso alla regione ipogastrica e lombare, che durò 4 giorni; in pari tempo sentiva continuo il bisogno di urinare, emettendo ciascuna volta piccola quantità di urina; per vincere la coprostasi dovevansi praticarle dei clisteri. Queste sofferenze ripeteronsi 4 volte in due mesi; verso il 3° mese negli accessi susseguenti il dolore si estendeva alla regione mammaria sinistra. Verso l' undicesimo mese gli accessi dolorosi erano accompagnati da vomito di poco materiale liquido tinto di bile. Un anno fa la paziente si accorse di una notevole tumefazione al di sopra del pube, che è andata sempre crescendo, gli accessi dolorosi accompagnati sempre da vomito si sono ripetuti a brevi intervalli di 10, 8, 3 giorni.

Le sofferenze hanno afflitto l' inferma durante la sua dimora nella Clinica Chirurgica ed all' Ospedale Vittorio Emanuele; spesso hanno preceduto la mestruazione, la quale però durante questo tempo è stata regolare sia per la sua ricorrenza periodica, come per la sua durata e per la quantità del sangue mestruo. Essendo superfluo il trascrivere tutte le note cliniche prese giornalmente per lo spazio di nove mesi basterà sapere, che durante gli accessi dolorosi l' inferma non ebbe febbre, la quantità d' urina malgrado il continuo bisogno di mingere diminuì qualche volta sino a 500 cc. per giorno, mentre nello stato sano in media ne emetteva 1500 cc. Per calmare i dolori si facevano injezioni ipodermiche di morfina, e quando il sacco cistico era molto disteso si ricorreva alla punzione aspiratrice, che fu praticata sei volte.

Il liquido estratto le prime volte conteneva molti globuli rossi visibili al microscopio più o meno alterati nella loro forma; dalla 3ª punzione in poi il liquido presentava un colorito giallo cedrino. Esaminatone il sedimento al mi-

croscopio non si rinvennero mai elementi morfologici caratteristici.

Il Prof. Fileti ritrovò nel liquido estratto coll' ultima punzione l'esistenza della paralbumina ».

Dopo un esame accurato io pronunziai la diagnosi di: *Cisti uniloculare dell' ovaja sinistra* senza aderenze pelviche, con qualche aderenza parietale in corrispondenza delle punture; e restai indeciso sulla esistenza di aderenze viscerali non avendo argomenti positivi per riconoscerle; le riteneva possibili per i ripetuti accessi dolorosi.

Questo mio giudizio fu allora convalidato dal parere dell' illustre Professore di Clinica medica della R. Università il Cav. Tomaselli, ed avendo la paziente accolta la mia proposta dell' ovariotomia si era stabilito di fare l' operazione verso la fine del mese di Giugno. Dovendo chiudersi la clinica dal Direttore dell' Ospedale V. E. era stata messa a mia disposizione una stanza in quell' Ospedale.

Il giorno 17 di quel mese essendo stato assente per alcuni giorni mi fu detto al ritorno, che l' inferma soffriva da tre giorni dolori acutissimi, che erano cresciuti d' intensità la notte precedente. Visitando la paziente la trovai molto prostrata nelle forze, il polso avea filiforme appena percettibile, la pelle fredda e bagnata di sudore glaciale, nelle 24 ore non avea emesso che 450 cc. di urina.

Osservando l' addome ne trovai del tutto cambiata la forma; i fianchi erano molto più sporgenti del solito, la regione anteriore invece schiacciata e meno prominente di prima.

La palpazione dell' addome riusciva dolorosa, ma non tanto quanto lo faceva supporre la fisonomia molto sofferente dell'inferma. La percussione faceva sentire risonanza timpanica anteriormente ove prima eravi ottusità, ed ai fianchi ove prima era risonanza timpanica trovavasi ottusità completa. Facendo cangiare posizione all' inferma i li-

miti dell' area di ottusità e di risonanza timpanica si spostavano in modo tale da far supporre l' esistenza di una quantità di liquido libero nella cavità addominale. Colla esplorazione digitale si riscontrò depresso il fornice posteriore della vagina in corrispondenza dello spazio del Douglas. Questi fatti furono anche osservati dal Prof. Pajusco, ed entrambi giudicammo essere avvenuta la rottura della ciste per eccessiva distensione delle sue pareti.

Si ordina l' applicazione della vescica con neve sull' addome, senapismi volanti e bottiglie ripiene di acqua calda agli arti inferiori, che erano freddi come marmo, injezioni ipodermiche di morfina, brodi e marsala.

Giorno 18. — Dolore meno intenso tanto all' addome, quanto alla regione mammaria sinistra; aspetto dell' inferma alquanto più rassicurante; continuano però la debolezza e frequenza del polso, da 110 a 128 per minuto, e la dispnea 40 a 52 atti respiratorii p. m. L' addome è ancora elargato ai fianchi; quantità dell' urina nelle 24 ore 1450 cc.; la temperatura mat. 37° C. — sera 38°, 2, (fra questi limiti si è mantenuta nei giorni successivi.

Giorno 20. — Si sospende l' applicazione della neve e dei senapismi; si continuano però le injezioni ipodermiche di morfina, che arrecano all' inferma un gran sollievo.

Giorno 23.—I dolori sono quasi del tutto cessati, oltre i brodi e la marsala si concedono la pastina e qualche pezzetto di carne.

Giorno 6 Luglio.—L'addome ha ripreso la sua prima configurazione; non si può costatare l' esistenza di liquido libero nella cavità addominale, la ciste invece si presenta di nuovo ripiena e ricomincia il dolore. Aspirazione di 312 c. c. di liquido simile al precedente.

18 Luglio. — Distensione della ciste, ricomincia il dolore, aspirazione di 4900 c. c. di liquido; l' accesso si arresta e l' inferma per affari di famiglia ritorna a Nicolosi.

Rientra all' ospedale V. E. il 31 agosto, e racconta di avere sofferto varii accessi di dolore leggero; essendo la ciste abbastanza distesa si estraggono 3900 C. C. di liquido color giallo cedrino, esaminatolo al microscopio non vi si rinviene alcun globulo rosso.

Il 20 ottobre ed il 29 dicembre si fecero altre due punzioni, ne uscì del liquido color giallo cedrino. Dopo ciascuna punzione esaminando l'addome non si potè mai scoprire alcun tumore duro nella cavità del ventre, sebbene la cisti non si vuotasse mai del tutto per l' apposizione di qualche porzione delle sue pareti sull'estremo della canula.

Il giorno 2 dello scorso mese di gennajo alla presenza del corpo sanitario dell' Ospedale V. E. e di una parte degli studenti di Clinica praticai l' estirpazione della cisti ovarica.

Il D.r Capparelli avea l' incarico dell' anestesia, che fu praticata con un miscuglio di due parti di etere ed una di cloroformio. Il prof. Coniglione ed il D.r Carrubba ai lati dell' operanda mi coadjuvarono direttamente nell' operazione; il D.r Amato dovea porgermi gli strumenti.

Fatta un' incisione della lunghezza di circa 10 C.m e arrestata l' emorragia con qualche pinzetta di Pean si presentò la parete della cisti affloscita, di colorito rosso cupo ricchissima di sangue, e con una rete di grosse vene tortuose. Procurai di tirarla fuori senza pungerla, le pareti erano in taluni punti talmente assottigliate che malgrado facessi la trazione con la massima delicatezza si produsse una squarciatura, che chiusi con una lunga pinzetta da emostasia temporanea (Klemmer di Billroth).

Allora infissi il trequarti di Spencer Wells e dopo svuotati un pajo di litri di liquido tirai fuori tutto il sacco cistico, che non avea aderenze nè colle pareti addominali, nè colla pelvi. La tromba di Falloppio aderiva però così tenacemente alla parete cistica, che non riuscendomi di sepa-

rarla in tutta la sua estensione fui costretto a reciderla in mezzo a due legature di cat-gut strette vicino l' estremo uterino. Il peduncolo era reso cortissimo dalle aderenze al medesimo di alcune anse intestinali, in guisa che mi riuscì non poco fastidiosa l' applicazione del clamp circolare di S. W.; asportata la cisti, applicai del cotone al percloruro di ferro sulla superficie del moncone; avrei voluto fissare all' angolo inferiore della ferita il peduncolo; ma per la sua brevità, e più per le aderenze verso l' alto fui costretto a lasciarlo all' angolo superiore. Fatta la pulizia della cavità peritoneale per mezzo di spugne asettiche applicai cinque punti di sutura profonda e cinque punti superficiali, introdussi un tubo a drenaggio dall' angolo inferiore della ferita sino al fondo della piccola pelvi, e medicata l' inferma alla Lister l' operata fu trasportata nel suo letto ben caldo.

La durata dell' operazione dalla incisione della parete addominale alla estirpazione della cisti fu di 25 minuti.

DIARIO

1. giorno.—L' inferma è agitata ed irrequieta; dopo 1/2 ora dall' operazione injezione di 2 cent. di morfina.

Ore 8 p. m. T. 37. 8, P. 104. R. 32 continua l' inquietitudine; ha leggera propensione al vomito, ma non ha vomitato.

Si vuota la vescica per mezzo del catetere.

2. giorno—Mattina. T. 36. P. 100. R. 32.

Sera T. 38. P. 120. R. 32.

Ha passato la notte senza poter dormire; il dolore all' addome è stato insignificante; intensissimo però quello sviluppatosi alla regione mammaria sinistra, che si estendeva anteriormente sino all' appendice ensiforme, e posteriormente sino alla colonna vertebrale dello stesso lato; nessun alleviamento hanno procurato tre injezioni ipoder-

miche di morfina. Durante il giorno la leggera dolentia all' addome è cessata, i dolori al petto si ripetono di tanto in tanto per la durata di un quarto d' ora. Ha conati di vomito ma non giunge a vomitare; stimolo di urinare, e si introduce parecchie volte il catetere. Al precordio si fanno bagnature di acqua di Lauroceraso e Laudano di Sydenham, limonea vegetale; si sospende la pozione d' idrato di cloralio perchè aumenta gli sforzi del vomito.

Ore 4 p. m. 1ª medicatura — la garza è intrisa di poca quantità di liquido siero-sanguinolento; i margini della ferita sono a mutuo contatto, il moncone del peduncolo comincia ad indurirsi; il ventre poco disteso ; si rinnova la medicatura nello stesso modo della volta passata.

3. *giorno.* — M. T. 37. 5 P. 100, R. 30 — S. T. 37, 6. P. 108, R. 26.

Nel corso della notte ha sofferto quattro accessi di dolore al petto, nessun dolore all' addome. Durante il giorno il dolore è stato mite, affanno cessato, stimolo di urinare diminuito. La fisonomia della paziente è più tranquilla. 2ª Medicatura; come il giorno precedente.

4. *giorno.* — M. T. 39 P. 128. R. 33.
S. T. 38 P. 104. R. 26.

Ha avuto un solo accesso dolorifico, che si calma coll' injezione ipodermica di morfina ; ha dormito quindi per buona parte della notte. Continua a bere sola limonea vegetale.

Avendo avuto sei evacuazioni di feccie molto liquide si somministra una pozione oppiata. Leggero dolore dell' addome che non cresce sotto la pressione — 3ª medicatura: poco siero sanguinolento, il moncone è duro come cuojo.

5. *Giorno.* — M. T. 36,5 P. 100, R. 22.
S. T. 38,1 P. 114, R. 26.

Durante la notte ha sofferto varî accessi di dolore al petto, ma fra l' uno e l' altro ha potuto dormire; verso le

3 a. m. si manifesta la mestruazione con poca quantità di sangue.

Mattina. — Il dolore all' addome sebbene lieve è più risentito del giorno precedente, e i muscoli addominali sono alquanto tesi. La fisonomia è però buona, sete diminuita, polso piccolo; l' inferma sente appetito e le si concede qualche sorso di brodo leggero.

4. medicatura. — Nessuna secrezione, in corrispondenza del tubo a drenaggio la tela appena umida, la ferita è tuttora riunita e non ha prodotto marcia.

6. Giorno. — M. T. 38,2 P. 108 R. 28.
S. T. 38,5 P. 100 R. 28.

Notte. — La quantità del sangue mestruo aumentata; i ripetuti accessi di dolore al petto, e la dolentia e tensione all' addome non l' han fatto dormire.

Mattina. — Continuano i dolori, sebbene più miti; prende 100 grammi di latte allungato con acqua calda, continua a prendere il brodo; 5ª medicatura; ferita ancora riunita, poco pus dal tubo a drenaggio.

7. Giorno. — M. T. 38 P. 100 R. 24.
S. T. 38 P. 106 R. 24.

Ha passato la notte tranquillamente.

Mattina. — All' addome non avverte più dolore, nè tensione; mestruazione cessata; nel corso del giorno non si è lagnata di alcun disturbo; ha avuto una evacuazione regolare; ha urinato senza bisogno d' introdurre il catetere; si sospende il latte perchè non ben tollerato; prende solo brodo.

8. Giorno M. T. 37 P. 88 R. 24.—S. T. 38, 1.

Non ha dormito per i dolori al petto e al ventre.

Queste sofferenze cessano la mattina e passa il giorno tranquillamente. Pane in brodo, pollo, marsala—6ª med. si rimuove un punto di sutura profonda; poco pus e sangue al disotto del clamp.

9. Giorno M. T. 37 P. 92 R. 28 — S. T. 37, 5.

Notte — soliti dolori al petto e al ventre; ha avuto una evacuazione regolare.

Mattina — l'inferma non avverte alcun dolore, si sente bene; non vuole più brodo e si somministra del pollo con poco pane e marsala—7ª med. si rimuovono altri due punti di sutura, spostando alquanto il clamp escono circa 10 gram. di pus.

10. Giorno M. T. 37 P. 88. R. 20 — S. T. 37, 6.

Notte e giornata passate tranquillamente. Verso sera avverte un brivido di freddo leggerissimo e di breve durata—8ª med. si tolgono altri due punti di sutura; il tubo a drenaggio sporge oltre la ferita e se ne tagliano circa due centimetri.

12. Giorno T. 37.

Leggero dolore al petto ed all'addome—10ª med. si rimuove un altro punto di sutura; si taglia un'altra porzione di tubo; poca quantità di pus al disotto del clamp e dal punto dove la cute non è perfettamente riunita, e intorno al tubo.

Vitto: latte la mattina; pastina in brodo ed un uovo al mezzogiorno, niente la sera.

13. e 14. Giorno—In questi due giorni nulla di rilevante; sono state fatte delle injezioni ipodermiche di morfina per calmare qualche accesso di dolore.

15. Giorno—Si rimuove del tutto il tubo a drenaggio cade spontaneamente il clamp. Vi sono tre punti di suppurazione, uno all'estremo inferiore della ferita corrispondente al sito del drenaggio, un secondo nel mezzo per mancata riunione della pelle, ed un terzo all'estremo superiore ove fu fissato il peduncolo, e dove si vede una superficie granulante a forma d'imbuto.

Dal 18 al 21 giorno le superficie suppuranti si restringono sempre più; si sospende l'uso della tela antisettica,

che ha suscitato un leggero grado di dermatite; si continua la medicatura con cotone ordinario.

Al 20° giorno l'operata comincia a levarsi da letto con permesso regolare, poichè alquanti giorni prima avea cominciato ad alzarsi all'insaputa del professore. Lo stato generale è ottimo; è molestata ancora da qualche accesso doloroso, specialmente in seguito all'uso di cibi farinacci.

Dal giorno 27° in poi non si prendono più note giornaliere; l'operata è andata sempre migliorando nella nutrizione, sebbene abbia avuto di tanto in tanto qualche accesso doloroso di poca intensità. »

Essendo l'operata priva dei mezzi di sussistenza, ed essendo il clima di Nicolosi, suo paese nativo, rigidissimo nel mese di Febbrajo, stimai conveniente farla rimanere in Clinica qualche mese di più. Prima di essere licenziata il giorno 4 marzo 1881 presentai agli studenti nella sala delle lezioni l'operata perfettamente guarita e ben nutrita nelle seguenti condizioni:

La cicatrice è lineare posta sulla linea mediana, della lunghezza di 7 Cm. distante 45 mm. dal margine superiore della sinfisi pubica, e 3 Cm. dalla cicatrice ombelicale; si può spostare abbastanza dalle parti sottostanti. Il collo dell'utero si mantiene tuttora diretto indietro.

La diminuzione di volume del ventre si può dedurre dal paragone delle misure prese prima e dopo l'operazione.

MISURA IN METRI	DATA	
	17 aprile 1880	4 marzo 1881
1. Circonferenza dell'addome a livello dell'ombelico .	1, 02	0, 80
2. Dalla cartilagine ensiforme all'ombelico	0, 16	0, 16
3. Dall'ombelico alla sinfisi pubica	0, 22	0, 15
4. Dalla spina iliaca ant. sup. destra all'ombelico .	0, 25	0, 17
5. Dalla sp. il. ant. sup. sin. all'ombelico	0, 29	0, 17

Illustri Accademici

Mi reputo abbastanza fortunato di potervi presentare contemporaneamente la Cisti estirpata, e la donna che per tanti anni la portò e nutrì nel suo seno.

Non poche considerazioni dovrei io fare intorno a questa notevole operazione; ma spero di potere un'altra volta intrattenere questa rispettabile Accademia sullo stesso argomento prendendo occasione da un'altra operazione, che dovrò eseguire fra non guari.

Ricerche Chimiche sui depositi di tufi vulcanici nella provincia di Salerno del Dott. LEONARDO RICCIARDI.

Memoria presentata nella seduta ordinaria del dì 3 Luglio 1881.

La Provincia di Salerno confina ad Ovest con quella di Napoli, ed i punti che marcano tale divisione sono: Scafati ad Ovest, il Monte Tore Sant' Angelo della foce a Nord Ovest ed il Monte Caprile sopra Angri a Sud Ovest. Tutto il terreno che è compreso tra il Monte Tore, Scafati e Monte Caprile può essere considerato come di recente formazione mentre a poca profondità si rinvengono strati di detriti vulcanici.

Benchè le montagne che formano una specie di barriera tra la Provincia di Salerno e l'Agro Napoletano, appartengono al Calcareo Appenninico in tutta la loro estensione, sono però, dalle vette ai piedi, ingombrate da materiale vulcanico.

Il terreno che ha sovracoverti i detriti vulcanici che sono compresi nelle pianure di Sarno e Nocera si deve considerare come dianzi ho detto di formazione recente.

Il materiale vulcanico in alcuni punti col successivo raffreddamento per la pressione e per l'acqua, da incoerente si rese coerente e formò così i banchi di tufo.

Di tufi vulcanici se ne rinvengono non solo nel sito testè citato e in altri punti dei dintorni di Salerno che sa-

ranno indicati nella Carta Chimico-Geologica che mi son proposto pubblicare, ma in tutti i campi Flegrei e nella Provincia di Caserta e di Avellino non escluse le isole di origine vulcanica che sono comprese nel golfo di Napoli.— Nella provincia di Salerno la formazione tufacea in alcuni punti è molto rilevante. — Or i depositi i più considerevoli si trovano compresi tra il Castello di Roccapiemonte e San Severino.

A piè del Castello di Roccapiemonte vi sono 2 cave di tufi che sono usitatissimi nella Provincia per la costruzione di fabbriche e case.—Oltre le 2 cave citate, io credo che tutto il sottosuolo del paese debba essere tufaceo; infatti mentre le 2 sono al principio, in fondo a Roccapiemonte e propriamente accanto alla proprietà Granozio ve n'è una altra. Arrogi che non è molto che nei dintorni di Roccapiemonte ve n' erano parecchie, ma furono esaurite. — A pochi chilometri dalla Rocca tra Sant' Angelo e San Severino, nel sito detto *La Costa* vi sono altre 2 tufare.

Questi depositi di materiali vulcanici è indiscutibile che provengono dall' ignivome Monte che nell' eruzione del 79 dell' êra volgare seppellì le città di Stabia, Pompei ed Ercolano.

A quale delle eruzioni del Vesuvio si devono addebitare tali materiali? Siccome il tufo nelle succennate località si trova ad un metro circa sotto lo strato di terreno coltivabile io credo che possa attribuirsi alla tremenda eruzione Vesuviana del 79.

Nè credo che questa asserzione possa essere creduta gratuita, stantecchè il Vesuvio nell' epoca Greco-Romana figurava come un vulcano estinto.

Del resto se i detriti vulcanici del 79 seppellirono le 3 città sopra citate potevano benissimo formare un deposito in quella specie di forche caudine dove non oltrepassa lo spessore di 25 metri, quantità che si rinviene in Rocca-

piemonte ed in altri paesi i quali sono a pochi chilometri distanti dall' ignivome Monte.

Pure Hamilton dice che la massa accumolata di diverse sostanze sopra Ercolano, spesso raggiunge i 34 metri e non è mai inferiore a 21 metri. (1) Accennavo dianzi che la formazione tufacea si trova sotto uno strato argillo-calcareo (perchè il terreno ripete la sua origine ai monti circostanti) profondo circa un metro.

In venti secoli circa io credo che con la continua degradazione delle rocce possa formarsi uno strato di terreno di quasi un metro — Questo , secondo me , pare il modo più attendibile; del resto il chiarissimo Prof. Ponzi che recentemente si è occupato dei tufi romani riassumendo tutti i lavori fatti fin oggi su quei depositi di detriti vulcanici, così scrive:

« 1. Il giudizio dato prima di tutti gli altri al principiar del corrente secolo dai celebri vulcanologi Brocchi e Breislak, i quali considerata la potenza, forma e giacitura orizzontale, proclamarono i nostri tufi vulcanici essere stati trasportati e sedimentati dalle acque di un mare agitato.

« 2. Quello del Marchese Lorenzo Pareto che pensò di attribuire lo spandimento dei tufi al moto ondoso d'un gran lago come deposizioni d' acqua dolce ; opinione avvalorata dai fossili raccolti dal Mantovani.

« 3. L' origine subaerea, dell'ab. Rusconi di Monticelli che dice essere i tufi costituiti da lapilli e ceneri trasportati dai venti impetuosi sotto forma di piogge cadute sopra un suolo emerso ed asciutto.

« 4. Finalmente l' opinione del Capitano Verri che riconosce nelle regioni circostanti al cono Cimino, tanto gli spandimenti sottomarini, quanto le correnti fangose traboc-

(1) Hamilton-Observations sur le Mont Vèsuve, pag. 94, Londres 1774.

cate dai crateri nel seno dell' atmosfera e corse in secco a causa delle oscillazioni sismiche del suolo (1).

Dopo ciò a pag. 13 ed in seguito ad una diligente critica che fa a tutte le teorie precennate conclude: *Non potrei che confermare l' origine sottomarina dei nostri tufi.* — Però nelle conclusioni scrive:

« Le condizioni del mare che rimescolava tali materie si trovarono così contrarie alla vita degli esseri abitatori delle acque salse che i tufi stessi mancano affatto della loro propria fauna e flora, ma solamente contengono quei fossili che vennero condotti ivi dalle piene dei fiumi scaricantisi nel gran golfo. »

Per le speciali condizioni in cui si trovano i tufi della Prov. di Salerno, come ho detto innanzi vado ascritto tra i seguaci del defunto Rusconi, mentre confesso che avea già scritto il presente lavoruccio quando ebbi la fortunata occasione di prendere cognizioni dal dotto lavoro del Prof. Ponzi.

Quindi lasciando i tufi di Roma e rispettando le idee del chiarissimo Prof. Ponzi, dico che non le divido trattandosi di considerare i nostri tufi, mentre ammetto che possono essersi formati contemporaneamente degli accumolamenti tufacei sulla terra asciutta, dei sedimenti d'immediata dejezione vulcanica in mare (2). Ricordo ancora che se nei tufi romani il Mantovani rinvenne dei fossili in quelli dei dintorni di Pompei, l' illustre Ehremberg nel 1844-45, comunicò alla reale Accademia di Scienze di Berlino che costavano quegli strati di cenere e di pomice per la massima parte d'origine organica.—Darwin pure trovò nei

(1) G. Ponzi — I Tufi vulcanici della Tuscia Romana, loro origine, diffusione ed età—memoria estratta dagli atti della R. Accademia dei Lincei— Vol. IX — 1881.

(2) A. Stoppani — Corso di Geologia—Vol. III pag. 382, Milano 1873.

tufi della Patagonia dei detriti di animalucoli marini. — Ora come si spiega la presenza di reliquie organiche nei strati di tufi di Pompei, quando si sa che dopo il 79 sulla disgraziata città non vi fu nè mare nè lago? In questo caso come in moltissimi, si ha una riconferma alla teoria del Bembo il quale nel secolo XVI ammise che il mare potesse essere in comunicazione coi vulcani. — Sostengo che i tufi nella Prov. di Salerno furono depositati su terreno emerso, ed una prova lampante, la dànno quelli dell' Irno che in alcuni punti sono scoperti e quelli di Roccapiemonte, stantecchè a partire dal suolo coltivabile a circa un metro di profondità si rinviene la formazione tufacea che continua così fino a circa 25 metri; dopo viene uno strato di tufo grigio fragile di circa 1 metro e mezzo. — Dopo questo un altro strato di tufo di circa 1 metro e mezzo ma non è compatto. Sotto questo strato si rinviene nuovamente della terra coltivabile oppure acqua. — Quindi trovandosi oltre sotto lo strato di detriti vulcanici della terra coltivabile, vuol dire che questi si depositarono sulla terra già formatasi in quell' epoca.

Il deposito tufaceo ch' è compreso tra Roccapiemonte e San Severino è giallo, a grani piuttosto grossi.—In massa è compatto, discretamente omogeneo ma spesso nella massa si rinvengono dei pezzi di lapilli giallognoli i quali per la loro natura fragili e spugnosi, facilmente si rompono lasciando dei vuoti. Il tufo è discretamente duro ma si lascia scalfire dall' unghia.—Polverizzato è di color lanchè chiaro, per l' azione del calore, la tinta passa al Terra di Siena dorata. — Non è attirato dalla calamita, fonde al dardo del cannello ferruminatorio in un vetro verdastro opaco, omogeneo attirato dalla calamita. Con gli acidi minerali a caldo è particolarmente decomposto con leggiera effervescenza.

Peso Specifico.

Preso col picnometro = 1, 67 a + 20 C.

Composizione Chimica del tufo giallo

SiO^2		63, 14
Fe^2O^3	(tracce di Mn)	4, 10
FeO		0, 76
Al^2O^3		17, 34
CaO		5, 91
MgO		2, 57
Ph^2O^5		0, 09
Cl		tracce
K^2O		3, 89
Na^2O		1, 58
		99, 38.

Acqua 18, 25 %

Oltre i depositi di tufi gialli che si trovano in Roccapiemonte ed in altri punti, a Fiano e proprio all' imboccatura di una galleria che si trova sulla strada ferrata che porta a Sarno, abbiamo un deposito di tufo grigio compattissimo tanto che percorso con un pezzo d'acciaio emette scintille.

Nella massa di questo tufo vi sono delle cavità in cui si osservano dei pezzi di lapillo di color nero quasi vetrificati come pure la massa è cospersa di frammenti di *Augite* e di grande quantità di *Leucite*.

Questo giacimento non deve considerarsi come eccezionale per la sua compattezza perchè in alcune eruzioni si è verificato che il materiale eruttato caduto sull' istesso Monte Vesuvio tormentato dal calore invece di restare incoerente s' indurì a segno , come si verificò nell' Ottobre del 1822, che cadute abbondantissime acque nel giorno 26 e successivi, queste non essendovisi potuto infiltrare cagionarono forti alluvioni nei bassi dintorni.

Il tufo di Fiano non solo viene adoperato per la costruzione di case e fabbriche ecc. ma per la sua durezza

tagliato in spesse lastre viene adoperato per scalini e mensole di balconi.

Il tufo finamente polverizzato è attaccato dagli acidi minerali parzialmente senza accenno di effervescenza.—La polvere esposta al dardo del cannello fonde in un vetro bianco sporco, attirabile dalla calamita.

Peso specifico

Preso col picnometro = 2, 27 a + 20°C.

Composizione chimica del tufo di Fiano.

SiO^2		62, 62
Fe^2O^3	(Tracce di Mn)	0, 75
FeO		4, 30
Al^2O^3		17, 34
CaO		3, 23
MgO		1, 05
Cl		tracce
Ph^2O^5		0, 19
K^2O		8, 34
Na^2O		2, 03
		99, 85

Acqua 2, 34 %

Un altro deposito si rinviene nella valle dell' Irno a pochi Chilometri da Salerno nella contrada *Pontefratta.*

Questo deposito di tufi come quelli di Roccamonfina è di color grigio grana fina, omogeneo e fragile tanto che con l'indice e il pollice si possono staccare dei pezzi dalla massa e polverizzarli.

Il giacimento tufaceo nella Valle dell'Irno, è a banchi paralleli all' orizzonte e costituiscono una specie d'imbottitura tra 2 strati di terreno argillo-calcareo.

In talune parti come sulla strada che porta ad Ogliara,

sono i tufi così superficiali, che il suolo vegetale è mera opera dei loro detriti.

Il burrone che precede Matierno particolarmente presenta fatti importanti a questo riguardo.

Quantunque sia fragile pure l'adoperano per la costruzione delle case.

Nella massa del tufo dell'Irno raramente si rinvengono frammenti di Augite, contiene una minore quantità di Leucite del tufo di Fiano ma più di quelli che si rinvengono nei tufi della rocca.

La polvere di questo tufo, è leggermente attirata dalla calamita; fonde in vetro oscuro fortemente attirato dalla calamita.

Gli acidi minerali l'attaccano senza effervescenza, parzialmente la polvere del tufo.

Densità

Presa col picnometro=2, 07 a + 20°C.

Composizione chimica del tufo dell' Irno.

SiO^2		61, 81
Fe^2O^3	(tracce Mn)	1, 44
FeO		3, 80
Al^2O^3		19, 86
CaO		3, 7
MgO		1, 55
Cl		tracce
Ph^2O^5		0, 24
K^2O		5, 73
Na^2O		1, 78
		99, 28

Acqua 1. 02 °/₀

Laboratorio Chimico dell' Istituto Tecnico
di Catania — Novembre 1881.

Sulla composizione chimica di alcune Marne Argillifere di Ogliara (Provincia di Salerno) Ricerche di L. RICCIARDI

Memoria presentata nella seduta ordinaria del dì 22 *Gennaio* 1882.

Alle falde del monte Stella e propriamente nella contrada denominata Rufoli presso Ogliara Provincia di Salerno, nella proprietà Sorriente ed altre finitome, si rinvengono grandi depositi di marna, che volgarmente dicono *creta.*

La marna in quel posto si trova stratificata orizzontalmente e gli strati non oltrepassano la spessezza di cinquanta centimetri — Essi sono alternati da altri strati di marna compatta e dura spessi solo due o 3 centimetri.

In quella località, di marne se ne rinvengono di 2 qualità ; la marna gialla che viene adoperata di preferenza per fabbricare tegole e mattoni, e la turchina che viene adoperata dai fabbricanti di piatti ed altri oggetti di usi domestici.

La marna dèi Rufoli è ottima per la fabbricazione dei mattoni e tegole, perchè nella massa non si rinvengono pezzi di rocce silicee, nè ciottolini di calcare o frammenti di gesso — Ciò è molto rilevante stantecchè se per caso nella marna si fossero rinvenuti dei pezzi silicei, questi avrebbero causato la rottura dei mattoni cotti poichè essi per l'azione dell'alta temperatura aumentano di volume,

mentre si sa che l' argilla si contrae — Come pure se vi si rinvenissero pezzetti di carbonato di calce o di gesso, questi mentre diminuirebbero di volume per l' azione dell' elevata temperatura, i mattoni e le tegole non risulterebbero di buona qualità, perchè esposti all' aria assorbendo l' umidità e l' anidride carbonica aumenterebbero di volume causando la rottura dei suddetti materiali che sono usitatissimi per le costruzioni. — L' analisi qualitativa delle marne non diede indizio della presenza di solfuri, e questo fatto dinota dippiù la buona qualità del materiale, perchè le marne piritose sono poco adoperate per la fabbricazione dei mattoni e tegole.

Estratta la marna che nei Rufoli e quasi a fior di terra, la polverizzano, poscia la stacciano per eliminarne i detriti di rocce estranee ; in seguito la stemperano nella acqua la raccolgono colle mani e ne fanno tanti piccoli cumuli, i quali vengono esposti all'azione del sole — Quando la marna ha perduta per la massima parte l' acqua, ma si conserva ancora pastosa, la spalmano sulle forme di legno che sono quadrate o romboedriche a secondo gli usi a che deve servire il materiale — Foggiati i pezzi, li espongono al sole per alcuni giorni, finchè non siano perfettamente essiccati, poscia li accatastano in un forno così detto *a calce*, e li lasciano per circa 24 ore all' azione del calore prodotto dalla combustione delle legna, li lasciano poi raffredare per sei o sette giorni e dopo ciò si mettono in commercio i mattoni o tegole cotti.

Marna gialla.

La dicono gialla perchè il ferro che in essa si rinviene è quasi tutto ossidato al massimo.

Trattata con acido cloridrico diluito se ne scioglie una quantità corrispondente al 32, 25 $^0/_0$.

Le sostanze sciolte nell' HCl diluito constano per la massima parte di carbonato di calce con discreta quantità di magnesia e tracce di ferro, di allumina, di solfati e fosfati.

Composizione centesimale.

Acqua a + 120° C	2, 64
Argilla (parte insolubile nell'HCl)	67, 65
Carbonato di Calcio	22, 16
Carbonato di Magnesio	6, 64
$Fe\ ^2O^3$, Al^2O^3, SO^3, Cl, Ph^2O^3	0, 91
	100, 00.

Densità

Presa col Picnometro = 2, 412 a + 18° C.

Composizione complessiva della Marna gialla.

$Si\ O^2$	42, 87
CO^2	14, 61
Ph^2O^5	0, 36
SO^3	0, 15
Cl	tracce
Fe^2O^3 (tracce di Mn)	4, 96
FeO	0, 81
Al^2O^3	15, 61
CaO	13, 85
MgO	3, 33
K^2O	0, 16
Na^2O	0, 07
H^2O	2, 64
	99, 42

Marna turchina

In questa marna il ferro si rinviene per la massima parte allo stato ferroso, trattata come la marna gialla con

l' acido cloridrico diluito, per ogni 100 parti se ne sciolsero 32, 89.

Nella soluzione rinvenni le stesse sostanze enumerate nel riportare l' analisi della marna gialla.

Composizione centesimale.

Acqua a + 120° C	4, 34
Argilla (parte insolubile nell' HCl)	67, 11
Carbonato di Calcio	20, 65
Carbonato di Magnesio	2, 51
FeO, Al^2O^3, SO^3, Ph^2O^5	5, 39
	100, 00

Densità

Presa col picnometro = 2, 491 a + 18°C.

Composizione complessiva della marna turchina.

SiO^2	44, 85
CO^2	13, 47
Pl^2O^5	0, 47
SO^3	0, 23
Cl	tracce
FeO	4, 76
Fe^2O^3 + Mn	0, 89
Al^2O^3	13, 86
CaO	14, 78
MgO	2, 65
K^2O	0, 24
Na^2O	0, 13
H^2O	4, 34
	100, 67

Strato alterno

Lo strato alterno che si trova tra gli strati delle marne argillifere, è molto compatto ed ha un colore ferruginoso—

Questa sostanza venne trattata in modo identico alle marne ed eccone la sua composizione centesimale.

Acqua a + 120° C	0, 87
Argilla (o parte insolubile nell'HCl)	68, 79
Carbonato di Calcio	21, 86
Carbonato di Magnesio	2, 70
Fe^2O^3, Al^2O^3, SO^3 Ph^2O^5	5, 78
	100, 00

Densità

Presa col picnometro = 2, 589

Composizione complessiva

SiO^2	48, 34
CO^2	13, 07
Ph^2O^5	0, 19
SO^3	0, 09
Cl	tracce
Fe^2O^3 + Mn	5, 42
Al^2O^3	16, 13
CaO	13, 68
MgO	1, 72
K^2O	0, 07
Na^2O	0, 04
H^2O	0, 87
	99, 62

Mattone

Come ho detto nel principio di questa breve nota che la marna gialla viene adoperata per lo più per la fabbricazione dei mattoni, presi pure un pezzo di mattone fabbricato sul luogo e lo analizzai ed eccone la sua composizione.

Densità

Presa col picnometro = 2, 316 a + 18° C

Composizione chimica del mattone

SiO^2	53, 81
Ph^2O^5	0, 41
SO^3	0, 12
Cl	tracce
Fe^2O^3 + Mn	8, 05
Al^2O^3	17, 58
CaO	15, 80
MgO	4, 12
K^2O	0, 19
Na^2O	0, 13
	100, 21

È vero che la marna argillosa dei Rufoli facile trova impiego nei dintorni di Salerno, perchè l'adoperano come materia prima le fabbriche di piatti ed altri oggetti in Vetri sul mare e Cava dei Terreni, tanto più che non costa che 50 centesimi al quintale presa in sito—Questa marna però potrebbe rendere utili servizii all' agricoltura, adoperandola per emendare e marnare i terreni, e non sono pochi quelli della provincia di Salerno che ne avrebbero bisogno.

La composizione chimica fa rilevare che per la quantità di sfosfati ed alcali che in esse si rivengono, introdotte in altri terreni poveri di tali sostanze, riuscirebbero come fertilizzanti, ed una prova della fertilità di queste marne ce la danno i terreni dei Rufoli, i quali ne constano per la massima parte e sui quali prospera bene dal frumento alla vite.

Dalle ricerche microscopiche eseguite dal Prof. Ora-

zio Silvestri « risulta che una delle marne, quella di colore « giallastro della contrada Rufoli è molto fossilifera, l'altra « che è più turchiniccia e che porta le indicazioni di Con- « trada Rufoli presso Ogliara è povera assai di fossili ma « non ne manca — In ambedue, i fossili che vi si trovano « sono microscopici e della classe dei Rizopodi.

Le specie che vi ho trovato nei piccoli saggi ricevuti « sono qui appresso notate — nella marna giallastra.

« Orbulina universa	D'Orb
« Globigerina bulloides	id.
« » helicina	id.
« Hodosaria longicanda	id.
« Rabulina cultrata	id.
« » calcar	id.
« Dentalina Cristallina	Silv
« » raphanistrum	Silv
« Rulimina costata	D'Orb
« Rotilina sp ?	
« Iextularia sp ?	

Nella marna turchiniccia

« Vaginulina legumen	D'Orb
« Orbulina universa	id.
« Globigerina bulloides	id.

« Tutte queste specie sono caratteristiche delle marne « subapennine o plioceniche e appartengono a depositi di « mare assai profondo. »

Sopra una Lignite e alcuni scisti bituminiferi, di Giffoni, Valle e Piana (Provincia di Salerno)

Ricerche chimiche del Prof. LEONARDO RICCIARDI.

Memoria presentata nella seduta ordinaria del dì 22 Gennajo 1882.

Il combustibile fossile che si rinviene nei dintorni di Giffoni Valle e Piana, era più conosciuto nel secolo scorso che ai tempi nostri, tanto è vero che gli scrittori che attualmente si occupano della geologia del nostro paese non ne fanno menzione. (1)

Io dirò succintamente del combustibile e dei scisti-calcarei-magnesiaci-bituminiferi, perchè il mio obbiettivo è quello di occuparmene dal punto di vista chimico, dare cioè la composizione centesimale dei scisti, ed il potere calorifico della Lignite la quale potrebbe utilmente essere adoperata dalle diverse fabbriche del Salernitano.

Se però v'è qualcuno che vuol approfondire le sue idee su tale proposito, può consultare con molto profitto le dotte memorie presentate dal compianto Prof. Oronzio Costa alla Reale Accademia di Napoli nella seduta del 4 Dicembre 1858, e l'altra presentata al R. Istituto d'Incoraggiamento il 4 Febbraio 1864.

---

(1) Omboni — Geologia dell'Italia — pag. 348. Milano 1869. Parlando della Valle di Giffoni, si limita a dire: *esistono pure degli scisti e dei calcarei neri con pesci fossili.*

Il Prof. Costa nelle sue memorie espone con molta dottrina le sue vedute geologiche su quelle contrade, e si occupa diffusamente di alcune scoperte di pesci fossili da lui fatte. Egli non solo parla di alcuni strati di lignite già descritti fin dallo scorso secolo, ma si occupa eziandio di un altro deposito di carbon fossile da lui scoperto nella valle del Cerasuole che si trova al fianco del monte Pettine, e che lui descrisse come deposito di Litantrace. Ho fatto tutte le premure possibili per avere dei campioni del deposito di combustibile fossile scoperto dal Costa, tanto più per aver agio di studiarlo dal lato chimico e poter confermare quando il dotto professore asserì, perchè in generale si ammette dalla pluralità dei nostri geologi che in Italia non si rinviene vero litantrace, ma disgraziatamente non mi è riuscito procurarmene.

Mi rivolsi pure al Sindaco di Giffoni Valle e Piana, perchè si compiacesse farmene spedire dei campioni, ma oramai essendone passato molto tempo ho deposto il pensiero di riceverli.

Con la presente memoria mi occupo di un campione di lignite colà raccolto dal Costa, e gentilmente favoritomi dall' egregio Signor Cav. F. Napoli Presidente della Reale Società Economica di Salerno, come pure colgo questa occasione per rendere sentiti ringraziamenti alla squisita cortesia del Prof. Guiscardi, il quale mi favorì dalla sua collezione due campioni di scisti bituminiferi, che uniti alla lignite formano oggetto delle mie ricerche.

La lignite che si rinviene stratificata tra quelle rocce calcaree magnesifere che formano il monte Pettine poco lontano da Giffoni, è compatta di color nero lucente in alcuni punti, a frattura concoide, ricchissima di bitume ; infatti bruciandola si rigonfia per circa 6 o 7 volte il suo volume, ed il gas che si sprigiona forma una fiamma lunga molto fuliginosa, basta bruciarne una piccola quantità per-

chè dopo pochi istanti l' ambiente in cui si è eseguita la combustione sia pieno di fiocchi di nero fumo — La grande quantità di sostanze bituminose contenute nella lignite, io credo debba attribuirsi per la massima parte alla decomposizione delle sostanze organiche animali.

Sprigionatisi i gas e le sostanze bituminose, resta la massa rigonfiata (coke), nera, lucida che brucia a contatto dell' aria finchè non si sia consumato tutto il carbonio fisso, lasciando in ultimo le ceneri biancastre.

Composizione centesimale.

Acqua a + 115° C.	1, 16
Sostanze volatili	55, 45
Carbonio fisso	10, 55
Ceneri compresa l' CO^2	32, 84
	100, 00

Piombo ridotto col metodo Bertkier grammi 18, 47
Corrispondente a calorie 4095.

Densità

Presa col picnometro a + 16° C = 1, 25.

Composizione complessiva della lignite

CO^2	7, 28
Ph^2O^5	1, 03
SO^3	9, 30
Cl	tracce
$Fe^2O^3 + Al^2O^3$	2, 02
CaO	7, 05
MgO	4, 12
Alcali	tracce
Parte insolubile nell'HNO^3	2, 04
Acqua, sostanze volatili e carbonio fisso	67, 16 differenza.
	100, 00

I due campioni di scisti calcarei-magnesiferi-bituminosi, uno contiene una maggiore quantità di bitume e lo designerò con la lettera A, mentre l'altro che ne contiene meno sarà indicato con la lettera B.

Scisto A

Questo scisto consta di tanti sottili strati disposti orizzontalmente, percosso in questo senso si sfoglia emettendo un penetrante odore di bitume. È compatto e duro, di color nero; calcinando, il bitume che si svincola, brucia con fiamma chiara non fuliginosa, mentre lascia una grande quantità di ceneri bianchissime.

Composizione centesimale

Acqua a + 115° C	0, 31
Sostanze volatili	8, 84
Carbonio fisso	5, 13
Ceneri compresa l' CO^2	85, 72
	100, 00

Densità a + 17° C. = 2, 35.

Composizione complessiva dello scisto A

CO^2	34, 10	
Ph^2O^5	1, 69	
SO^3	2, 75	
Cl	tracce	
$Fe^2O^3 + Al^2O^3$	1, 74	
CaO	26, 95	
MgO	17, 23	
Alcali	tracce	
Parte insolubile nell'HNO^3	1, 26	
Bitume, e sostanze volatili	14, 28	differenza
	100, 00	

Scisto B

Lo scisto B come l'altro è stratificato e si sfoglia percotendolo, con leggiera emissione di odore bituminoso. Esso pure è compatto, duro di color nero. Per la calcinazione subisce una leggiera perdita di sostanze volatili che bruciano difficilmente, mentre si sente benissimo l'odore bituminoso. Le ceneri che lascia sono discretamente bianche.

Densità a + 17° C. = 2, 62.

Composizione complessiva dello scisto B.

CO^2	40, 07
Ph^2O^5	0, 46
SO^3	1, 04
Cl	tracce
$Fe^2O^3 + Al^2O^3$	0, 89
CaO	29, 26
MgO	22, 33
Alcali	tracce
Parte insolubile nell'HNO^3	0, 21
Bitume e sostanze volatili per differenza	5, 74
	100, 00

I scisti bituminiferi contengono molto carbonato di magnesio, come risulta dalle analisi riportate; per questo fatto io ero per indicarli come scisti-dolomitici-bituminiferi, ma siccome una tale indicazione li poteva far credere derivanti da vera Dolomite, ne ho fatto di meno, tanto più che nel calcareo appenninico di cui si compongono tutte le montagne della provincia di Salerno, difficilmente si rinviene la vera roccia Dolomitica.

Conchiudendo dico, che siccome nella lignite bituminifera di Giffoni Valle e Piana pare che il principale prodotto gassoso sia dovuto alla decomposizione delle sostanze

animali per la massima parte, ed il resto alle sostanze vegetali, così sarà difficile rinvenire colà strati regolari e di uniforme spessore di combustibile. Credo perciò che vi devono essere delle interruzioni rinvenendosi soltanto depositi, dove eventualmente gli animali giacevano sepolti, mescolati con gli avanzi vegetali.

Così, mentre sarei disposto a consigliare i miei compaesani a costituirsi in società, come già se ne era costituita una, diversi anni or sono: nel medesimo tempo se a ciò si accingono raccomanderei a fare nuovi lavori di esplorazione per assicurarsi, se gli strati orizzontali sieno continui e conservino la stessa spessezza; ed in seguito ai fatti acquisiti, organizzare una società per la estrazione del combustibile bituminifero di Giffoni, il quale potrebbe essere fonte di ricchezza per le industrie Salernitane.

Laboratorio chimico del R. Istituto Tecnico
di Catania

Cisti prolifera dell' ovaja sinistra. Ovariotomia e guarigione incomplete pel Prof. D.r G. CLEMENTI.

(*Memoria letta nella seduta del 3 Luglio 1881*).

La Signora R. C. di anni 22 residente in Catania passò a marito il 30 Luglio del 1879. È di statura piuttosto piccola, di complessione molto gracile e denutrita considerevolmente. Alla superficie del corpo nulla vedesi, che sia degno di nota, le mammelle perfettamente atrofiche, l'areola mammaria alquanto brunastra.

Ispezione e misura dell'addome il 21 Marzo 1881.

L' addome è straordinariamente grosso, prominente in alto ed in avanti, la denutrizione estrema e il grande volume del ventre danno alla paziente quella fisonomia caratteristica, che Spencer Wells chiama *facies ovariana*. La sporgenza del ventre è tale che la paziente stando seduta se ne serve come di tavolino da lavoro, e mangiando le riesce più comodo di poggiare il piatto sul ventre anzichè sulla tavola.

MISURA IN METRI.

1. Circonferenza a livello dell'ombelico . .	M.	1 12
2. Dalla cartilagine ensiforme all'ombelico .	»	35
3. Dall'ombelico alla sinfisi pubica . . .	»	22
4. Dalla spina iliaca ant. sup. des. all'ombelico	»	32
5. Dalla spina iliaca ant. sup. sin. all' ombelico	»	35

La superficie dell' addome si presenta perfettamente distesa e levigata, molte linee albicanti. La distensione del ventre è tale che non è possibile di spostare il tumore in guisa da ricavarne de' segni per determinare là esistenza o mancanza di adesioni. Si percepisce facilmente e superficiale la fluttuazione verso la mettà inferiore dell' addome, infossando la mano in guisa da spostare il liquido si arriva però a toccare una massa solida, molta elastica ed a superficie ineguale. Nessuna sensazione di sfregamento.

Risuonanza timpanica a' lombi, più estesa a destra che a sinistra. Colla percussione l' aia di ottusità viene delimitata da una linea, la quale partendo a sinistra dal punto di unione del terzo medio col terzo posteriore della cresta iliaca arriva sulla linea papillare mammellare sinistra a 4 cent. dal margine dall' arco costale, sulla linea mediana a 10 cent. in sotto dell' appendice ensiforme, sulla linea mammellare destra discende sino a 8 cent. dall' arco costale corrispondente, e termina sulla mettà della cresta iliaca destra.

Il fegato, lo stomaco e la milza sono alquanto respinti in alto.

L' utero è a livello dell' apertura esterna della vulva, essendo la vagina prolassata a tal grado da sporgere sotto forma di un tumore della grossezza di un' arancia. Nella posizione orizzontale e più facilmente facendo mettere l' inferma carponi, il prolasso si lascia ridurre, e l' utero si presenta di volume normale e spostabile in tutti i sensi. Nella cavità pelvica non si ritrova alcun tumore.

La signora C. fu mestruata la prima volta a 14 anni; questa funzione fù sempre regolare e l' ultima volta avvenne il 15 Marzo.

Organi urinarî ed urina in condizioni fisiologiche.

Mangia e digerisce bene.—Non soffre nulla da parte degli organi toracici, e nulla vi si trova coll' esame obiettivo.

Anamnesi remota — Genitori sanissimi, fratelli e sorelle di ottima salute, benchè al pari di lei sian dotati di gracile costituzione, non ha sofferto malattie degni di nota.

Anamnesi prossima — Prima di andare a marito la Signora non avvertì mai la esistenza di un tumore nel ventre. Insieme a' primi segni della gravidanza tanto la paziente, quanto i parenti di lei si accorsero che il ventre era sproporzionatamente grosso alla supposta epoca della gestazione. Verso il 6° mese il volume dell'addome raggiunse proporzioni grandissime e la paziente cominciava a soffrire molta difficoltà alla respirazione ed alla digestione. Furono allora consultati diversi colleghi, de' quali taluni parteggiavano per la gravidanza complicata da idrope-ascite, altri escludendo la gravidanza ammettevano l'esistenza di una cisti ovarica.

Le sofferenze crebbero poscia a tal grado che il chirurgo curante Dott. Scrudato al termine del 7. mese provocò il parto prematuro e venne alla luce un bambino, che visse tre mesi e mezzo.

Dopo il parto però a dire della paziente la sua pancia restò più grossa di prima, e ne seguì probabilmente un leggero grado di metro-peritonite, della quale guarì perfettamente dopo qualche tempo. Il ventre crebbe sempre più di volume, ma la paziente del resto si sentiva bene, mangiava con molto appetito e digeriva perfettamente, poteva camminare e salire delle scale senza soffrir molto nella respirazione; ciò che le arrecava maggiore molestia era il prolasso della vagina, la cui superficie avea già cominciato ad esulcerarsi.

Avendo l'inferma consultato il mio egregio collega ed amico il Prof. Durante, questi riconobbe l'esistenza di un cistoma dell'ovaia e gentilmente la indirizzò a me, incoraggiandola a farsi operare, ed io sento il dovere di rendere perciò le mie più sentite grazie all'illustre professore.

*

Ho già esposto lo stato in cui si trovava la paziente il giorno 21 marzo e come il ventre in rapporto al piccolo corpo della paziente fosse straordinariamente grosso.— Avendo la Signora determinato di farsi operare, sia per chiarire meglio la diagnosi, come ancora per impicciolire il volume del ventre, mi decisi a praticare una punzione aspiratrice con lo strumento del Potain, che fu fatta a sinistra tra la spina iliaca ant. sup. e l' ombelico. Uscirono circa undici litri di liquido (1) e ne sarebbe forse uscita qualche altra quantità, ma la Signora cominciò a sentirsi male, e tutt' a un tratto divenne pallida in viso e svenne. Ritirai allora l' ago tubulato, e dalla puntura cominciò ad uscire del sangue, il che si impedì colla compressione digitale della parete addominale e poco dopo la operata rivenne.

Malgrado l' uscita di questa quantità di liquido, il volume del ventre non diminuì che di due terzi, si poteva allora facilmente osservare la esistenza di un grosso tumore solido, di consistenza elastica, la cui superficie avea de' solchi, che la rendevano ineguale, specialmente verso la parte inferiore.

Questa grande massa era spostabile nella cavità del ventre, ma con essa si muoveva anche la parete addominale anteriore, il limite superiore dell' ottusità non si spostava sensibilmente durante gli atti di una profonda respirazione. Avendo determinato di eseguire l' operazione il giorno 27 aprile, il giorno 23 praticai una seconda punzione, e uscirono litri 7 di liquido simile al primo, questa volta l' operata non sofferse alcun che.

Preparata la paziente nello stesso modo della prima operata il 27 aprile alle 12 m. praticai l' operazione nel modo seguente:

Incisi i comuni integumenti sulla linea alba comin-

(1) Il liquido analizzato del Prof. Fileti non conteneva alcuna sostanza caratteristica.

ciando tre C.^{m} al di sotto dell' ombelico sino a tre C.^{m} al di sopra della sinfisi pubica, arrivai sul peritoneo che però non era spostabile dal tumore sottostante.—Lavorando delicatamente colla piccola sonda scanalata per trovare un punto ove avessi potuto con sicurezza distaccare la parete della cisti del peritoneo, essendo quella non molto spessa si lacerò facilmente, e dalla fatta lacerazione venne fuori una discreta quantità di liquido simile a quello estratto colle precedenti punzioni, e subito dopo si presentò all'apertura addominale la superficie di una quantità di cisti conglomerate.

Introdussi allora la mano nella cavità della cisti madre, e potei convincermi della esistenza di una quantità innumerevole di cisti inegualmente grosse dall' ombelico in sù, e che anche inferiormente nella spessezza della parete della cisti madre eranvi altre piccole cisti.

Esitai a dir vero un momento sul da fare, ma per le ragioni che esporrò in ultimo mi decisi a continuare la operazione.

Prolungai per altri due centimetri la incisione nella speranza di trovare un punto ove fossero meno forti le aderenze, il che sperai inutilmente.

Per diminuire il volume del tumore cominciai a rompere, svuotare ed anche asportare la massa delle cisti figlie, le quali contenevano alcune un liquido limpido color giallo-cedrino , altre una sostanza semifluida o gelatinosa e di color che variava dal bianco trasparente al rosso cupo.

Frammezzo alle cisti eranvi in taluni punti grossi cordoni con vasi di qualche calibro, e per risparmiare all'operanda la più piccola perdita di sangue, io legava in massa ovvero stringeva con pinsette tutto il cordone prima di tagliarlo, o di strapparne le cisti, che vi restavano attaccate come un piccolo grappolo d' uva.

Rimpicciolito così il volume del tumore cominciai a distaccare la parete della cisti madre verso la regione ipo-

gastrica. Servendomi a preferenza della spatola mi riuscì dopo paziente lavoro a distaccarla dalla parete addominale, ma tutta a brandelli e cincischiata, indietro eranvi aderenze cogl' intestini, ed in basso anche col fondo dell' utero, fortunatamente non era aderente alla superficie interna del piccolo bacino, ed arrivai perciò adoperando la massima delicatezza a vincere tutte queste aderenze.

Durante questa manovra feci circa dieci ligature perdute in massa attorno a certi cordoncini, che supponeva forniti nel mezzo di vasi importanti.

Isolata la cisti sino al suo punto di origine sull' ovaia sinistra, rinvenni il peduncolo del diametro di circa 4 C. ma così breve da non essere possibile il riportarlo ed assicurarlo all' esterno della ferita addominale. — Allora con un ago crunato a manico fisso trasfissi il peduncolo nel mezzo con un' ansa di fil di seta, e legai isolatamente le due metà del picciuolo, indi con un altro robusto cordoncino di seta legai circolarmente nello stesso punto tutto il picciuolo, ed un centimetro al davanti delle fatte legature fu recisa la massa principale della parte inferiore della cisti. Allo scopo di prevenire una possibile emorragia consecutiva, preso il moncone legato fra le branche del Clampcauterio Lollini, ne causticai la superficie col termo-cauterio Paquelin.

Riuniti insieme i fili delle legature, ne formai un solo cordone, che assicurai all' esterno in corrispondenza dell' angolo inferiore della ferita.

L' altra ovaia era sana.

Compiuta questa prima parte dell' operazione mi accinsi a ripetere la stessa manovra verso la regione epigastrica : prolungai quindi fino alla cicatrice ombelicale la fatta incisione, ed alternando l' opera della spatola con quella delle dita, distaccai buona porzione del tumore dalle parti laterali della parete addominale, ma non mi riuscì di

fare lo stesso verso la linea mediana dall' ombelico in sù.

Chi non ha operato e non ha visto operare in simili casi non può formarsi una idea delle immense difficoltà, che si presentano in queste circostanze, ad ogni tentativo di scollamento avveniva la rottura di due o più cisti con versamento di materia gelatinosa, che nascondeva il campo dell'operazione, onde il bisogno di ricorrere continuamente alle spugne. Non potendo vincere le aderenze dal basso in alto volli provarmi a superarle dall'alto in basso; introdussi perciò la mano posteriormente fra gli intestini ed il resto del cistoma, e trovai le stesse invincibili aderenze e lo stesso inconveniente dello scoppiare delle cisti, adoperando una certa forza. Non potendo disecare completamente la parte superiore del cistoma, assicuratomi della mancanza di aderenze in alto col fegato e colla milza mi decisi a strappare tutte le piccole cisti. in guisa da lasciare aderente alla parete anteriore dell'addome quella porzione di membrana, che era già fusa con essa. Il che mi riuscì completamente, però ad ogni strappata riportava in fuori un cordone più o meno grosso con vasi importanti, che decorrevano fra i setti delle innumerevoli cisti figlie, alcuni di questi cordoni i più accessibili legai in massa alla base con legatura perduta, gli altri 4 o 5 non accessibili furono riuniti insieme ed assicurati all' esterno verso l'angolo superiore della ferita mercè un clamp. Non sentendo con la mano l'esistenza di altre cisti ripulì la cavità addominale allo stesso modo descritto nella prima ovariotomia, misi due tubi a drenaggio, l'uno che dall'angolo superiore della ferita andava in alto verso la regione epigastrica, l'altro dall'angolo inferiore sino al fondo del piccolo bacino, e riunî la ferita con 12 punti di sutura intercisa tra profondi e superficiali. Feci allora delle ripetute iniezioni con una soluzione tiepida di acido fenico al 2 p. % a traverso i tubi a drenaggio e quando l'acqua riuscì

perfettamente limpida, applicai l'apparecchio di medicatura alla Lister e l'operata fu tosto trasportata nel letto ben riscaldato.

La durata dell'anestesia fu di un'ora e tre quarti, la operazione durò un'ora e mezza.

Assistevano all' operazione i Prof. Berretta e Coniglione, i dottori Scrudato, Carrubba e Capparelli e gli studenti in Medicina Del Vecchio, Marchese e Strano.

Oltre al liquido sieroso estratto dalla cisti più grande, il contenuto gelatinoso del cistoma pesava al certo 10 k. I diversi pezzi della parete del cistoma pesavano circa un chilogramma e mezzo.

DIARIO

1. Giorno dell'operazione 27. IV. 81.

L'operata riacquista la conoscenza poco dopo che è trasportata nel letto. Il polso è piccolo, frequente, debole, la superficie del corpo si mantiene fredda, l'aspetto della paziente abbastanza prostrato. Si tengono nel letto dei caloriferi con acqua calda, e si somministra qualche cucchiaio di marsala. Più tardi comincia qualche conato di vomito, ed arriva a vomitare poco liquido mucoso, non si lagna molto di dolori, ma avverte molta sete; si concede l'uso di piccoli pezzetti di neve e di acqua gelata.

Ore 7 p. m. La paziente si sente ed apparisce realmente più animata; la temperatura è 38: 3, il polso più vibrato e pieno 120 per m. la respirazione 24.

2. Giorno—Mattina T. 38, 4. P. 120. R. 28.
Sera T. 37, 6. P. 116. R. 34.

Nel corso della notte ha avvertito dolori all' addome, ma poco intensi e di breve durata. Dopo fatto un paio di volte il cateterismo incomincia ad avvertire stimolo potente

e frequente di urinare, il che fa spesse volte senza attendere l'introduzione del catetere.

Ore 12 a. m.—1ª Medicatura—Si rimuove l'apparecchio di medicatura insuppato abbastanza di siero sanguinolento, il ventre è depresso, la pressione suscita leggero dolore verso destra.

Ore 7 p. m.—Avverte leggero dolore all' addome, nel corso del giorno ha bevuto limonea vegetale gelata e qualche cucchiajo di brodo freddo, verso sera vomita una sola volta l'acqua bevuta.

3. Giorno—Mattina T. 38, 5. P. 120. R. 26.
Sera T. 37, 9. P. 100. R. 28.

Durante la notte ha riposato discretamente, poco dolore di tanto in tanto, si manifesta la mestruazione con scarsa quantità di sangue, ha due scariche alvine di consistenza cremosa e con feccie antiche, urine nerastre.

Ore 12 a. m.—Ha avuto altre tre scariche feculente, abbondanti, orine colorate in rosso, avverte leggero dolore all'addome, si sente alquanto abbattuta, ma la fisonomia è alquanto accesa, ed il polso frequente e forte.

Ore 5 p. m.—2ª medic.—apparecchio di medicatura poco insuppato di siero sanguinolento, si fanno iniezioni di acqua fenicata a traverso i tubi a drenaggio, addome leggermente tumefatto, poco risentimento alla pressione.

Ore 8 p. m.—Altre due scariche diarroiche, l'inferma si sente meglio e riposa, per vitto ha avuto qualche biscotto, una tazza di brodo con poco pane e sorbetto.

4. Giorno—Mattina T. 38, 4. P. 104. R. 27.

Ha dormito tranquillamente tutta la notte, e si sveglia con una fisonomia serena, come di persona che nulla abbia sofferto; nessun dolore all'addome, salvo una sensazione di lieve bruciore alla ferita, orina rosso-oscura, continua il flusso mestruo.

Ore 5 p. m.—3ª medic.—apparecchio di medicatura

appena umettato, poco risentimento alla parte superiore dell' addome.

5. Giorno—Mattina T. 37, 6. P. 108. R. 28.

Continua a sentirsi bene.

6. Giorno—Mattina T. 38, 6. P. 116. R. 30.

Sera T. 38. 5. P. 120. R. 28.

Ore 3 p. m. — Ha avuto qualche leggerissimo brivido di freddo.

Ore 5 p. m.—4ª medic.—Cade il champ al quale erano fissati i cordoni dei setti, poca secrezione purulenta, continua lo stesso stato di ben' essere, per vitto si somministra del latte la mattina. qualche tazza di brodo e pezzettini di biscotto nel corso del giorno.

7. Giorno—Mattina T. 38, 6. P. 120. R. 26.

Sera T. 39, P. 120. R. 28.

Fu alquanto inquieta per alcune ore prima della mezzanotte, dalle 12 in poi ha riposato, verso le 6 a. m. due scariche alvine.

Ore 7 a. m.—Ha un aspetto più sereno, lingua umida, poca sete, non sente alcun dolore, ha appetito, continua lo stesso vitto.

Ore 7 p. m.—Comincia a sentirsi alquanto inquieta, ed ha insonnia e dolor di testa sino alle 12.

8. Giorno—Mattina T. 38, 7. P. 120. R. 24.

Sera T. 39, 2. P. 120. R. 27.

Ore 12 $^1/_2$ a. m.—Avverte alcuni brividi di freddo, indi si addormenta fino alle 4 e $^1/_2$, passa la giornata discretamente bene; nelle 24 ore 4 scariche piuttosto liquide.

5ª medic.—Attorno al tubo superiore si trova una piccola quantità di liquido sanguinolento di odore speciale, la ferita si mantiene ben riunita, e si rimuovono tre punti di sutura, ventre non tumido, indolente dapertutto alla pressione, non esce nulla dal tubo inferiore; il tubo superiore si raccorcia alquanto.

Ore 9 p. m.—Avverte dolori vaganti all'addome.

9. Giorno—Mattina T. 38, 3. P. 120. R. 22.
Sera T. 38, 9. P. 125. R. 26.

Ore 12 p. m.—Leggeri brividi di freddo, notte insonne ed inquieta, tre scariche liquide.

Ore 7 a. m.—Si sente molto debole e prende 200 grm. di latte e una limonata gelata con pane.

Ore 5 p. m.—6ª medic.—circa 15 grm. di una materia cremosa color rosso vivo, inodore vicino al tubo superiore, intorno al tubo inferiore scarsa quantità di marcia, nessuna espansione del ventre, poca dolentia indeterminata; passa la sera tranquillamente.

10. Giorno—Mattina T. 38, 3. P. 118. R. 22.
Sera T. 38, 9. P. 119. R. 23.

Dorme tutta la notte, verso l'alba ha due defecazioni, e poscia suda abbastanza.

Ore 7 a. m.—Aspetto sereno. Dolore niente.

7ª medic.—Piccola quantità di pus sanguinolento, si rimuovono gli altri punti di sutura; continua la stessa dieta di latte, brodi e biscotti.

11. Giorno—Mattina T. 38, 5. P. 118. R. 20.
Sera T. 38, 9. P. 118.

12. Giorno—Mattina T. 38, 2. P. 112. R. 25.
Sera T. 39, 1. P. 120. R. 29.

Nulla di notevole in questi due giorni.

13. Giorno—Mattina T. 38, 3. P. 110. R. 22.
Sera T. 38, 4. P. 112. R. 24.

Jeri mangiò più del solito e verso sera avvertì leggiere coliche intestinali, dolor di testa e molta inquietitudine; ha dormito discretamente per tutta la notte, ha però sudato profusamente.

Ore 5 p. m.—9ª medic.—poca secrezione di pus, si raccorcia il tubo superiore, in sopra dell'ombelico si mostra alquanto tumefatta la parete addominale.

*

14. Giorno—Mattina T. 38, 3. P. 108. R. 23.
Sera T. 38, 9. P. 113. R. 24.

Notte tranquilla.

Ore 6 a. m.—Forte dolore al basso ventre della durata di 30 min., tre defecazioni diarroiche.

Ore 8. a. m.—Aspetto sereno, nessun dolore, si sente però molto debole.

10ª Medicatura—poca secrezione, la tumefazione e l'indurimento sopra l' ombelico aumentano.

15. Giorno—Mattina T. 39, P. 116. R. 26.
Sera. T. 39. 8. P. 128. R. 30.

Notte insonne, dolore a tutto l' addome, ma più localizzato al retto, quattro defecazioni.

Ore 7 a. m.—L' ammalata è abbattuta ed avverte qualche leggero dolore a forma lancinante; dalle 7 a. m. alle 4 p. m. ha de' brividi di freddo ripetuti, dolori al ventre con la pausa di mezz'ora, sete cresciuta, 2 defecazioni; dalle 4 alle 8 altre 2 defecazioni, leggeri brividi di freddo.

Ore 8 p. m.—Iniezione ipodermica di morfina, la quale procura una calma relativa, si somministra epicraticamente una medela composta di emulsione gommosa, sottonitrato di bismuto e Laudano di Sydenham.

16. Giorno—Mat. T. 39, 4 P. 126 debole e filiforme R. 22.
Sera T. 38, 6 P. 116 R. 26.

Calma relativa durante la notte, sudore abbondante, dolori lievi e più radi, nessuna defecazione.

Ore 7 a. m.—Si sente alquanto meglio di jeri, sino alla sera sette scariche diarroiche.

11ª Medicatura—poca quantità di pus inodore, la palpazione suscita leggero dolore verso il fianco destro, la tumefazione sopra ombelicale cresciuta alquanto.

17. Giorno—Mattina T. 38, P. 110 R. 20.
Sera T. 38,9 P. 110 R. 21.

Verso mezzanotte leggeri brividi di freddo, dorme di-

scretamente, sudori meno abbondanti del solito, doloretti intermittenti.

Ore 7 a. m.—Più animata, polso più pieno e vibrato, dolore mite.

12ª Medic.—come la precedente, in 24 ore 4 defecazioni.

Giorno 18—Mattina T. 37, 8 P. 108 R. 19.
Sera T. 39, P. 118.

Come il giorno precedente avverte dolore all' urinare.

19. Giorno—Mattina T. 37, 9 P. 108. R. 22.
Sera T. 39, 1.

Continua lo stimolo molesto ad urinare.

14ª Medicatura—pus poco più del solito, si sostituiscono de' tubi a drenaggio più corti.

20. Giorno—Mattina T. 38,1 P. 108 R. 18.
Sera T. 38,3 P. 113 R. 18.

Miglioramento sensibile.

21. Giorno—Mattina T. 37,7 P. 97 R. 16.
Sera T. 38,6 P. 120 R. 21.

Dalle 7 p. m. alle 7. a. m. ha dormito bene, scarsa rinorraggìa, leggero dolore alla ferita ed al precordio, quattro defecazioni.

7 a. m. — Si sente alquanto meglio, verso mezzogiorno lievi brividi di freddo, dolori intermittenti.

15ª Medic.—discreta quantità di pus cremoso (60 gram.) continua inalterata la tumefazione al di sopra dell'ombelico.

Dal 22 al 31 giorno il diario registra presso a poco le stesse manifestazioni de' giorni precedenti, ma con progressivo miglioramento; al 31 giorno cade il laccio, pus scarsissimo, la ferita è perfettamente riunita, meno agli estremi, ove sono ancora i tubi a drenaggio. La paziente si sente bene, mangia con appetito e digerisce perfettamente.

33. Giorno.—Continua lo stato di ben'essere: è chiuso il foro corrispondente all'angolo inferiore della ferita. Dal tubo superiore pochissimo pus; continua il gonfiore alla

regione sopra ombelicale. La temperatura oscilla tra i 37 e 38 C.

40. Giorno. — L' ammalata lascia il letto. Da questo giorno in poi il miglioramento progredì sempre in modo non interrotto, ed anche la tumefazione della regione sopra-ombelicale è andata sempre decrescendo.

Dopo due mesi dell' operazione, la paziente cominciò ad uscir di casa, e riprese le sue occupazioni domestiche.

Benchè dal tubo a drenaggio non venissero fuori che poche gocce di pus, pure vedendo di tanto in tanto venire fuori sotto la pressione qualche piccola quantità di liquido come albume d' uovo, stimai cosa prudente lasciare in posto il drenaggio, raccomandando all' inferma di rimetterlo, qualora scappasse fuori per caso. Accadde una volta che il tubo non potè essere rimesso così profondamente come al solito (4 C.^{mi}); ed io dopo alcuni giorni, alla mia visita trovai cresciuta la tumefazione all' ombelico per raccolta di liquido simile ad albume, che feci uscire con la introduzione di un tubo più lungo.

Stato attuale (19 novembre, 6 mesi dopo l' operazione.) La signora sta benissimo, accudisce alle sue faccende domestiche, va a passeggio, in campagna e si diverte senza avvertire alcuna sofferenza.

Lo stato della nutrizione generale è lodevolissimo; io non conosceva prima l' operata, ma a quanto mi assicurino la stessa paziente, ed i parenti di lei, ora è assai più nutrita e pingue di quando era signorina.

La pelle dell' addome presenta ancora alcune rughe, effetto della eccessiva distensione del ventre prodotta dal tumore. La cicatrice si è raccorciata sino alla lunghezza di m. 0, 45, all' estremo superiore la cute è infossata a forma d' infundibolo, ove sta diretto in sopra un tubo a drenaggio lungo 4 cm. dal quale in tutto il corso del giorno esce una scarsissima quantità di pus. Con la palpa-

zione alla regione addominale per la estensione di circa 10 c,, si tocca ispessita la parete addominale corrispondente, e su tutta questa superficie la risuonanza alla percussione è timpanica , ma alquanto più ottusa delle parti vicine.

Il prolasso della vagina non è più riapparso, esplorando la paziente in piedi si raggiunge il collo dell' utero a 0^m, 05 di altezza, diretto alquanto indietro e verso destra, la mestruazione continua ad essere regolare come prima dell' operazione. La diminuzione di volume del ventre in paragone dello stato di prima è la seguente:

MISURA IN METRI.

	DATA 21 marzo	19 novem.
1. Circonferenza a livello dell' ombelico	1, 12	78
2. Dalla cartilagine ensiforme all'ombelico	35	11
3. Dall' ombelico alla sinfisi pubica	22	13
4. Dalla spina il. ant. sup. d. all' ombelico	32	13
5. Dalla spina il. ant. sup. sin. all' omb.	35	18

L' esito favorevole dell' opera chirurgica in questi due casi tanto diversi l' uno dall' altro conferma in modo irrefragabile l' utilità di una operazione, che accolta con diffidenza in principio, ha ora acquistato la cittadinanza anche in Italia, sebbene la statistica nostra non sia ancora così ricca di successi come quella di altri paesi.

Dalla statistica compilata dal Dot. Peruzzi (1) si rileva però una notevole diminuzione nella mortalità, la quale dal 63 per $^0/_0$ quant' era nella prima Centurie è diminuita nella seconda al 36 per $^0/_0$.

Il primo de' casi clinici in parola fu un caso tipico di ovariotomia; credo però importante il soffermarmi per

(1) Raccoglitore medico serie IV Vol. XIII n. 7-8.

poco intorno all' accidente piuttosto raro della rottura spontanea della cisti, avvenuta nella clinica chirurgica il 17 giugno 1880, quando tutto era disposto per l' ovariotomia, ed il caso clinico riferito è doppiamente interessante, per la guarigione consecutiva alla rottura e per l' esito felice dell' operazione. Per la mancanza di manifestazioni febbrili ed infiammatorie ne' giorni precedenti, tenendo conto inoltre degli accessi dolorosi rinnovantisi periodicamente col sovraempirsi della cisti, io attribuì la rottura spontanea del sacco cistico alla eccessiva distensione meccanica delle sue pareti per l' accrescersi del liquido, per altro l' ondulazione superficiale, che si vedeva attraverso le pareti addominali, faceva argomentare una eccessiva sottigliezza delle pareti cistiche.

Quando infatti eseguii l' operazione, bastò una leggera trazione per isquarciare la cisti; tutta la parte solida del tumore pesò 650 gram. ma le pareti in taluni punti erano così assottigliate da essere costituite dal solo foglietto peritoneale sottile e trasparente, e negli altri punti ove lo spessore era di 5 a 10 mm. non era neanche molto resistente essendo un tessuto mixomatoso facilmente lacerabile.

Allorchè in seguito a questa rottura spontanea il liquido si versa nella cavità peritoneale, la morte è la conseguenza più frequente della provocata peritonite; (1) pure sono stati accertati de' casi di guarigione da diversi clinici.

Oppolzer Kiwisch ed altri hanno ricordato di simili casi fortunati. Spencer-Wells ed altri chirurgi hanno in circostanze analoghe praticato immediatamente l' ovariotomia forti del principio, che rimossa la causa irritante deve cessare l' effetto; anzi il celebre ovariotomista inglese dice giustamente, che la presenza del liquido cistico nella cavità peritoneale, non è una controindicazione dell' ovariotomia,

(1) Spencer-Wells — Diseases of the Ovaries. 0, 79,

bensì una ragione per praticarla senza ritardo. Di 24 operazioni eseguite in simile circostanza 19 ebbero esito felice, 5 operate morirono; tale risultato non è per nulla scoraggiante. Ed io avrei forse seguito questi esempii, se il locale per l'esecuzione dell'Ovariotomia non fosse stato preparato in un altro Spedale, non avendo potuto ottenerlo nello Spedale S. Marta ove trovasi la clinica chirurgica. Io non disperai della guarigione spontanea, perocchè trattandosi del versamento nel peritoneo di un liquido inalterato e senza proprietà chimiche flogogene, l'irritazione del peritoneo era da attribuirsi più alla presenza materiale del liquido, ed era probabile, che non avrebbe raggiunto un grado intenso; e a confortare questo mio ragionamento invocava l'innocuità della trasfusione del sangue nella cavità peritoneale. Il rapido versamento di quella grande quantità di liquido senza proprietà settiche determinò immediatamente un profondo collasso, shok, ma poscia il liquido si riassorbì gradatamente, la squarciatura si chiuse, e la cisti riprese il suo accrescimento ordinario, senza lasciare conseguenze di molta importanza.

All'operazione infatti non si trovò liquido nella cavità del peritoneo, nè alcuna notevole alterazione anatomica del medesimo, tranne le poche aderenze descritte. É quindi fuori dubbio la possibilità della guarigione senza gravi conseguenze per il peritoneo dopo la rottura di una cisti, il contenuto della quale non sia alterato da pregressa infiammazione, ma quando il liquido versatosi è corrotto e decomposto, l'ovariotomia sola può salvare l'inferma da certa morte.

In tutti e due i casi clinici narrati, io praticai la punzione evacuatrice tre o quattro giorni prima di eseguire l'operazione, il che feci allo scopo di diminuire la pressione addominale, ed evitare all'atto operatorio i danni, che provengono dal rapido svuotarsi del contenuto della cisti.

Nel secondo caso infatti alla prima punzione per l' uscita di 12 litri di liquido seguì lo svenimento dell' operata, quantunque il volume del ventre non fosse stato diminuito che di due terzi appena.

Alla seconda punzione, fatta prima che il ventre avesse raggiunto il primiero volume, l' operanda non soffrì nulla, e quando fu svuotato tutto il ventre, non presentò alcuna manifestazione di collasso, il che sarebbe con probabilità avvenuto, se io non avessi fatto le punzioni preventive.

La punzione della cisti adunque può essere una utile preparazione all' ovariotomia, sia come un mezzo per dare tempo al miglioramento dello stato generale della paziente, sia per prevenire il collasso.

Alcuni chirurgi però sconsigliano in massima le punzioni, credendo che le precesse punzioni predispongano ad un esito sfavorevole dell' ovariotomia.

Io non accetto che con riserva questa opinione, molto più che Spencer-Wells, dopo un diligente esame comparato di parecchie centinaia di operazioni sopra individui nei quali era stata praticata la punzione da una a diciotto volte conclude: « che una o più punzioni non aumentano considerevolmente la mortalità dell' ovariotomia. » Quando poi le punzioni si fanno con canule sottili, e si impedisce con l'ajuto dell'aspiratore il versamento del liquido nella cavità peritoneale, io le ritengo quasi innocue. Nella prima delle nostre osservazioni dopo 6 punzioni fatte nel corso di 8 mesi il liquido non mostrò mai alcun segno di decomposizione, e non si determinarono giammai fatti infiammatori ed aderenze nei luoghi delle punzioni.

Nel secondo caso le aderenze erano certamente avvenute per la metro-peritonite consecutiva al provocato parto prematuro; la natura ed estensione delle medesime erano prove sufficienti per escludere, che avessero potuto essere

conseguenza delle due punzioni praticate un mese prima. Che non debbansi sempre incolpare le punzioni della suppurazione e delle aderenze della cisti, lo prova il caso clinico, del quale fra breve pubblicherò la relazione. Si trattava di una donna ricevuta all' Ospedale V. E. con cisti ovarica suppurata, senza che mai sia stata punta, e con aderenze tali, che giudicata a priori ineseguibile l'ovariotomia, fu curata e fortunatamente guarì con l'escisione parziale della parete cistica. Facendo la punzione in modo da impedire il versamento di liquido cistico nella cavità del peritoneo e l' entrata dell' aria nella cavità della ciste, il danno attribuito alle punzioni si riduce ad un minimum.

Sebbene non si possa in tutti i casi fare una esatta diagnosi dell'esistenza o no di aderenze del tumore cistico, pure il chirurgo deve porre in opera tutti i mezzi di esame per determinare con precedenza i rapporti del tumore cogli organi vicini. Nel primo caso io giudicai la cistl libera di aderenze alla parete anteriore dell' addome, potendo spostare il tumore indipendentemente da questa, esclusi la esistenza di aderenze colle pareti della piccola pelvi, dallo aver trovato l' utero mobilissimo e per la spostabilità del tumore, facendo collocare carpone l' inferma col bacino elevato ed il petto abbassato sospettai numerose le aderenze viscerali per i fatti dolorifici ed irritativi pregressi. La vivi-sezione confermò la diagnosi delle due prime categorie di aderenze, quelle coi visceri non furono trovate così numerose, come io dubitava. Nel secondo caso invece, la diagnosi fatta fu di: Cisti prolifera aderente alla parete addominale anteriore e probabilmente ai visceri addominali. Esclusi le aderenze coll' utero e colla piccola pelvi, per la mobilità dell' organo e per la possibilità di respingere completamente dalla piccola pelvi il tumore cistico, messa la inferma nell' acconcia posizione carpone. Questa diagnosi fu trovata inesatta solo nella parte che, riguardava le ade-

renze della parete della cisti col fondo dell'utero. Io le esclusi per la eccessiva mobilità di quest'organo, il che induce a stabilire, che può la parete d'una cisti essere aderentissima alla superficie dell'utero, e permettere a questo una notevole mobilità, specialmente essendo poco teso il sacco cistico. In entrambi i casi non eranvi aderenze con le pareti della piccola pelvi; ed invero è questa categoria di aderenze, che deve far decidere il chirurgo ad operare in un modo, piuttosto che in un altro, ovvero a desistere da qualunque atto operatorio.

Se queste aderenze sono intime e resistenti, riesce quasi impossibile di separarle senza ledere gli ureteri, il retto, la vescica, i grandi vasi ed i nervi che vi stanno, e difficilissimo riesce del pari di afferrare i vasi sanguigni e arrestare l'emorragia. Lo accingersi in tali casi all'ovariotomia è ardire poco giustificabile, ed io ho avuto occasione di sperimentare sopra un cadavere la verità di quanto dico.

Non posso tacere però che benchè avessi fatto nel secondo caso la diagnosi di aderenze alla parete anteriore dell'addome, non le supponeva così tenaci, estese ed in parte insuperabili, quali le trovai in fatto; imperocchè la paziente assicurava non aver mai sofferto dolori alla regione ammalata, ad eccezione di quelli avvertiti dopo il parto e questi anche miti. Nel primo caso invece a causa de' ripetuti eccessi dolorosi io sospettai aderenze più estese ed in maggior numero di quelle che trovai. Questi fatti rendono avvertiti i clinici, che nella diagnosi delle aderenze bisogna fondarsi su' segni fisici evidenti delle medesime, essendo fallaci le argomentazioni, che si fanno sulle manifestazioni dolorose pregresse. Ciò non mi arrecò del resto alcuna sorpresa, avendo potuto osservare lo stesso fatto parecchie volte assistendo alle operazioni di Spencer-Wells a Londra, e di altri operatori abilissimi.

L'esito favorevole ottenuto in tutte le quattro prime

Laparatomie eseguite da gennaio a luglio in questo anno, m' incoraggiano a dire qualche parola, ed a raccomandare le cure adoperate nel preparare le inferme, la stanza d'operazione e ancora la medicatura consecutiva. Le due operate furono sottoposte qualche mese prima dell'operazione ad una cura ricostituente medicinale e dietetica, alcuni giorni prima si somministrarono dei blandi purganti.

Non si deve trascurare questa pratica, anzi aggiungo di più, è necessario che se ne ottenga l' effetto voluto; ed io credo che nella seconda operata nella quale per il mancato effetto della magnesia effervescente, gl' intestini restarono pieni di feccie antiche, i disturbi intestinali che sopravvennero, si sarebbero potuti prevenire posticipando l' operazione per purgare meglio l'inferma. È inutile il dire che io ho messo in opera tutto quanto vien suggerito da Lister per la medicatura antisettica. Ed ora ricordo con piacere di essere stato il primo fra gl'italiani a recarmi espressamente a Edimburgo per istudiare nella stessa clinica dell' inventore il nuovo metodo di medicatura, che oggidì non viene accolto più con quel riso beffardo, come suole avvenire per tutte le cose che sanno di novità. Io non sono per questo cieco laudatore di tal metodo; ma quando lo stesso Spencer-Wells dopo parecchie centinaia di ovariotomie confessa di avere ottenuto colle cautele antisettiche migliori risultati di prima; quando io ho visto guarire successivamente nella mia pratica due ovariotomie, una gastro-isteretomia, ed una cisti ovarica trattata con la escissione parziale della sua parete, non posso che raccomandare le stesse cautele antisettiche. È inutile che io ripeta ciò che ho già scritto sulla medicatura antisettica (1); mi contento di accennare che in questi casi è importante la scelta e la di-

(1) Sulla medicatura antisettica in Chirurgia Catania 1874. — Resultati della medicatura antisettica. Osservatore Medico di Palermo fasc. III. 1875.

sinfezione più rigorosa della stanza d'operazione, e la scelta di un locale in condizioni igieniche.

Per tal fine la prima operata dalla Clinica Chirurgica fu trasportata all'Ospedale V. E. ove mi fu generosissimo di ajuto d' ogni sorta il Cav. Bonajuto Direttore di quello Stabilimento; la seconda operazione fu eseguita nella stessa casa di abitazione della paziente. Essendo il campo operatorio prossimo agli organi genitali, conviene ripulire e disinfettare colla massima diligenza anche queste parti praticando delle iniezioni ed abluzioni con acqua fenicata al 2 e al 4 per 100. Le spugne devono essere sottoposte ad una prolungata e coscenziosa disinfezione per lo spazio di 10 a 15 giorni, e la temperatura della stanza deve elevarsi per lo meno a 17 o meglio sino a 20 gr. C.

Come agente anestesico io mi son valso di un miscuglio di un volume di cloroformio e due di etere, che io per altro adopero nella mia pratica. I chirurgi volendo prevenire il vomito durante e dopo l' operazione hanno sperimentato tutti gli anestesici conosciuti, e vi fu un tempo quando si proclamò il bicloruro di metiline esente dal pericolo di suscitare il vomito. Al 1873 però assistendo alle operazioni fatte dallo Spencer-Wells, potei convincermi, che la vantata immunità dal vomito in seguito alle inalazioni di bicloruro di metiline non era costante; nella mia pratica quindi continuerò a valermi del detto miscuglio, giacchè ne' due casi descritti non si ebbe che qualche conato di vomito immediatamente dopo l' operazione, che si potè arrestare coll' uso della neve. Nel far la pulizia della cavità peritoneale o la toletta, come francesemente dicono molti, l' operatore deve essere scrupoloso ed accurato. È perciò utilissimo il prevenire per quanto è possibile il versamento di sangue od altri liquidi nella cavità peritoneale, ed infine nettarla di quelli che per avventura vi si sieno potuti versare; ed io non chiudo la ferita, che dopo essermi

assicurato che non vi sia rimasta la minima quantità di sangue introducendo con lunghe pinze ricurve piccole spugne sino al fondo dello spazio del Douglas.

La sutura io eseguo semplicissima mercè punti di sutura staccata, comprendenti tutta la spessezza delle pareti addominali sino al peritoneo, mi valgo a tal uopo di fili di seta muniti di due grossi aghi retti agli estremi.

In tutte le operazioni finora eseguite io ho messo in opera il drenaggio addominale semplice, e in verità non ho che a lodarmene. È questo un punto della pratica chirurgica abbastanza controverso, e coll'estendersi dell'uso della medicatura alla Lister nell'ovariotomia per un momento si credè superfluo qualunque genere di drenaggio. In virtù della medicatura antisettica, qualunque liquido organico raccoltosi nella cavità addominale dovrebbe essere perfettamente innocuo, perchè sfornito di proprietà settiche, in fatto però non sempre avviene così. Non è qui possibile discuterne il perchè, se cioè la medicatura antisettica sia insufficiente a prevenire la sepsi per se stessa, ovvero perchè sia difficile l'eseguirla sempre esattamente, il che a mio credere accade più spesso di quel che si creda. Certa cosa è che prevenendo la raccolta di sangue o altro liquido organico nella cavità addominale, si riesce più sicuramente a prevenire la sepsi con le sue fatali conseguenze e a raggiungere questo scopo nessun mezzo credo io migliore del drenaggio. In pratica troviamo chirurgi che respingono per regola generale il drenaggio; altri lo ammettono ne' casi ne' quali si prevede il versamento consecutivo di sangue da strappate aderenze, altri invece adoperano il drenaggio indistintamente in tutti i casi.

Alcuni poi parteggiano pel drenaggio addominale semplice, altri per l'addomino-vaginale; in Italia p. e. il Bottini prediligge il primo modo, mentre il Peruzzi crede più utile ed efficace il secondo.

L'illustre professore Bottini, malgrado la sua incontestabile abilità operatoria, non accetta il drenaggio addomino-vaginale « dacchè è impresa ardua il cadere nella parte ima del fondo di Douglas; eppoi o viene compresso, ed ivi si piega, e così finisce per *funzionare solo a mezzo, se pure funziona* (1); » e ricorda in proposito un caso nel quale « istallando nel ventre e vagina un grosso tubo a drenaggio pure si fece una raccolta di quasi un litro di siero sanguigno nel fondo di Douglas, e fù la scaturiggine di una peritonite settica che tolse in 7 giornate di vita la inferma ». Il Peruzzi d' altra parte sostiene che il drenaggio addominale ha comune con l' addomino-vaginale gli inconvenienti attribuiti a quest'ultimo, e nella sua pratica dice di averlo trovato efficace (2). Io in verità prima di eseguire queste operazioni era più inchinevole al drenaggio addominale, avendolo visto funzionare bene in molti casi a' quali aveva assistito all'estero, e perchè il drenaggio addomino-vaginale a me sembra un altro atto operatorio che complica l'operazione e rende difficile per non dire impossibile l' adottare tutte le cautele antisettiche. Non intendo dire con ciò che il drenaggio addomino-vaginale non abbia un buon numero di successi che lo raccomandino, ma a parità di circostanze io mi appigliai all' addominale come quello che più facilmente si applica.

Secondo alcuni il drenaggio dovrebbe adoperarsi solo in quei casi ne' quali, per l' estese aderenze separate od altre ragioni si creda probabile una raccolta consecutiva di sangue. Io ho adoperato il drenaggio addominale in tutte le mie operazioni, anzi nel secondo caso applicai due tubi uno dall' estremo inferiore della ferita sino al fondo

(1) Laparatomia antisettica—Milano 1880 pag. 44.

(2) La seconda centuria d'Ovariotomie in Italia — Raccoglitore medico di Forlì, s. IV, Vol. XIII. n. 7-8.

del Douglas, e l'altro dall'angolo superiore verso l'epigastrio.

Nel primo caso non eravi una indicazione assoluta all' uso del drenaggio come nel secondo caso; ma indipendentemente dall' azione irritante del vapore fenicato dello spolverizzatore nel peritoneo, io soglio fare delle iniezioni con una soluzione tiepida di acido fenico, (2 °/₀) attraverso il tubo sino a far rifluire limpida l' acqua iniettata. Ora lo stimolo dell' acido fenico come in tutte le altre operazioni, determina una maggiore transudazione di liquido dalla superficie peritoneale; per tal motivo anche in un altro caso di gastro-isterectomia, nel quale non rinvenni alcuna aderenza, applicai del pari il drenaggio e l'esito fu felicissimo. Nel secondo caso però ov' erano molte legature perdute, molti tessuti cincischiati, che probabilmente si mortificarono, ed ove una porzione di membrana restò aderente alla parete addominale, io ritengo di dover molto a' due tubi a drenaggio per l' esito favorevole ottenuto. Io adopero dei tubi elastici, da 10 a 12 mm. di spessore, per impedire che si ripieghino al punto di emergenza; li taglio rasente la parete addominale, dopo di averli assicurati con un comune spillo a fermaglio. Il lume del tubo qualche volta si occlude, per la formazione di coaguli fibrinosi, per espellere i quali si ricorre alle iniezioni con acqua fenicata. Alcune volte non si ottiene lo scopo, potendo l' acqua sfuggire per uno de' fori superiori del tubo: in questi casi io mi servo di uno spazzolino cilindrico simile a quelli usati per ripulire i tubi di vetro: il Prof. Bottini è riuscito ad aspirare dei coaguli fibrinosi mercè l'aspiratore Dieulafoy.

Il peduncolo della cisti nel primo caso fu assicurato allo esterno mercè il clamp di Spencer-Wells; ed io nei casi di peduncolo lungo e facilmente riportabile allo esterno dell' addome, preferisco il trattamento extra-peritoneale col clamp.

Le prime impressioni, favorevoli o no, che si ricevono

da un metodo di cura o da una operazione non si cancellano facilmente; io ho visto morire parecchie operate per emorragia del peduncolo affondato nella cavità addominale; e quindi malgrado gli ottimi resultati ottenuti da non pochi operatori, non abbandonerò facilmente l'uso del clamp, che se ha qualche piccolo inconveniente, mette al sicuro da un fatalissimo accidente qual' è quello dell' emoraggia consecutiva.

Nel secondo caso la costituzione anatomica del peduncolo, la sua brevità, il suo volume mi costrinsero a ricorrere ad un metodo misto.

Il trattamento intraperitoneale consiste nell' affondare il peduncolo dopo averlo legato, o fermata l' emorragia in un altro modo. Io non potea avere fiducia che in una solida ligatura, e per impedire che il nodo non si rallentasse scorrendo sovra i tessuti legati feci la doppia legatura per trasfissione, lasciando un grosso cercine di resistenza, formato da una massa di tessuti, i quali ordinariamente si mortificano. Per tali ragioni, e più perchè in questo caso io non potea sperare una guarigione per prima intenzione e l' incapsulamento del nodo, io seguî l' esempio di colui, che eseguì per il primo l' ovariotomia, di Mc. Dowell, lasciando nella cavità addominale il peduncolo, e riportando all' esterno i fili della legatura.

Leggendo le storie cliniche delle ovariotomie, si trovano raccomandati diversi metodi di medicatura, e v' ha chi fa persino delle unzioni di pomate più o meno antiflogistiche per prevenire la peritonite, e spesso viene sparsa una grande quantità di Laudano sulla parete addominale.

Io dopo l' esperienza altrui e propria son venuto alla conclusione, che la profilassi più sicura della peritonite non si faccia colle pomate o imbrattando con altre sostanze le pareti addominali, bensì adottando tutte quelle cautele delle quali ho tenuto brevemente parola; e quando ciò non

ostante la peritonite avvenga, allora non è coi cataplasmi o colle unzioni che essa potrà debellarsi, ma ricercandone la causa ed intervenendo arditamente per rimuoverla, nel che spesso si riesce. Non credo opportuno il diffondermi sopra questo argomento; ma per il bene degli infermi e l' onore de' pratici credo mio dovere raccomandare lo studio del libro prezioso del Prof. Bottini sulla Laparotomia antisettica, ove trovasi illustrata con fatti ed esperimenti una pratica, che alcuni anni fa sarebbe stata giudicata come insensata, mentre se fosse stata prima conosciuta chi sa quante centinaia di vite avrebbe salvato? L'apparecchio di medicatura in simili operazioni deve raggiungere un fine importantissimo, quello cioè di esercitare una moderata e continua compressione sul ventre per immobilizzare possibilmente gli organi e le parti lese, e contribuire ad espellere dalla cavità addominale quei liquidi che per caso vi si potessero raccogliere. Ora io credo di avere raggiunto lo scopo indicato con l' apparecchio di medicatura da me adoperato composto nel modo seguente: cominciando da sotto in sopra risulta:

1. di un pezzo di flanella bianca, lunga tanto da potere circondare una volta e mezzo il ventre e larga da poterlo ricovrire dall' appendice ensiforme alla sinfisi pubica.

2. un pezzo di tela impermeabile Mackintosh: medesime dimensioni della flanella.

3. due strati di garza antisettica, composto ciascuno di 4 fogli: dimensioni precedenti.

4. uno strato di cotone fenicato.

Sollevando l'inferma, l'apparecchio di medicatura viene introdotto in un momento al di sotto della medesima, ed indi ripiegando alternativamente da un lato e dall' altro i diversi strati dell'apparecchio, riesco a formare una specie di corazza addominale, che per la quantità di cotone adoperato esercita una compressione efficace e dolce ad un

tempo: lo spostamento in alto della medesima s'impedisce aggiungendo due sottocosce di tela ordinaria.

De' due casi clinici, più importante a me sembra il secondo, benchè il successo non sia stato completo come il primo. Ed in vero il primo fu un caso tipico di ovariotomia, il secondo invece presentò tali e tante difficoltà che ad ogni passo dovea ricorrere a mezzi nuovi per vincerli e relativamente l'esito fu favorevolissimo.

Un valente chirurgo mio amico al quale io manifestava il mio dispiacere per la incompleta guarigione della mia paziente, mi confortò ad esserne contento, chè in un caso simile dopo due ore di lavoro egli ebbe il dispiacere di perdere la paziente in 5 giorni, e la statistica delle operazioni di ovariotomia presenta il massimo della mortalità in questi casi di estese ed invincibili aderenze.

Sulla presenza del quarzo con inclusioni di magnetite in una trachite dell' Etna — NOTA *di G. BASILE.*

(Presentata nella seduta ordinaria del dì 22 Gennajo 1882.)

La presenza del quarzo nelle antiche rocce endogene è cosa notissima essendo in alcune di esse (per es. il granito etc.) rappresentato come elemento indispensabile; il quarzo in tali rocce si trova associato ad altri minerali, in maniera da doversi ammettere necessariamente la sua genesi contemporenea agli stessi. Ma la presenza del quarzo cristallizzato o in granuli disseminati nella pasta di rocce eruttive vulcaniche, con inclusioni di minerali, è un fatto degno di nota, attesochè avvicina queste rocce moderne alle antiche.

Già sin dal 1874 scoprii una lava antica, fino ad ora considerata come trachite, dell' Etna la quale contiene il quarzo associato alla magnetite che abbondantissima si trova allo stato granulare e raramente in cristalli disseminata nella roccia istessa (1) (Fig. 7. 8).

---

(1) Non ho potuto prima d'ora pubblicare la presente nota per la mancanza di un laboratorio speciale che già si è aperto ed è in via di formazione nella nostra Università sotto la direzione dell'ill.mo prof. O. Silvestri.

Questa trachite quarzifera è nella *Valle di Calanna* e precisamente nel così detto *Monte di Calanna* o *Monte d' Oro* e forma lo scheletro dell' Etna attuale: si vedono le sue masse a brevissima distanza attraversate da dicchi di lave più recenti. È di colore cinereo verdognolo; si presenta nella sua struttura macroscopica come un impasto omogeneo privo di minerali in cristalli apprezzabili, ma con piccoli noduli rotondeggianti o ellittici, duri più del resto della pasta e con piccole geodi ripiene di eleganti gruppi di cristalli più o meno nitidi o colorati esternamente da idrato di sesquiossido di ferro.

Questi gruppi di cristalli e questi noduli ànno tutta l'apparenza del quarzo; infatti la forma generale de' cristalli è il prisma esagono piramidato, con diverse modificazioni e le sue proprietà fisiche e chimiche sono:

Peso specifico temp. + 18 { 1.ª Determinazione = 2, 64 / 2.ª » = 2, 63 } media 2, 635

Durezza = 7.

Infusibile, solo, al cannello.

Si fonde in perla diafana e si scioglie completamente nel carbonato di soda.

Nell' acido fluoridrico si scioglie completamente e con l' evaporazione lascia solamente tracce di residuo.

Difficilmente si trova incolore, per lo più è colorato esternamente da idrato di sesquiossido di ferro.

Lucentezza vitrea o grassa.

Frattura vetrosa.

Riscaldandone fortemente un cristallo e poi raffreddandolo si screpola, ma non si scorge affatto la sfaldatura romboedrica.

Cristallizzazione esagonale.

Le principali modificazioni possono scorgersi nella annessa tavola.

Fig. 1ª Prisma esagono piramidato, forma caratteristica del quarzo.

Fig. 2ª Prisma esagono piramidato, la di cui piramide addimostra il graduale accrescimento simulando le forme del quarzo a cappuccio.

Fig. 3ª Prisma esagono in cui due faccie opposte del prisma, pigliando prevalenza sulle altre, danno al cristallo una figura compressa e la piramide che sormonta il prisma adattandosi a questo piglia la forma *compressa cuneiforme.*

Fig. 4ª Prisma sormontato da una piramide nella quale tre facce solamente ànno prevalenza sulle altre tre, riducendosi queste ad essere appena accennate od anche soppresse perlochè il cristallo assume l'aspetto di un ferro di lancia. Pare che ciò possa spiegarsi per la graduale decrescenza terminale del prisma esagono in modo che le facce di questo presentano verso le loro estremità una superficie curva, con la quale senza formazione di spigoli vivi si confondono le facce della piramide esagonale, che in certi casi per la scomparsa di tre facce si riduce alle sole tre facce di combinazione del romboedro. Si può anche spiegare con la combinazione simultanea del romboedro diretto col suo inverso, in modo che ne risulti un cristallo acutissimo e di forma lanceolare; questa forma s'incontra spesso.

Fig. 5ª Prisma in cui la piramide ha sviluppata talmente una faccia, da restare appena accennate le altre, assumendo il cristallo la forma di uno scalpello; questa forma è rara.

I noduli si scuoprono molto più facilmente nelle sezioni preparate mercè la macchina di Fuess; ora se si studiano al microscopio tali noduli quarzosi si scopre come detto quarzo, quasi sempre, contiene inclusioni di un minerale nero lucente che in sezioni sottilissime non si rende

mai trasparente e che à tutte le proprietà della magnetite; ò creduto quindi necessario disegnare con la camera lucida i noduli più caratteristici di questo quarzo con un ingrandimento di 55 diam.

L' annessa figura 6ª ci addimostra come il quarzo in noduli è intercluso nella pasta trachitica e come la magnetite assieme ad altri minerali, non ben determinati, sieno inclusi nel quarzo (1); è degno d' attenzione però che tale magnetite è rimaneggiata come bene si osserva nella caratteristica figura 1ª, dove si vede una porzione di cristallo già spaccato ed iniettato in seguito di quarzo, quasi che ci sia stato un dinamismo tale da stritolare prima il minerale che poi è restato incluso nel quarzo: è degno anche notare in detta figura una cavità tappezzata di minutissimi cristalli di feldispato, impiantati sul quarzo e che hanno tutta l'apparenza di una sublimazione di silicati.

Ora in taluni noduli quarzosi si osserva come al microscopio analizzatore, la luce polarizzata fa vedere delle apparenze particolari, come se traversasse altri minerali diafani associati intimamente al quarzo. Questi noduli di quarzo spesso contengono cavità occupate da gassi e forse da liquidi. Finalmente ne' noduli quarzosi di questa trachite, si osservano spessissimo delle piccole screpolature, le quali sono state riempite di idrato di sesquiossido di ferro, proveniente certamente dall' alterazione subìta dalla magnetite.

Scoperte le associazioni di minerali diversi e specialmente di magnetite nel quarzo, bisogna conoscere se queste associazioni si verificano nel quarzo cristallino: preso quindi qualche cristallino e lavato con acido cloridrico di media concentrazione si osserva che esso rendesi più o

(1) Per non moltiplicare le figure ho scelto quel nodulo di quarzo che reputo più caratteristico.

meno trasparente, ma se si tratta a caldo con acido cloridrico di media concentrazione, allora i cristalli vengono più o meno attaccati ed al microscopio si scorge la silice gelatinosa in piccole concrezioni. Questo fatto lo credo interessante in quanto che ci manifesta come anche il quarzo cristallizzato si trovi associato ad altri silicati attaccabili parzialmente dall' acido cloridrico, a caldo, e la di cui silice si mette facilmente in libertà. In ordine a ciò ho praticata la seguente esperienza (1).

Trattati prima con acido cloridrico di media concentrazione alquanti di questi cristallini, l'ho poi lavati prolungatamente fino ad esaurimento di materia solubile con acqua distillata : sicuro così di avere esportato tutti i sali estranei, accidentalmente attaccati all'esterno di detti cristalli, l' ho asciugati e poi porfirizzati e finalmente trattati a caldo con acido cloridrico. Decantato il liquido limpido ed evaporato lentamente ho cercato nel residuo ridisciolto in acqua distillata gli ossidi di calcio, potassio e sodio. L' ossido di potassio solamente si è manifestato allo spettroscopio e anche mercè l' azione del bicloruro di platino; la presenza adunque dell' ossido di potassio pare che ci sveli la coesistenza dei silicati parzialmente attaccabili dall' acido cloridrico.

Il quarzo spogliato delle sostanze solubili in acido cloridrico, l' ho messo in una capsulina di platino ed aggiunto acqua distillata tanto da formare una specie di pasta piuttosto liquida; d' altro lato da una storta a becco di platino ho fatto svolgere lentamente vapori di acido fluoridrico; che sciogliendosi nella capsulina il quarzo veniva intaccato for-

(1) Ho provata l'azione dell'acido cloridrico sopra cristallini di quarzo del marmo saccaroide di Carrara ed ò constatato che nessuna modificazione vi produce, restando limpido e perfettamente inattaccato.

L' acido cloridrico impiegato non conteneva sali potassici.

mandosi acido fluosilicico; ora si sà che l'acido fluosilicico si disperde senza lasciare residuo alcuno: evaporato invece il liquido limpido, è rimasto un residuo nella capsulina che con il bicloruro di platino mi ha dato un precipitato di cloroplatinato potassico : una piccola porzione evaporata ed umettata con acido cloridrico allo spettroscopio ha dato la presenza del potassio e del sodio, dietrochè credo che non resti dubbio sulla presenza di silicati associati al quarzo in noduli e cristalizzato della trachite dell' Etna.

I cristalli di quarzo disegnati nella annessa tavola addimostrano con un ingrandimento di 55 diam. delle piccole screpolature e con un ingrandimento di 270 diam. si osservano sostanze intercluse, solide, gassose etc. come specialmente vedesi nelle figure 9, 10, 11. Nelle stesse figure è da notare che alle linee di accrescimento del cristallo corrispondono de' puntini e delle bollicine gassose: nella figura 9, si osservano laminette di forma indeterminata, ma che, avvicinasi però all'esagonale, forse dovute alla Tridimite che come si sà, è diffusissima (1): se venisse confermata la scoverta, che ora non oso affermare, la crederei di qualche interesse. Proseguendo dunque a dire delle sostanze intercluse nel quarzo dell'Etna, vi si osservano delle bolle gassose e forse con liquidi come si vede nella porzione di cristallo disegnato nella fig. 10; cosa già trovata dal Sorby che quasi tutti i cristallini di quarzo appartenenti alle rocce

(1) I. Wolf ha trovato la Tridimite in un blocco trachitico del tufo vulcanico del cratere di Ilalò vicino Quito. Rath nelle trachiti del monte S. Cristobae di Pachuca (Messico) e nei blocchi eruttati dal Vesuvio nel 1822 (minerale che aveva attirata l' attenzione del prof. Scacchi); G. Rose nell' opale Kösemutz, di Zimapan di Kaschau e nel casciolongo d' Islanda; Landberg nelle rocce trachitiche del Mont-Doré, di Drachenfels, Lasaulx e di Alleret Alta Loira); Hofmann in un'andesite augitica di Guttiner (Ungheria); Streng nelle rocce porfiriche di Waldbökelheim ec. ec.

granitiche, porfiriche ec. sono aeroidri e le cellette possono solo discernersi col microscopio (1).

Il quarzo delle nostre trachiti ci si presenta con le striature di accrescimento che c'indicano come lenta sia stata la sua cristallizzazione.

Dietro queste osservazioni sulla presenza del quarzo in una antica lava dell'Etna, due sono i criteri che si possono avere circa alla origine e cronologia del quarzo medesimo. O si può ammettere che siasi formato posteriormente per la decomposizione della roccia formata in gran parte di silicati: ovvero si ammette l'origine del quarzo come contemporanea alla formazione della lava. Nel primo caso il fatto non sarebbe tanto importante perchè piuttosto comune, ma nel secondo riuscirebbe di grande rilievo perchè dimostrerebbe la esistenza di un elemento mineralogico eccezionale nella genesi delle lave.

A me pare che il secondo criterio possa sostenersi mentre in modo diverso difficilmente si spiegherebbe la inclusione nei noduli di quarzo de' minerali disseminati e proprii della trachite, come sarebbe la magnetite ed in qualche caso la intima associazione del quarzo con il feldispato in maniera che il feldispato conserva la sua forma cristallina. Infatti il microscopio polarizzatore rivela questo magma (come si rivela nel nodulo *tipo* della nostra tavola), in cui oltre la magnetite vi si trova diffuso in piccole proporzioni pure il feldispato; nè la reale alterazione della roccia appoggia la posteriore formazione del quarzo, giacchè è vero che la roccia è in decomposizione, che la magnetite decomponendosi ha dato origine al sesquiossido di ferro idrato; ma questa decomposizione stessa milita in favore del mio ar-

(1) Il quarzo aeroidro generalmente contiene gas ed acqua, ma Brewster in quello del Madagascar e del Delfinato vi scoperse due diversi idrocarburi la Criptolina gassosa e la Brewsterina liquida.

gomento nella considerazione che il sesquiossido di ferro si è infiltrato posteriormente tutto intorno al quarzo, mentre si presentano intatti i cristalli di magnetite inclusa, come lo dimostra il nodulo della nostra figura. Se poi si passa ad osservare i cristalli di quarzo, questi se si lavano con acido cloridrico diventano ialini, lo che prova che le alterazioni della roccia sono posteriori alla formazione del quarzo, altrimenti sia i noduli che i cristallini di quarzo avrebbero dovuto essere associati agli elementi di decomposizione ed in questo caso all'idrato di sesquiossido di ferro che doveva colorare tutto il cristallo o il nodulo di quarzo, presentandosi così colorato internamente e non superficialmente.

Mi pare dunque che non sia troppo arrischiata l'idea che il quarzo di questa trachite dell' Etna non differisca da quello delle antiche rocce eruttive; eccettuate le dimensioni, trovandosi o cristallizzato o in noduli e associato a diversi minerali con i caratteri di quarzo aeroidro.

L' origine di questo quarzo adunque credo che possa farsi risalire alle stesse cause che generarono quello delle antiche rocce eruttive.

Il quarzo nelle rocce eruttive antiche si conosce sotto due forme cristalline, una romboedrica, l'altra, scoperta nel 1868 dall' illustre prof. Rath appartenente al sistema pure esagonale, si presenta in piccole tavolette esagonali che per le abituali geminazioni e trigeminazioni venne intitolata Tridimite. La Tridimite si trovò per la prima volta in una trachite e le sue proprietà fisiche sono differenti da quelle del quarzo (1).

(1) La Tridimite secondo Rath possiede una densità media fra il quarzo 2, 65 ed il quarzo fuso 2, 20; il peso specifico della Tridimite è 2, 30, un fascio di luce polarizzata non è depolarizzata allorchè traversa normalmente le lamine esagonali di Tridimite; la Tridimite finalmente è più facilmente attaccata da' reattivi per via umida e per via secca in confronto del quarzo.

La scoperta della Tridimite indipendentemente del valore mineralogico è interessante per la storia genetica delle rocce eruttive e per la conoscenza delle forze endogene che fanno cristallizzare il quarzo in due forme differenti.

Il sig. P. Hautefeuille modificando il processo di Rose sostituendo al sale di fosforo, impiegato per la riproduzione della Tridimite, i tungstati alcalini ottenne contemporaneamente la silice cristallizzata sia sotto forma di quarzo che sotto forma di Trimidite (1). Il predetto autore scuopriva appresso, come facendo oscillare la temp. fra 800 e 950 gradi, nel periodo di riscaldamento la silice si combina alla soda del tungstato impiegato: nel periodo di raffreddamento la silice è precipitata per la presenza dell' acido tungstico ed allora essa prende la forma di tridimite: quando però la temperatura è inferiore a 850 gr. la forma che assume è quella del quarzo. Cambiando poi l' agente mineralizzatore, invece cioè del tungstato di soda adoperando il tungstato di litina, si ottengono piramidi molto più acute e l' addizione dell'acido borico al bagno di tungstato, facilita la formazione del quarzo esagonale; insomma cambiando le condizioni della cristallizzazione, come accade per l' ortose e l' albite, differiscono notevolmente le forme cristalline (2).

Dietro adunque tali esperienze che conducono nella giusta via e ci mettono nelle stesse condizioni approssima-

(1) P. Hautefeuille. Etude sur la cristallization de la silice par la voie sèche. (Comptes rendus fer Semes 1878 pag. 1133.)

(2) Reproduction du quarz par la voie sèche par M. P. Hautefeuille. (Comptes rendus 1878 pag. 1194) e (Bull. Societ. Mineral. de France N. 8 1881.) Sur la silice et les silicates de lithine par M. Hautefeuille et Margattet.

In quest' ultimo lavoro gli autori espongono la formazione della tridimite mercè i cloruri.

tive a quelle adottate dalla natura, possiamo avere la chiave onde interpretare la genesi del quarzo e della tridimite nelle rocce eruttive.

Le osservazioni esposte e che mi conducono ad ammettere come probabile la contemporaneità del quarzo nella origine della roccia vulcanica studiata, mi sembrano di molto interesse, giacchè se con nuovi fatti si arriverà ad accertare ciò come carattere più generale, potranno sparire certe differenze che tuttora si manifestano tra la costituzione delle rocce plutoniche antiche e le rocce vulcaniche relativamente moderne.

Laboratorio di chimico-fisica terrestre
della R. Università di Catania. Gennaio 1882.

fig. 9.ª

fig. 10

fig. 11.ª

fig. 4.ª

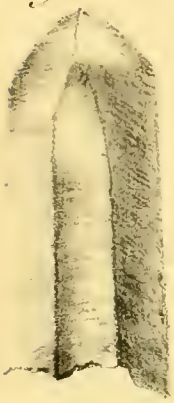


fig. 7.ª

fig. 8.ª

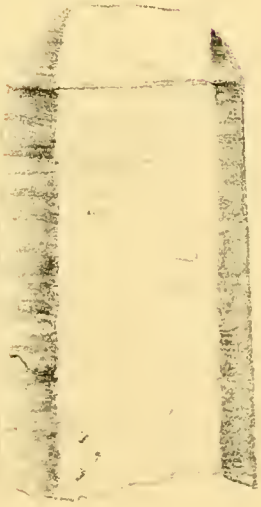
fig. 1.ª

fig. 6.ª

fig. 2.ª

fig. 5.ª

fig. 3.ª



Le fig. 1.ª 2.ª 3.ª 4.ª 5.ª 6.ª 7.ª 8.ª sono disegnati con un ingrandimento di 55 diam.tri
Le fig. 9.ª 10.ª 11.ª con un ingrandimento di 270 diam.tri

Le rocce calcaree della Provincia di Salerno.— Ricerche chimiche

del D.r L. RICCIARDI.

(*Memoria presentata nella seduta straordinaria del 5 Marzo 1882*).

Le montagne nella provincia di Salerno sono formate dalla calcarea appenninica; in esse la roccia in generale si trova stratificata orizzontalmente, ad eccezione di qualche leggiera inclinazione come si osserva nel gruppo de' monti compresi tra *Angri* ed *Amalfi*.—La inclinazione non è sempre nello stesso senso nè è continua in tutta la montagna, ma spesso accade vedere che, mentre la stratificazione è a grossi banchi, e non di rado questi sono dello spessore di più metri, pure è facile trovare delle interruzioni; allora la massa si rinviene confusamente deposta.

È un fatto acquisito che i grandi lavori paleontologici di *Cuvier*, di *Brogniart* di *Brocchi* e di tanti altri illustri scienziati contemporanei, hanno dato una nuova forma alla geologia delle formazioni sedementarie; pure nel determinare l'èra della roccia che forma le montagne del Salernitano vi furono molte discrepanze, e ve ne sono tuttora, perchè disgraziatamente le provincie del Napolitano, che, fino a pochi anni fa, erano credute povere di fossili, se avessero avuto un Barrande come l'ebbe la Boemia, oggi saremmo senza alcun dubbio molto più innanzi di quanto non lo siamo in riguardo alla conoscenza della costituzione geologica delle nostre contrade.

Infatti tra gli scrittori di cose geologiche delle contrade meridionali, alcuni, descrivendo la roccia calcarea che forma l' ossatura di quelle montagne, l'han creduta della formazione *sopracretacea*, altri dell' epoca *cretacea*, altri dell'epoca *giurese* ed infine l'hanno creduta dell' *infraliassico* perchè nella piana di Giffoni furono rinvenuti alcuni campioni di *Conchodon infraliasicus* (Stoppani) caratteristici di quest' ultima epoca.

Recentemente il Comitato Geologico Italiano, in occasione del Congresso Internazionale tenuto in Bologna, ha pubblicato una carta geologica d'Italia a 1,111,111 nella quale la calcarea Appenninica è indicata come appartenente alla formazione *cretacea*.

Lascio a chi si occupa di paleontologia risolvere la questione, tanto più che le ricerche sulla fauna fossile del Salernitano sono molto limitate, quindi non essendo cosa facile riempire tale lacuna, limito le mie ricerche a studiare le rocce dal punto di vista *chimico*, serbandomi nell' ultima parte di questo lavoro intrapreso sulla Provincia di Salerno, di trarne quelle conseguenze che possono essere utili, portate a conoscenza degli *agricoltori* e degl' *industriali*.

Ometterò la descrizione dei singoli monti perchè su per giù dovrei ripetere sempre le stesse cose, trite per un naturalista e che non porterebbero a nessuna utilità; tanto più che io mi servo della carta Topografica al 50,000 pubblicata dallo Stato Maggiore Italiano, dalla quale di leggieri si comprende la vera configurazione delle località da me citate.

Lontano dal mio paese, per ragione di professione, non ho potuto visitare minutamente le montagne, le colline, le valli ecc. le di cui rocce formano oggetto di questo mio qualsiasi lavoruccio, ma mi son dovuto accontentare di visitare tutto a *volo di piede* come meglio potevo; quindi se altri disporrà in seguito di maggiori mezzi ed avrà più tempo di me nell'ispezionare le contrade delle quali mi occupo, ed os-

serverà cose che mi poterono facilmente sfuggire, non dia a me tutta la responsabilità, ma la divida coi limitati mezzi e col tempo che non fu a mia disposizione.

Ho fatto questa dichiarazione perchè nel visitare dette contrade ho raccolto quelle rocce che dall'aspetto a me sembrava dovessero essere di differente composizione chimica, ma non potevo ispezionare minutamente tutti i punti nè tampoco penetrare nelle viscere de' monti, ed ho dovuto accontentarmi solo di fare una lieve scalfitura in quella parte della crosta del nostro pianeta.

La roccia calcarea magnesifera che forma quelle montagne è in generale compatta, a frattura scagliosa e non di rado concoidale. La sua struttura può considerarsi come cristallina e raramente è amorfa. — Il colore è variabilissimo, dal bianco al grigio nerastro; spesso la roccia si rinviene venata, altre volte ricca di geodi tappezzati da cristalli di calcite. — In alcuni punti la calcarea è fetida, ma quasi tutte contengono una quantità variabilissima di sostanze bituminifere, e non è difficile trovare in alcune contrade la roccia ricca di fossili, come pure si può trovarla di aspetto *oolitico* o *pisolitico*.

La roccia è suscettibile di ricevere bellissimo pulimento ed è usitatissima per le costruzioni e per la preparazione della calce.

Amalfi — *Capo d'orso* — La roccia è di color bianco cenereo ; molto compatta cristallina a frattura concoidale; si scioglie completamente a freddo nell'acido nitrico diluito.

Densità a + 15° C = 2, 803.

Composizione centesimale

Ossido di calcio	31, 04
Ossido di magnesio	21, 28
Anidride carbonica	47, 29
Ossido di ferro	tracce
Acqua a + 120° C	0, 19
	99, 80

Amalfi—Nelle vicinanze della città la roccia è di colore bianco sporco, venata, leggermente bituminifera, a frattura concoidale.

Calcinata diventa perfettamente bianca.

Si scioglie a freddo nell'acido nitrico diluito lasciando una piccola quantità di sostanze insolubili. — Dall'analisi qualitativa risulta che oltre i componenti normali della roccia contiene pure tracce di cloruri, di solfati e di ferro.

Densità a + 15° C = 2, 681

Composizione centesimale

Ossido di calcio	53, 86
Ossido di magnesio	1, 54
Anidride carbonica	44, 27
Residuo insolubile	0, 62
Acqua a + 120°	0, 15
	100, 44

Amalfi — *Torre* — La calcarea è bianco cinereo, criptocristallina, macchiettata in giallastro, a frattura scagliosa, con geodi tappezzati di cristalli di calcite.

Si scioglie facilmente e quasi completamente alla temperatura ordinaria nell'acido nitrico, lasciando sul filtro piccole quantità di sostanze carboniose.

L'analisi qualitativa svelò la presenza di piccole quantità di ferro e di cloruri.

Densità a + 16° C = 2, 775

Composizione centesimale.

Ossido di calcio	33, 03
Ossido di magnesio	19, 48
Anidride carbonica	47, 33
Acqua a + 120°	0, 21
	100, 05

Amalfi — Altra roccia di color grigiastro macchiettata in giallo, leggermente bituminifera, con venature bianche, ricca di geodi tappezzati di calcite. — La sua struttura è criptocristallina, a sfaldatura concoidale.

Si scioglie quasi completamente nell' acido nitrico, lasciando un residuo inapprezzabile.—Nella soluzione rinvenni tracce di cloruri e ferro.

Densità a + 16° C = 2, 619

Composizione centesimale.

Ossido di calcio	54, 37
Ossido di magnesio	1, 64
Anidride carbonica	44, 02
Acqua a + 120° C	0, 12
	100, 15

Atrani — *Torre Caruso* — In questa località la roccia calcarea è di color grigio-chiaro, criptocristallina, scistosa, a frattura scagliosa, leggermente bituminifera.

Si scioglie facilmente nell'acido nitrico diluito, l'azione del calore facilita la reazione, lasciando un residuo trascurabile di sostanze carboniose. — L' analisi qualitativa mise in evidenza piccole quantità di cloruri, solfati e ferro.

Densità a + 19° C = 2, 802

Composizione centesimale

Ossido di calcio	34, 03
Ossido di magnesio	18, 73
Anidride carbonica	46, 47
Acqua a + 120° C	0, 24
	99, 47

Atrani — *Minori.*—Al *Passo Menicone*, la roccia è di color grigio oscuro, compatta a frattura concoidale, bituminifera.

Calcinata acquista una tintura bianco-cinerea. — Si scioglie incompletamente nell'acido nitrico diluito, lasciando un residuo che consta di sostanze carboniose ed argillose.

Densità a + 18° C = 2, 776

Composizione centesimale

Ossido di calcio	30, 82
Ossido di magnesio	17, 98
Ossido di ferro e di alluminio	0, 73
Anidride carbonica	43, 49
Cloro e anidride solforica	tracce
Acqua a + 120° C	0, 55
Residuo insolubile	6, 69
	100, 26

Rovello — *Torre del Carosello* — La roccia in questa località è scisto calcarea, leggermente bituminifera, di color grigio-nerastro a frattura scagliosa.

Trattata con l'acido nitrico diluito a caldo, lasciò una parte insolubile che constava per la massima parte di sostanze carboniose, e piccola quantità di sostanza argillosa.

Densità a + 16° C = 2, 672

Composizione centesimale

Ossido di calcio	31, 01
Ossido di magnesio	16, 83
Ossido di ferro e di alluminio	1, 14
Anidride carbonica	43, 23
Acqua a + 120° C	0, 35
Parte insolubile	7, 95
	100, 51

Maiori — *Abazzia* — La calcarea è compatta criptocristallina a frattura concoidale; di color grigio cinereo. —

Si scioglie completamente nell'acido nitrico diluito e nella soluzione rinvenni tracce di cloruri e di ferro.

Densità a + 17° C = 2, 821

Composizione centesimale

Ossido di calcio	31, 21
Ossido di magnesio	21, 01
Anidride carbonica	47, 81
Acqua a + 120° C	0, 08
	100, 11

Maiori — *Bellagaia* — In questa località la roccia consta di una mescolanza di calcarea di color grigio-scuro e di nitidi cristalli di calcite.

Trattata con acido nitrico diluito si scioglie completamente, e la soluzione contiene, oltre la calce e la magnesia, tracce di cloruri, di solfati e di ferro.

Densità a + 16° C = 2, 823

Composizione centesimale

Ossido di calcio	30, 02
Ossido di magnesio	22, 03
Anidride carbonica	48, 01
Acqua a + 120° C	0, 15
	100, 21

Maiori — *Salicerchia* — La calcarea è criptocristallina, compatta, a frattura concoidale, di color grigio-scuro.

Si scioglie facilmente e completamente nell'acido nitrico diluito a freddo.

L'analisi qualitativa svelò la presenza del ferro e di cloruri.

Densità a + 19° C = 2, 838

Composizione centesimale

Ossido di calcio	31, 13
Ossido di magnesio	21, 56
Anidride carbonica	47, 61
Acqua a + 120°	0, 07
	100, 37

Maiori — Nella contrada *Nuciata* la roccia calcarea è compatta, amorfa, a frattura concoidale di color grigio nerastro.

Si scioglie a freddo nell'acido nitrico diluito, lasciando una piccola quantità di sostanze insolubili, pure a caldo, le quali sono accompagnate da quantità indeterminabili di sostanze carboniose.

Densità a + 19° C = 2, 716

Composizione centesimale

Ossido di calcio	55, 07
Ossido di magnesio	0, 87
Anidride carbonica	43, 41
Ferro e cloro	tracce
Parte insolubile nell' HNO^3	0, 97
	100, 32

Guardiola (verso Maiori). — Nel punto denominato *Vena Rossa*, si rinviene la calcarea compatta, di color grigio chiaro, venata, ricca di geodi tappezzati di calcite, macchiettata in ruggine. — La roccia è criptocristallina a frattura scagliosa.

È solubile completamente nell'acido nitrico diluito.

Densità a + 18° C = 2, 827

Composizione centesimale

Ossido di calcio	31, 16
Ossido di magnesio	21, 07
Ossido di ferro	0, 34
Anidride carbonica	47, 57
Acqua a + 120°	0, 14
	100, 28

Cannaverde (verso *Maiori*). — La calcarea è di colore grigio scuro, ricca di geodi e venature di calcite, criptocristallina a frattura concoidale, leggermente bituminifera. — Si scioglie a caldo nell' acido nitrico diluito, lasciando una piccola quantità di sostanze carboniose.

Dall' analisi qualitativa risulta che i componenti sono oltre la calce e la magnesia, solfati, cloruri e ferro, ma questi ultimi in quantità trascurabili.

Densità a + 17° C = 2, 815

Composizione centesimale

Ossido di calcio	31, 60
Ossido di magnesio	20, 78
Anidride carbonica	47, 72
	100, 11

Erchia — *Ponte* — La roccia è criptocristallina, compatta, a frattura scagliosa. — In alcuni punti la roccia è cospersa di geodi tappezzati da minuti cristallini di calcite.— Essa è completamente solubile a caldo nell' acido nitrico diluito, e nella soluzione rinvenni tracce di ferro, di cloruri e di solfati.

Densità a + 19° C = 2, 831

Composizione centesimale

Ossido di calcio	31, 32
Ossido di magnesio	20, 80
Anidride carbonica	47, 64
Acqua a + 120° C	0, 21
	99, 97

Cetara — Ne' dintorni di questo paese in alcuni punti la calcarea è di color grigio-scuro, con macchie giallastre, criptocristallina, venata con geodi piuttosto grandi ricoperti da cristalli di calcite.

In altri punti la roccia è di color bianco cinereo, cristallina.

La frattura di ambedue è scagliosa, si sciolgono a caldo nell'acido nitrico diluito, lasciando in sospeso parti insolubili accompagnate da sostanze carboniose.

Composizione centesimale

Calcarea oscura		*Calcarea chiara*
Ossido di calcio	30, 13	33, 04
Ossido di magnesio	22, 11	18, 64
Anidride carbonica	47, 29	46, 05
Ossido di ferro	0, 12	tracce
Parte insolubile	0, 63	1, 94
	100, 28	99, 67

Densità a + 16° C = 2, 836 a + 16° C = 2, 803

Fuonte — La roccia che si rinviene nei dintorni di questa località è di color bianco cinerea, e consta di una mescolanza di calcarea amorfa e criptocristallina. — Essa è compatta, a frattura concoidale, con radi geodi di minuti cristalli di calcite.

Si scioglie nell'acido nitrico diluito, l'azione del calore facilita la reazione, rimanendo sospese quantità indeterminabili di sostanze carboniose.

L'analisi qualitativa dette indizî di tracce di ferro, di cloruri e solfati.

Densità a + 16 C° = 2, 821

Composizione centesimale

Ossido di calcio	30, 66
Ossido di magnesio	22, 04
Anidride carbonica	47, 47
	100, 17

Raiti-Vietri — *Fontana a Limite* — In questa località la calcarea è di color grigio-nerastro, amorfa, scistosa, bituminifera a frattura scagliosa.

In altri punti la roccia è di color grigio-chiaro, cristallina compatta a fruttura scagliosa.

La calcarea grigio-nerastro si scioglie alla temperatura ordinaria nell' acido nitrico diluito, lasciando un residuo carbonioso, mentre l' altra si scioglie lentamente a freddo nell' acido nitrico, però l' azione del calore facilita a disciorgliela completamente.

Nella soluzione nitrica di ambedue rinvenni tracce inapprezzabili di ferro, cloruri e solfati.

Composizione centesimale

	Calcarea nerastra	*Calcarea chiara*
Ossido di calcio	34, 64	30, 55
Ossido di magnesio	17, 47	21, 98
Anidride carbonica	47, 14	47, 35
Sostanze carboniose	0, 67	tracce
Acqua a + 129° C	0, 17	0, 09
	100, 09	99, 97
Densità a + 16° C	=2,717	2,782

Vietri sul mare — Lungo il littorale di questo paese, sulla sinistra vi è un grande deposito di *travertino*, mentre sulla parte destra la roccia calcarea è scistosa, di color grigio-nerastro, bituminifera, a frattura scagliosa. Si scioglie facilmente nell' acido nitrico diluito, lasciando un residuo insolubile che consta di sostanze carboniose.

Oltre le sostanze determinate quantitativamente, contiene tracce di ferro, di cloruri e di solfati.

Densità a + 16° C = 2, 805

Composizione centesimale

Ossido di calcio	31, 37
Ossido di magnesio	19, 13
Anidride carbonica	46, 03
Sostanze carboniose	3, 68
	100, 21

Cava de' Tirreni—*Monte Perluso.*—Questo monte come gli altri è costituito da tanti banchi orizzontali di roccia calcarea di color variabile dal bianco al grigio-scuro.

Ne raccolsi tre campioni che distinguo colle lettere:

a — chiara
b — fasciata
c — oscura

a—La calcarea di color bianco cinereo è cristallina, venata di minuti cristalli di calcite, a frattura angolosa—Si scioglie completamente nell' acido nitrico alla temperatura ordinaria, e nella soluzione nitrica trovai tracce di ferro e di cloruri.

Densità a + 17° C = 2, 801

Composizione centesimale.

Ossido di calcio	34, 84
Ossido di magnesio	18, 09
Anidride carbonica	47, 15
	100, 08

b — La calcarea fasciata, consta di tanti piccoli strati sovrapposti di un colore variabile dal bianco-cinereo al grigio—La struttura è criptocristallina, ma non è difficile trovare nella massa minuti cristalli di calcite.—Si scioglie completamente nell' acido nitrico alla temperatura ordinaria.

Dall'analisi qualitativa risulta che contiene, oltre i componenti normali, tracce di cloruri e di ferro.

Densità a + 17° C = 2, 807

Composizione centesimale.

Ossido di calcio	32, 61
Ossidio di magnesio	20, 38
Anidride carbonica	47, 02
	100, 04

c — La calcarea oscura è leggermente venata, con radi geodi tappezzati da minutissimi cristalli di calcite. — Questa roccia è amorfa cospersa da pochi e minuti cristalli di calcite, la sua sfaldatura è concoidale.

Si scioglie nell' acido nitrico diluito a freddo lasciando una piccola quantità di residuo insolubile.

Densità a + 17° C = 2, 804

Composizione centesimale.

Ossido di calcio	33, 84
Ossido di magnesio	18, 64
Anidride carbonica	47, 16
Residuo insolubile	0, 47
	100, 11

Monte Sant' Angelo. — Questo monte consta per la massima parte di una calcarea di color grigio-scuro, e la massa è quasi amorfa.—La roccia raccolta in quella parte che guarda il *nord* è a frattura concoidale; si scioglie a freddo nell' acido nitrico lasciando una piccola quantità di sostanze insolubili pure a caldo.

Composizione centesimale.

Ossido di calcio	54, 13
Ossido di magnesio	2, 01
Anidride carbonica	44, 17
Parte insolubile	0, 58
	100, 89

Densità a + 16° C = 2,693

Sull' istesso monte, a *sud*, raccolsi altra roccia di color bianco-cinereo, criptocristallina a frattura concoidale, com-

pletamente solubile nell'acido nitrico, la quale dette la seguente composizione centesimale:

Ossido di calcio	36, 64
Ossido di magnesio	16, 30
Anidride carbonica	46, 63
	99, 57

Densità a + 17° C = 2, 792

Monte Caprile—La calcarea che forma questo monte, è bianco cinereo, criptocristallina, a frattura concoidale.

Si scioglie perfettamente a freddo nell'acido nitrico diluito. — L'analisi qualitativa mise in evidenza oltre i componenti normali della roccia, tracce di cloruri, di solfati e di ferro.

Densità a + 20° C = 2, 778

Composizione centesimale.

Ossido di calcio	32, 63
Ossido di magnesio	19, 82
Anidride carbonica	47, 72
Acqua + 120° C	0, 24
	100, 41

Monte Cerreto — Questo è il più alto della catena, 1313 metri sul livello del mare—La roccia calcarea predominante è di color grigio scuro, a frattura scagliosa leggermente bituminifera.

Densità a + 16° C = 2, 803

Composizione centesimale

Ossido di calcio	34, 24
Ossido di magnesio	18, 47
Anidride carbonica	46, 39
Acqua a + 120° C	0, 18
	99, 28

Travertino

Questa roccia è comune nella Provincia di Salerno e considerevoli depositi se ne rinvengono a Fuonte, ne' dintorni di Vietri sul mare e in tanti altri siti.

La formazione di questa roccia è dovuta alla deposizione del carbonato di calcio che continuamente sciolgono le acque infiltranti cariche di anidride carbonica — L' analisi chimica del *travertino* mette in evidenza il noto fatto cioè, che l' acqua carica di anidride carbonica, a contatto col carbonato di calcio e di magnesio, scioglie gran quantità del primo e solo tracce di carbonato di magnesio.

La roccia si scioglie completamente a freddo nell' acido nitrico diluito con grande effervescenza.

Densità a + 17° C = 2, 471

Ossido di calcio	53, 84
Ossido di magnesio	1, 97
Anidride carbonica	44, 36
Ferro	tracce
	100, 17

Stalattiti

Ne staccai un pezzo dalle grotte di *Bonea* che si trovano tra i villaggi *S. Cesareo* e *Drogonea* ne' dintorni di Cava de' Tirreni — Ometto la descrizione di questa roccia perchè è troppa conosciuta, però ricordo che essa deve la sua origine alle acque infiltranti come il travertino. Dalle grotte di Bonea fino alla Trinità di Cava le colline sono formate da *breccie calcaree.*

Densità a + 19 C° = 2, 549

Composizione centesimale.

Ossido di calcio	54, 06
Ossido di magnesio	1, 39
Anidride carbonica	44, 03
Ferro	tracce
	99, 48

Calcite

Lunghi e ben determinati cristalli di questo minerale raccolsi ascendendo il monte Sant' Angelo, ed eccone la composizione chimica:

Densità a + 20° C = 2, 717

Ossido di Calcio	55, 82
Ossido di Magnesio	tracce
Anidride Carbonica	43, 72
	99, 54

Come rilevasi dalle analisi la quantità di carbonato di magnesio nella calcarea appenninica de' dintorni di Salerno è variabile.

In quasi tutti i campioni da me raccolti nelle località suindicate, il carbonato di magnesio è in tanta quantità da far credere le rocce vere dolomiti, ad eccezione di qualcuna raccolta in vicinanza di Amalfi, Majori e sul monte Sant'Angelo, le quali ne contengono piccole quantità. Abich, che analizzò la roccia calcarea de' dintorni di Sorrento che si trova nella parte opposta di Amalfi, la indica come Dolomite e ne dà la seguente composizione chimica:

$CaCO^3$	65, 21
$MgCO^3$	34, 79
	100, 00 (1)

Questi fatti sono di una certa importanza qualora riandiamo un tantino indietro per vedere ciò che si è scritto ed hanno creduto d' indicare col nome di roccia Dolomitica. — Per roccia Dolomitica si è creduto d'indicare il tipo della roccia metamorfosata, e a tal' uopo non credo fuori

(1) Bombicci — Corso di Mineralogia — Vol. 2.° parte 2.ª pag. 566.

proposito riportare succintamente i criteri di dotti geologi su questa roccia, i quali chiamarono in loro aiuto tutta la forza immaginativa per ispiegarne la formazione — Alcuni credettero d' attribuire alle *augiti* l' azione *metamorfizzante*, altri al contatto della *sienite*, altri all' azione de' vapori di *cloruro di magnesio*, altri ad una vera *eruzione*.

Vi sono stati di quelli che l' hanno caratterizzata come roccia sedimentaria, ed altri hanno detto che si è formata per via acquea per l' azione de' sali di magnesio sulla roccia calcarea. — Infine si è creduto pure alla conversione delle rocce calcaree in dolomiti per mezzo delle acque contenenti disciolte il carbonato di magnesio.

Il D.r *Scheerer* (1) crede che la dolomitezzazione sia dovuta alle acque di sorgenti molto magnesifere mescolate colle acque marine calcarifere.

Tutte queste teorie secondo me sono ammirevoli come parti immaginarî e forse qualcuna potrà ancora applicarsi in limitate località, ma nessuna può assolutamente generalizzarsi.

Nelle contrade da me indicate, il tipo di Dolomite come roccia è molto raro, mentre per la composizione chimica possono considerarsi come Dolomiti normali.

Forchhammer dimostrò, che quelle rocce facendo cadere dell' acqua ricca di CO^2 sopra una mescolanza di carbonato di calcio e di magnesio, il carbonato di calcio viene asportato facilmente.

Un fatto che si spiega con la esperienza suaccennata è dato dalla valle di Tramonti dove si vede un grande sfacimento dovuto, più che agli elementi atmosferici, all' azione dell' anidride carbonica, la quale agendo sul carbonato doppio di calce e magnesia, che ne forma lo scheletro, ha

(1) D.r Th. Scheerer, Beiträge zur Erklärung der Dolomitbildung. — Dresden 1865.

disciolto il carbonato di calce mentre ha lasciato la roccia ricca di carbonato di magnesia.

Ora, non potendo applicare nessuna della teorie suaccennate alla formazione della roccia Dolomitica che si rinviene in quella parte dell' appennino, conchiudo che le rocce di composizione che si possono confondere con le vere dolomiti, non devono la loro formazione a nessuna azione metarmofizzante, ma sibbene io credo, col *Petzholdt* e *Wismann*, che furono deposte, come tutte le altre rocce calcaree magnesifere e non magnesifere, in seno al mare e poi sollevate con lento e diuturno lavoro.

Il peso specifico delle rocce aumenta con la quantità di carbonato di magnesia in esse contenuto.

Sulla composizione chimica delle Pomici Vesuviane raccolte sul monte Sant' Angelo.—Ricerche chimiche di L. RICCIARDI.

(*Memoria presentata nella seduta straordinaria del 5 Marzo 1882.*)

Il Monte S'Antangelo è uno de' più alti della catena che parte da Castellammare e va a finire alla punta della Campanella costeggiando Cava e la costiera d'Amalfi.

Questi monti che constano della calcarea Appenninica sono cospersi di *pomici Vesuviane*. Nelle mie escursioni in que' siti ebbi occasione raccoglierne circa mezzo chilogramma. Questo materiale vulcanico si trova in tutti i punti de' monti, cioè tanto nella parte che guarda l' ignivomo monte, quanto dalla parte opposta.

Sul piano del monte Sant'Angelo, 1130 metri sul livello del mare, si raccolse tanta quantità di pomici ed altri detriti vulcanici da formarne uno strato di terreno che a qualche punto è spesso più di 2 metri. Io rimasi sorpreso quando ascesi quella piccola montagna osservando il monte quasi nudo di vegetazione dalla parte orientale da 700 metri in su, mentre giunto alla sua sommità attraversai una lussureggiante vegetazione di piante svariatissime, alte diversi metri.

Il piano del monte Sant' Angelo merita la visita di un *botanico*, perchè mentre ne' dintorni di Cava e di Tramonti alcune piante menano vita stentata in quel terreno prospe-

rano tanto bene ed hanno tale vivacità le corolle da farle credere altre specie.

Le pomici da me raccolte hanno caratteri comuni a tutte le altre cioè sono porose e galleggiano sull' acqua non appena vi si gettano.

La massa fondamentale è amorfa di color giallo verdognolo, ricca di frammenti di *Leucite* e di *Augite*, e non è difficile trovare cristallini di questi minerali di diversi millimetri lunghi e ben determinati, con tracce di *mica* e di *pirite*.

Dalle pomici mi riuscì facile procurarmi tanta quantità di Augite e Leucite da farne l'analisi.

Augite

Densità a + 20° C = 3, 42

Composizione centesimale

SiO^2	50, 43
Al^2O^3	4, 03
FeO (Mn tracce)	21, 34
CaO	12, 87
MgO	11, 21
	99, 88

Leucite

Densità a + 20° C = 2, 48

Composizione centesimale

SiO^2	55, 37
Al^2O^3	24, 02
K^2O	20, 52
Na^2O	tracce
	99, 91

I caratteri generali delle pomici non spogliate da' minerali sono:

Ridotte in finissima polvere, questa non è attirata dalla calamita, calcinata si rapprende in una massa solida, compatta di color mattone leggermente attirata dalla calamita, subendo una perdita corrispondente a grammi 3,33 per 0/0 da computarsi come acqua d'idratazione. — Porzione della polvere umettata sulla carta rossa di tornasole lascia una marcata reazione alcalina. — L'acido solforico e nitrico la decompongono completamente. — L'acido cloridrico decomponendola parzialmente a caldo mette l' acido solfidrico in libertà; questo fatto mi confermò che nella massa realmente vi erano frammenti di pirite.

La composizione centesimale delle pomici rappresenta la media di 3 analisi.

Composizione complessiva delle pomici

SiO^2	52, 26
Ph^2O^5	0, 94
SO^3	0, 22
Cl	0, 42
Al^2O^3	16, 99
Fe^2O^3	2, 13
FeO	5, 22
CaO	6, 64
MgO	1, 86
Na^2O	1, 63
K^2O	8, 83
Perdita per calcinazione	3, 33
	100, 47

Densità a + 20° C = 1, 218

L' aver rinvenuto questo materiale vulcanico in una contrada i cui monti senza eccezione constano di rocce

calcaree magnesifere, non giungerà strano l'apprendere che in tutti i terreni alluvionali compresi tra Scafati e Cava de' Tirreni si coltiva il tabacco e gli agrumi.

Arrogi che uno de' principali prodotti di esportazione della costiera di Amalfi sono gli agrumi.

La composizione chimica e la fertilità de' terreni compresi in quella zona da me più volte mentovata, formerà l'argomento d' altro mio lavoruccio.

Ricerche chimiche sulla composizione dell'Acqua Minerale Acidulo-Alcalino-Magnesiaco-Ferruginosa detta del FONTE MAIMONIDE *e volgarmente la* GRASSA *delle sorgenti idrogassose di* PATERNÒ *alla base S.-O. dell'Etna.*

Eseguite dal Prof. O. SILVESTRI

(*Memoria presentata nella seduta ordinaria del 3 Luglio 1881*)

PREFAZIONE

La Idrologia minerale apre un largo campo di studio alla Geologia chimico-fisica. I fatti che derivano dalla composizione delle acque naturali che attraversando gli strati sotterranei sorgono, da più o meno grandi profondità, alla superficie del suolo; offrono preziosi elementi per indagare l' attività chimica del globo in rapporto alla circolazione interna delle acque. (1) Oltre a ciò anche la Igiene e la Terapeutica traggono grande profitto da questi studj.

Applicato come sono a fare ricerche scientifiche in questa importante regione vulcanica dell' Etna, mi sono proposto già da molto tempo di prendere ad esame tutte le differenti qualità di acque, specialmente minerali, che vi circolano e scaturiscono, per offrire col tempo alla scienza una serie di monografie che rappresentare devono una completa *Idrologia Etnea.* La importanza di questo argomento non era sfuggita alla mente sagace di antichi autori; anzi si può dire che da poco più di un secolo in quà, cioè

(1) V. A. Stoppani. Corso di Geologia vol. I. pag. 295 Milano 1871.

dall' epoca in cui la chimica fu rivolta a studiare la composizione delle acque, furono pubblicati a varj intervalli molti lavori in proposito. Questi però come avrò occasione di far notare anche nel corso della presente memoria formano parte della storia, ma non sono più alla portata della scienza moderna, per le tanto maggiori risorse ed i più sicuri metodi di ricerca che essa ora possiede.

La presente monografia è già la terza che pubblico sul mio assunto: (1) e svolgo ora il complesso delle ricerche chimico-fisiche intraprese per illustrare la *famosa* acqua minerale gassosa di Paternò, chiamata dagli storici antichi *Acqua del fonte Maimonide* e più comunemente conosciuta oggi dal volgo col nome di *Acqua Grassa.*

A questa più propriamente in ragione della sua composizione dò ora il nome di *Acqua Acidulo-Alcalino-Magnesiaco-ferruginosa* dai più importanti principj mineralizzatori che contiene.

Per quanto l' uso di questa acqua non sia per anco molto esteso fuori di Paternò e di Catania, per non essere stata fin'ora bene conosciuta nella sua composizione e nelle sue proprietà chimiche (requisito indispensabile perchè si divulghi l' uso di un' acqua minerale che può ricevere estese applicazioni) ; tuttavia non è esagerazione se l' ho chiamata *famosa*, giacchè molti scrittori fino da antica data si sono occupati a illustrarla, mentre in ogni tempo gli abitanti di Paternò ne hanno ricavato tanto profitto per la loro salute che è tradizionale il vantaggio che essa arreca. Ad ogni ora del giorno vedesi la gente del paese

(1) Vedi O. Silvestri « Sulla composizione chimica dell'acqua minerale Solfurea Salino-iodo-litico-manganesifera e idrocarburata delle Sorgenti di S. Venera (alla base orientale dell' Etna) Catania 1873.

Idem « Ricerche chimiche sulla composizione delle acque del fiume Simeto in Sicilia e delle acque potabili di Catania — Catania 1880.

accorrere alla sorgiva dell'*Acqua Grassa* per ivi attingerla; come si suol vedere alle fontane pubbliche di acqua potabile di prima necessità. Ciò basta a dimostrare, senza bisogno d'altro, come l'uso che se ne fa è giornaliero e applicata o per bevanda o per bagno diviene per molti un bisogno della vita.

La storia di quest' acqua che io ho desunto facendo accurate ricerche (1) è molto interessante ed io credo di dar pregio al mio lavoro mettendola in evidenza, dietro gli autori più o meno antichi che nelle loro opere se ne sono occupati, dedicandovi il seguente Capitolo Primo.

---

(1) Devo ringraziare la gentile cooperazione avuta in questa parte dagl'egregj amici Rev.mo Can. M. Maugeri bibliotecario della R. Università di Catania e dai chiarissimi Prof. Cav. Carmelo Sciuto Patti di Catania e Prof. Cav. Iacona di Paternò.

Capitolo I.

Introduzione storica.

Un secolo e mezzo fa un bravo medico e filosofo per nome *Don Vincenzo Chisari* della Città di Paternò, dopo lunga esperienza di applicazioni fatte dell' acqua minerale di Paternò e per i felicissimi resultati ottenuti ne diede una breve notizia nel 1736 (1) promettendo la pubblicazione di una opera ragionata col titolo di *Nuovo tesoro della salute* (2). Il libro, a quel che pare, non vide mai la luce per esserne forse stato distrutto il manoscritto per causa fortuita.

Anteriormente a questa data parlano delle acque acidole di Paternò molti autori. *Tommaso Fazzello* nel secolo XVI (3) così si esprime « *Ad radicem montis Aetnae non procul a Paternione, occidentem versus quingentos circiter passus, fons est aquae frigidae, sed aestuantis et acidulae, ubi pannus prius trita galla tinctus immersus continuo nigrescit.* »

Il *Baccio Andrea* (4) nel secolo XVIII cita pure le acque di Paternò, col seguente passo « *acidas quoque quasdam* « *aquas recensuit Aristoteles in Sicilia, ubi Oxalme, quod* « *est salsa simul, atque acida aqua.* »

---

(1) Vedi notizia delli bagni trovati in Paternò 20 febbraro 1836.

(2) Opuscoli Sicil. ediz. Palermo vol III. pag. 277.

Vedi anche Scinà Domenico — Prospetto della Storia Letteraria di Sicilia nel secolo XVIII Palermo 1824 pag. 197.

(3) F. Thomae Fazelli — De Rebus Siculis Decades Duae — Panorma 1560. Cap. Quintum « De Mirabilibus Siciliae » pag. 22.

(4) De Thermis veterum Lib. 6 pag. 403. Vedi Thesaurus Romanorum antiquitatum vol. XII (Venetiam 1737 pag. 290).

Antonino Mongitore nella sua opera sulla Sicilia (1) all'art. *Fonte di Paternò* così lo descrive.

« Sorge alle radici del Monte Etna, cinquanta passi di-
« stante dalla terra di Paternò, un fonte d'acqua fredda che
« bolle: il suo sapore è acidissimo. Ma quel che apporta più
« meraviglia è che immergendo in detta acqua i panni tinti
« prima di galla, restano colorati di perfettissimo nero... il
« bollore nasce o dallo zolfo che ha in seno o perchè passa
« per miniere di zolfo ed essendo egli di natura calda, per
« la sua comunicazione fa bollire l'acqua di questo fonte.
« L'acido lo rapporta dal passaggio delle miniere di allume e
« vitriolo che non mancano in Mongibello: e per la stessa
« ragione vengono a ricevere il nero i panni tinti di galla. »

Nicolò Serpetro fa pure menzione delle acque acidule. (2) Non passarono nemmeno inosservate a *Giov. Maria Magini* (3) e al *Cimarelli* i quali cercarono di trovar l'origine di quelle qualità che si rimarcano con meraviglia nel fonte di acqua acidula di Paternò. (4)

In *Mario Arezio* (5) pure del secolo XVIII si trova il seguente passo : « *In Montis radicibus Aetnae, et in ea parte quae ad Occidentem pertinet Adranum , nostra aetate Adernò, adhaeret supra Teriam amnem, ab Hadrano Deo deductum nomen; quem Siculi prope omnes maxima celebrabant religione : et mox alterum, Paternò nomine ,*

(1) Sicilia ricercata nelle cose più memorabili — Palermo 1743 tom. 2 pag. 239.

(2) Mercato delle meraviglie della natura Logg. 3 offic. 6 fog. 500.

(3) Descrizione della Sicilia fogl. 103.

(4) Risoluzioni filosofiche cap. 12 pag. 104.

(5) *Marii Aretii*—De situ Siciliae. (Biblioth. Historica Regni Siciliae Ioannes Baptistae Carusii Panormi 1723 Tom. I pag. 19 — Ovvero *Marii Aretii* Siciliae chorographia accuratissima in *Thesaurus Antiquitatum et historiarum Siciliae* de Graevio et Burmannio — Lugduni Batavorum 1723 pag. 20.

sive quod ipsum sit Adranum, sive de ejus nomine, ubi fons aquae ferreae, qui fervens, nec foras erumpens, linteum, aut pannum trita galla primo cum aqua infectum, mox nigrum reddit. Maimonis fontem hunc appellant. » (1)

Il celebre *Dolomieu* nei suoi studi sui prodotti del-

(1) Secondo una cronaca araba è opinione accreditata dagli storici che il nome di *Fonte Maimonide* provenga dal Generale leggendario *Goito Maimone*. La Sicilia era sotto il dominio di Giafar II, Emiro della Isola, il quale malgrado una gravissima carestia voleva riscuotore con violenza dazj eccessivi. Suo padre Iusaph per tal cosa lo richiamò in Africa e vi sostituì il suo secondo genito Alì il quale invece iniziò un governo di tanta mitezza che fu il solo degli Emiri, che permise ai cristiani il libero esercizio della loro religione. Questi sentimenti umanitari irritarono il generale Goito Maimone il quale si decise di combattere, umiliare Alì e opprimerlo, sopra tutto perchè permetteva il libero esercizio ai cristiani della loro religione. Dalla Spagna di dove partì nel 1027 giunse a Patti il dì 17 luglio dello stesso anno e quivi incominciò a esercitare le più orribili empietà e inaudite stragi. Nel traversare la terra di Paternò per andare a Siracusa, vuolsi che si accampasse presso la Fonte dell' Acqua grassa, come centro di richiamo della moltitudine, per avventarsi come belva furiosa contro chiunque si avvicinava. Fattosi celebre per lo spavento che seppe incutere, per le rapine e violenze di cui si rese capace, ne venne tramandato il di lui nome alle posterità con la voce corrotta siciliana di *Attu Mammuni* e confondendo poi col tempo il significato e gli eventi ne nacque dalla superstiziosa credulità del volgo la nota favola tradizionale con cui si intimoriscono i fanciulli « *del gatto Mammone* » (V. Maurolico Cron. Arab. Hyst. Sic. p. 1). — Secondo altri autori l'origine del nome di *Maimonide* è ben differente così per es. in una memoria del dottor *Giuseppe Costanzo* di Paternò (*) leggesi il seguente passo appoggiato a due citazioni importanti: « *Il fonte Maimonide pel cui nome e la favola e la storia varie congetture ci dipinsero* (**) *resulta dalle due parole* ebraiche Majim acqua e Monah distribuire — *fonte distributore dell' acqua* (***).

(*) D.r Giuseppe Costanzo — Sull' acqua minerale del *Fonte Maimonide* ossia della *Grassa*, vicino Paternò e sul suo uso medico, Catania 1847 pag. 7.

(**) Storia di Paternò del Padre fra Placido Bellia minore conventuale 1808 pag. 63.

(***) Vedi la parola Maimonide nel vocabolario universale italiano Tramater e C. vol. 4 pag. 203 Napoli 1829.

l'Etna (1) non tralasciò di parlare con molto interesse dell' acqua acidula di Paternò specialmente per l' Acido Carbonico che contiene e si sviluppa alla sorgente; egli dice: « *il se dégage en quantité immense, à traverse une source d'eau froide, dite l'Acqua rossa à la quelle il donne une très-forte saveur acidule; il la fait vivement bouilloner; il est estremement pur; il ôte subitement la vie aux animaux....* »

Agostino Giuffrida che fu professore nella Università Catanese pubblicò nel 1853 un libro intitolato — *Quaesita Medica* (2) e in questo discutendo i requisiti medici delle acque acidule in generale viene poi a dire « *de acidulis, quas offert nostra Paternio, quare ferendum judicium sit ignoro. Gustu judice sunt acidae, dentesque stupefaciunt.*»

Vito Amico nel suo Dizionario topografico all' articolo Paternò (3) dice: « È celebre per le fonti che nominiamo « dalle varie contrade ove scaturiscono. Sgorgano in *Iacona* « *grande* delle acque acidule e scorrono per occulti ac- « quedotti sino alla piazza del mercato; delle subacide ma « insieme freddissime nel borgo *Scammacca*. Appo *Costan-* « *tina* lungo la pubblica via emanano da due gorghi delle « acque salmastre; si ha a *Patellina* dei ruscelli di acqua « purissima, che è altresì fra le subacide; non dissi- « mili se ne hanno nel *Poggio del Monaco;* nel giardino « *Signorello* lasciano scorrendo nel suolo delle sostanze « ferruginose. Da molti si celebra il fonte di Maimone e « principalmente da *Arezio*, *Fazzello*, *Cimarelli*, *Serpetro* « il fonte di acqua ferrea (dice il primo) che fervendo, nè

(1) Déodat Dolomieu — Mémoire sur les Iles Ponces, et Catalogue raisonné des produits de l'Etna — Paris 1788 pag. 364.

(2) Agostino Giuffrida — Quaesita medica — Catania 1853 — Quaesit. II.

(3) Vito Amico — Dizion. topogr. d. Sicilia — Palermo 1859 2ª ediz. Vol. II pag. 327-29.

« al di fuori erompendo, rende nero un lenzuolo o un « panno infetto prima di ghianda trita e mescolata con « acqua; viene appellato di *Maimone.* »

Ferrara A. F. nella Storia generale della Sicilia (1) al Tomo IX pag. 84 dice: « I contorni di Paternò sono inte- « ressantissimi per molte sorgenti che vengono fuori dal « suolo delle quali una parte sorse come si ha memoria « nei tremuoti memorabili del 1693—Vi è l'*Acqua rossa* « tra Paternò e Belpasso e sorge da sotto ammassi di lave « in un terrono di creta argillosa e prende il colore del- « l'ossido di ferro; gorgoglia per un abbondante sotterraneo « sviluppo di gas acido carbonico che la rende acida e « piccante come altre acque di quella contrada: estingue « un lume che vi si appresta.

« L'*Acqua detta Grascia* trovasi subito fuori della « città, ha molte sorgenti in varj siti; il gas assai copioso « produce un gorgogliare clamoroso e forma sopra una mo- « feta micidiale: un uomo imprudente nello avvicinarvisi fu « trovato morto con il capo giù nel fondo del cratere. Al- « cune acque sono purganti per la magnesia che sovente « accompagna la calce e che esse hanno disciolto. »

Chi però prima di tutti si occupò delle acque acidule di Paternò più accuratamente e che per primo sotto la scorta della chimica ne fece un'analisi aprendo in Sicilia la via della applicazione Chimica alla studio delle acque minerali, fu il molto reputato medico e fisico per nome *Don Giuseppe De Gregorio* Palermitano il quale ne presentò una analisi nel 1746 all'Accademia del *Buon Gusto* di Palermo e nel 1760 la pubblicò in un opuscolo intitolato « *Delle Acque Acidule della Città di Paternò— Ragionamento.* (2)

(1) Ferrara A. F. Storia generale della Sicilia Palermo 1838.

(2) Opus. di Autori Siciliani Tom. III pag. 271. Palermo (Bentivegna) 1760.

Però l' Autore non essendo di Paternò e descrivendo le acque Acidule di Paternò solo per relazioni avute le confonde con altre acque minerali salate e talvolta termali della vicina Salsa o bacino fangoso detto *Salinella*: (1) infatti egli dice a pag. 278 (Op. Sic.) « Le acque di cui ragiono (Aci-
« dule di Paternò) sgorgano talvolta a capriccio, soventi
« calde e bollenti, or tiepide ed altre volte fredde, avvegnac-
« chè a' nostri giorni è stato egli un mistero creduto pres-
« so i Fisici e Naturalisti, le stessissime acque che oggi al
« di fuori sbucano al tutto freddissime, di lì ad un'attimo
« di tempo sovente cambiarsi in fervide e bollenti, indi a non
« poco le stesse ancor fumanti subitamente raffreddansi. »
A Paternò è tradizionale la conoscenza che l'acqua Grassa ha per proprietà di essere fresca a differenza dell' acqua minerale salata che scaturisce fangosa nella vicina Salsa o Macaluba, ove durante i periodi eruttivi si suole presentare ora fredda ora calda, secondo la fase di minore o maggiore attività nel fenomeno: come possiamo essere testimonj anche adesso nella eruzione fangosa che attualmente prosegue nel suo corso già da più di tre anni incominciata e possiamo trovare col termometro alla mano la stessa acqua minerale o fresca, o termale e, in questo caso, fino a 60 e più gradi secondo la forza di attività dei crateri, secondo cioè la maggiore o minore celerità con la quale per la espansione variabile dei gassi è portata al di fuori l'acqua da livelli profondi.—Indipendentemente da questi dati descrittivi inesatti, l'A. nell'analisi si occupa della sola acqua acidula di Paternò o acqua Grassa che gli fu mandata in bottiglie e non la confonde più con altre.

Egli ne ricevè a Palermo 5 o 6 bottiglie per mezzo del

(1) È in corso di stampa una 4ª mia monografia chimica riguardante l'acqua termo-minerale della Salsa (detta *Salinella*) di Paternò nella recente eruzione fangosa.

Principe di S. Flavia, allora mecenate dell' Accademia del Buon Gusto. E su di queste ne fece e presentò infatti una analisi molto interessante per la storia della scienza, giacchè dimostra quello che si poteva fare a quel tempo: ed io come prima analisi chimica di un'acqua minerale eseguita in Sicilia (1) credo utile di metterla a conoscenza riportandone qui testualmente alcuni brani.

« Tentar ne volli più volte lo sperimento, notomizzan-
« done le componenti parti e feci esse soggiacere allo
« rigoroso scrutinio delle più esatte analisi, all' oggetto
« di rilevarne ciò, che finora di lor virtude ignoravasi e
« delle loro ammirevoli proprietadi. Cinque libre intanto
« delle acidule di quella comarca in un matraccio di vetro
« fei svaporare col suffragio di un moderato fuoco, ch' è
« l' analista più fedele, per osservare quali recrementi a
« dietro lasciassero, e questi poi alle chimiche prove esa-
« minare, per deciderne i componenti o sali, o minerali, o
« terre: ma non altro dopo lo smarrito umido al fondo del
« vase lasciarono, se non se un rimasuglio di bianchissima
« calce del peso di un' ottava parte di oncia, di un sapore
« un po' più mordente, e di un' alcalina natura. Stillai
« poscia su d' una menoma parte di questa calce goccia
« per goccia parecchi acidi liquori or d' uno spirito di vi-
« triuolo, or di zolfo, or di sugo di limone, ed or d' uno
« spirito d' aceto in altrettante porzioni dell' accennata
« calce; ed in tutti questi sì differenti acidi sorger vidi
« all'improvviso uno spumante bollimento che sensibilmente
« sotto all' orecchio stordiva ed in tante piccolissime am-
« polluzze rialzandosi, tornata la pace di quei misti con-
« trarj, un sale neutro sortivane di tutte e due le nature
« partecipante che i chimici amano chiamare *ermafrodito;*

(1) V. Scinà Abate Domenico. Prospetto della storia letteraria di Sicilia nel secolo XVIII. Palermo 1824 pag. 137.

« *sale terzo; sale incagliato* che un sapore nella lingua « lascia di pugnente ed un disgustoso amarore. »

Più avanti a pag. 298 dice: « qualora siffatte acque « dalla loro matrice si spoppano e ne' vasi sieno di creta « o di vetro ed altrove si estraggono, perdono affatto a di- « ritto pensare de' più intendenti, l'ammirabile elastica for- « za che in se stesse posseggono in unione di quella co- « lonnetta di aria che loro riempie e circonda sparendo « tratto tratto quel volatile spiritoso ove fondasi il più « maschio di lor virtude e della lor penetrazione ».

A pag. 300 trattenendosi sull' uso delle acque dice:

« Un nazional Medico di Paternò dietro continui espe- « rimenti riferisce fortunate guarigioni riportate mercè le « soteriche acque acidule. Egli per una sua avvisommi in « data 4 Settembre 1758 in questi precisi termini:

« *La virtù medicinale di questa fonte è valevole molto, bevuta immediatamente, per corroborare le fibre e più d'ogni altro lo stomaco ed assottigliare le zavorre tutte delle viscere.*

« *Per uso di bagno cura mirabilmente le piaghe invecchiate e precise quelle delle viscere. L' acqua per lo più è diuretica e tante volte purgante come sovente l'ho osservato e specialmente nelle febbri contumaci e croniche* » — infine a pag. 305 applica alle acque di Paternò il giudizio dato da Cristiano Langio (de acidulis Egran fol. 160 e seg.) « *Inducunt edendi appetitum, obtinent huc usque campum cum crebra morborum strage, tollunt laborantis stomachi supplicium, et obstructiones hepate ac lyeni consulunt.* »

Finisce con lo scusarsi di avere « sformatamente de- « scritti i principj analitici, l'indole, la natura, le maniere « e le regole di tracannare le acidule di Paternò ed in- « sieme i morbi a cui riuscire possono come d'un tauma-

« turgo presidio, per isbarbicarsi fino dall'ultima loro cat-
« tiva radice. »

Alfio Ferrara in una memoria pubblicata nel 1811 a Londra sulle acque della Sicilia (1) presentò i resultati di un' analisi relativamente più completa.

Egli nel § 4 pag. 41 sulle *acque Minerali* dove parla delle *Acque cariche di acido carbonico* dice: « A Paternò
« ne sono assai ricche le acque dette *Acidule*; vi si pro-
« duce la mofeta come al Lago dei Palici; il gas esce an-
« che dai crepacci delle vicine terre e nel tempo delle
« pioggie spinge in alto l'argilla liquida come ai *Macalubi*
« presso Girgenti.

« Per fare uso di queste acque bisogna prenderle ed
« usarle alla stessa sorgente. È stato provato che l'acqua ha
« così forte attrazione per il gas acido carbonico che ba-
« sta essere in contatto per condensarlo e liquefarlo; si è
« trovato inoltre che questo gas si combina con l'acqua
« in quantità tanto maggiore quanto questa si avvicina più
« allo stato di ghiaccio nel quale finisce poi l'attrazione:
« così queste acque che escono sempre fredde alla sorgen-
« te, disposte a lungo all'aria perdono del calorico e con
« esso del gas acido carbonico; ecco perchè esse hanno un
« gusto meno piccante e meno vivo di prima. »

A pag. 131 della memoria citata dà un' analisi sommaria delle acque acidule di Paternò.

Due libbre danno: (2)

Gas acido carbonico pollici cubici . . . . 31 $^{22}/_{32}$
Solfato di soda . . . . . grani 23 $^{1}/_{3}$

(1) Alfio Ferrara — Memoria sopra le acque della Sicilia loro natura, analisi ed usi, pubblicata in italiano a Londra nel 1811.

(2) Secondo il rapporto tra le antiche misure e le attuali. Una libbra corrisponde a Grammi 633, 6. — Un grano a Gr. 0, 055. Un pollice cubico a 25 mill. cubici.

Carbonato di soda.	grani	11
» di calce.	»	11 $^{2}/_{5}$
Muriato di calce	»	5 $^{2}/_{9}$
» di soda	»	13 $^{1}/_{2}$
Carbonato di Magnesia	»	11
Allumina	»	1 $^{14}/_{21}$
Ferro	»	$^{2}/_{7}$ (1)

Carmelo Maravigna distinto Prof. di Chimica della Università Catanese il quale fiorì ai primi del secolo attuale, nelle sue numerose memorie di Orittognosia Etnea a pag. 93 parla dell'Acqua Grassa come sorgente di Acido carbonico e a pag. 125 dà molta importanza come ad altre Acque Minerali dell' Etna all' *Acqua Grassa* e dice che « *analizzate esattamente potrebbero apportare utile all' arte ed alla medicina* » (2) Ma non si conosce alcuna analisi fatta dal medesimo.

Però il D.r Giuseppe Costanzo di Paternò che fu per

(1) A questa analisi ne aggiunge un' altra dell' *Acqua ferruginosa di Paternò* detta l' *Acqua rossa* circa la quale a pag. 53 così dice.

In questa vi è un eccesso di acido carbonico per cui è assai acidula— è detta *l'acqua rossa* presso Paternò e ne ha un'altra vicina che mi ha dato molto solfato di ferro—Queste acque marziali sono tutte torbide e di aspetto ferruginoso; hanno un sapore astringente; colorano in azzurro la dissoluzione di prussiato di calce ed in nero quella delle noci di galla. La virtù tonica di questo prezioso metallo, fa che queste acque riescano di sommo vantaggio nelle numerose malattie di debolezza, nelle affezioni dello stomaco, nella macie etc.

Due libre danno:

Gas acido carbonico pollici cub		19
Murcato di soda	grani	0 $^{9}/_{20}$
Carbonato di calce	»	5 $^{2}/_{7}$
» di magnesia	»	9 $^{7}/_{45}$
» di ferro	»	5 $^{2}/_{3}$
Argilla ferruginosa	»	7 $^{1}/_{2}$

(2) C. Maravigna—Memoria di orittognosia Etnea—Paris 1838 pag. 125.

lunghi anni medico condotto del suo paese, dietro il precedente avviso del Maravigna pubblicò nel 1847 una elaborata memoria sull'*Acqua Grassa* (1) nella quale si trovano esposte con molto dettaglio le utili applicazioni terapeutiche della medesima, dedotte da lunga esperienza di cure eseguite.

Frattanto l'Autore ai suoi ragionamenti medici fa precedere i resultati di una analisi chimica sull'acqua minerale tolta ad argomento della sua memoria e la detta analisi a pag. 30 (nota) dichiara di avere eseguito « *assieme al bravo ed ottimo farmacista D. Vincenzo Pulvirenti da Paternò* ». L'analisi non contiene nessun dettaglio e dà solo la seguente

Composizione dell'acqua del *Fonte Maimonide* ossia della *Grassa*.

Bicarbonato di magnesia . .	parti	43 54
Idroclorato di magnesia . .	»	37 6
Bicarbonato di protossido di ferro	»	8 42
Gas Acido Carbonico . . .	»	6 83
Idruro di Zolfo	»	4 3
Silice	»	0 12
		100 00

Composizione del sedimento giallo rossastro che fa l' acqua del fonte *Maimonide* ossia della *Grassa*.

Sottocarbonato di magnesia . . .	51 39
Sottocarbonato di protossido di ferro .	36 85
Zolfo	6 9
Silice	5 67
	100 00

(1) D.r Giuseppe Costanzo—Sull'Acqua Minerale del *Fonte Maimonide* ossia della *Grassa* vicino Paternò e sul suo uso medico—Catania Tipi dell'Accademia Gioenia presso F. Sciuto—1847.

Per quante ricerche bibliografiche abbia fatto, non ho trovato, da *Giuseppe Costanzo* in poi fino all'epoca presente, più alcuno che si sia occupato chimicamente di queste acque acidule; sicchè bisogna dire che tutto quello che se ne sa di più, ma sempre in modo incompleto, rimonta ai primi del secolo.—Era dunque interessante di ripigliare modernamente coi mezzi che offre oggi la chimica lo studio di queste acque acidule, tanto più che a parer mio sono destinate per i resultati ottenuti dalla loro analisi e che ora espongo, come per le attuali facilità di comunicazioni, a ricevere una applicazione ben più estesa di quella che non abbiano ricevuto fin' ora.

Già fino dal 1866 quando io a Paternò intrapresi gli studi dei prodotti della eruzione idrogassosa termale accompagnata da fango salato (1) (nelle medesime condizioni della attuale) manifestatasi subito dopo la grande conflagrazione Etnea del 1865, mi occupai a fare delle ricerche chimiche su questa acqua acidula, col pensiero di estenderle, di completarle e di pubblicarne la storia chimica. Ma per cause indipendenti dalla mia volontà, il lavoro rimase incompleto e giacente. Ora però col fermo proposito di terminarlo e per aderire al desiderio espressomi dallo egregio amico Prof. Salvatore Tomaselli, distinto clinico medico della Università Catanese; ho preso di nuovo ad esaminare l' acqua minerale di Paternò in differenti punti ove scaturisce e specialmente nelle due più importanti sorgenti che si trovano al Nord del paese e a poca distanza l' una dall'altra. La 1ª e più elevata di livello osservasi in un giardino di agrumi (detto anticamente fondo

(1) V. O. Silvestri le Salse e la Eruzione fangosa di Paternò in Sicilia — Catania 1866.

Idem — Sur une récente eruption boueuse des Salses de Paternò en Sicile — Compt. rend. d. l'Ac. d. Sc. Paris 12 Mars 1866.

Catalano) ora proprietà del predetto Prof. Tomaselli ed è distante appena mezzo chilometro dal paese: l'altra un poco più prossima al paese è quella più comunemente conosciuta col nome di Fonte dell'Acqua Grassa, di proprietà del Municipio di Paternò.

Presentano ambedue esternamente i medesimi caratteri; sono accompagnate dove scaturiscono da energico sviluppo di acido carbonico, lasciano nel loro corso un abbondante precipitato ocraceo, sono ambedue fresche ed hanno il medesimo sapore. Malgrado questo eguale modo di presentarsi ho intrapreso delle analisi comparative e queste mi hanno dimostrato che le differenti sorgive possono ritenersi come scaturigini distinte della stessa vena idrominerale.

Ma prima di passare alla esposizione dei caratteri fisico-chimici e dei risultati delle analisi è necessario che io faccia precedere nel seguente capitolo alcuni cenni sulla topografia e geologia delle acque minerali di Paternò.

Capitolo II.

Cenni topografici e geologici sulle sorgenti acidule di Paternò

Le due scaturigini sopramentovate di acqua minerale ferruginosa non sono le sole: nel territorio di Paternò in un'area che ha un raggio di 4 chilometri a partire dal paese considerato come centro, si affacciano qua e là molte acque che manifestamente dimostrano, per i depositi ocracei che lasciano lungo il loro cammino di essere ferruginose e dall'insieme dei loro caratteri, di somigliare alle acque gassose delle due sorgenti più conosciute.

Così alla distanza di circa 4 chilometri a Oriente di Paternò e precisamente nella regione Patellina, lungo la

via che da Paternò conduce a Belpasso, (V. Tav. 2ª) tra ammassi di lave sovrastanti ad un terreno marnoso scaturisce a 350 metri di altezza sul livello del mare, (I) *l' Acqua rossa*, così detta perchè forma un deposito ocraceo giallo rossiccio sul terreno ove scorre. Ci si può andare dalla strada di Val Corrente prendendo la via che conduce ai Mulini e che va ad incontrare nella contrada detta Acqua rossa la strada nuova carrozzabile che da Paternò conduce a Belpasso. Da Val Corrente inoltrandosi nella detta via trasversale s' incontra prima una fontana di acqua potabile (appena che si è nella contrada Acqua rossa) e poco dopo si presenta la strada nuova Paternò-Belpasso. Risalendo questa strada per 10 minuti in direzione di Paternò, a sinistra della strada e subito dietro il muricciolo che la fiancheggia (e forma limite con la proprietà del barone Musumeci di Acireale di cui si vede a poca distanza il caseggiato della fattoria) si presenta un rivolo di acqua acidula con sedimento ocraceo. Questo è formato dall' *acqua rossa* la quale esce da una specie di condotto sotterraneo che s'inoltra orizzontalmente sotto le lave, da cui scaturisce. Vicino all'apertura di tale condotto non praticabile, si può attingere l'acqua rossa che è assai limpida, scorre tranquillamente senza mostrare, dove è allo scoperto, alcuni gorgogliamenti di acido carbonico, altro che qualche bolla di tanto in tanto. Tuttavia l' acqua è acidula e forma un deposito ocraceo che la caratterizza per ferruginosa.

All'acqua rossa si può andare più facilmente da Paternò prendendo la nuova strada che conduce a Belpasso e percorrendola per circa 2 chilom. e mezzo: in tal caso (e sempre nella situazione sopra descritta) lo sgorgo dell'acqua rossa si presenta alla destra. Dall' *acqua rossa* procedendo da oriente a occidente, s'incontrano in una linea leggermente serpeggiante varie sorgenti delle medesime acque acidule ferruginose e principalmente nella così detta *Chiusa del*

Signore, Tav. 2ª (II), a un chilometro e 1|2 dall'acqua rossa e in paragone a questa a un livello più basso di circa 80 metri. Più avanti nel fondo *Ferrara* scaturisce l'acqua acidula nel punto (III) a 260 metri di altezza, in una specie di pozzo ove si mescola con altre acque: indi succede l'acqua acidula più volte menzionata della proprietà Tomaselli (IV) bella e ricca sorgente che gorgoglia in un cratere situato a 222 metri di altezza sul mare e a un livello di soli 15 metri superiore all'altro importante e adiacente cratere dell'acqua grassa o fonte Maimonide di proprietà Comunale, da cui è distante circa 200 metri. Continuando nella medesima direzione, da oriente a occidente, e percorrendo poco più di 1 chilometro troviamo a livelli successivamente più bassi (in mescolanza con acque dolci) la sorgente (VI) presso il Molino di Carrubo, poi la (VII) presso il Molino di Iuncio e finalmente quella (VIII) del fondo di Gaudio. Se poi da questo estremo della direzione si piega verso Sud-Ovest, s'incontra nella regione detta *Salinella del Fiume* e precisamente a 4 chilometri da Paternò verso la sponda sinistra del Simeto, in vicinanza della sorgente di acqua dolce detta del *Palazzo*, un altro sgorgo di acqua alquanto acidulo-ferruginosa nei così detti *Costigli* (IX) a soli 50 metri di elevazione sul mare.

Anche nell'interno del paese di Paternò non mancano indizj del passaggio tra i meati sotterranei delle stesse acque minerali acidule, come p. es. nella piazza principale della città, nel mercato ecc. mescolate sempre ad acque potabili. Vi è un pozzo conosciuto col nome di Pozzo di Nunzia Conti situato lungo la via principale all'entrare nel paese, dal quale pozzo si attinge un'acqua torbidiccia che viene usata da coloro che trovano troppo forte l'acqua acidula delle due principali sorgenti: è infatti molto più debole, snervata e si presenta leggermente torbida e opalescente, come sogliono presentarsi le acque solfuree, mentre non con-

tiene nemmeno tracce di Solfo libero. Ha il medesimo aspetto e sapore dell' acqua grassa allorquando questa, soggiornando a se dopo attinta di fresco, ha perduto la più gran parte del gasse carbonico disciolto di cui è abbondantemente ricca alla sorgente: in essa allora si decompone il bicarbonato di ferro e parzialmente il bicarbonato di calcio e di magnesio e i prodotti di decomposizione, che sono l'idrato ferrico e i carbonati terrosi neutri, la intorbidano, finchè con l'assoluto riposo non si depongono e allora schiarisce di nuovo.

Da questa condizione particolare in cui si presenta l' acqua minerale, ai Costigli nelle adiacenze del paese e al mentovato pozzo dentro Paternò, sembra che se ne debba inferire che ivi essa propriamente non scaturisca, ma sia dovuta all' infiltramento attraverso agli strati del suolo delle sovrastanti sorgenti. Nè questi sono i soli casi. Dal centro del paese andando in direzione di mezzogiorno lungo la via carrozzabile che conduce al fiume Simeto e proprio nella Regione *Tre Fontane*, si osservano tanto nel Canneto *Scammacca*, quanto nel fondo contiguo detto *Sciarelle di Battiato* e in altri punti vicini (a un livello medio di circa 100 metri) piccole vene della stessa acqua che analogamente al pozzo dentro Paternò, molto ha perduto dei suoi principj mineralizzatori fugaci, perchè quivi pure non scaturisce direttamente, ma sembra del pari dovuta ad infiltrazioni delle sorgenti superiori (1).

Escludendo dunque queste ultime vene che compariscono

(1) Devo manifestare la mia gratitudine agli egregi signori Prof. Giuseppe Pulvirenti, architetto Condorelli e Cav. Antonino Bellia, di Paternò per molti schiarimenti che mi hanno gentilmente dato a proposito della distribuzione topografica delle acque Acidule. Il primo anche per aver collaborato nelle prime sperienze chimiche fatte sull'*Acqua grassa*, mentre trovavasi mio assistente nella Cattedra di Chimica generale nella R. Università di Catania.

sia dentro al paese di Paternò, sia a livelli inferiori nelle vicinanze del medesimo e scendendo alla valle del Simeto; si possono tutte le altre superiori sorgenti riunire tirando una linea che a partire dall' acqua Rossa (sulla via di Paternò a Belpasso) finisce all'acqua acidula che sgorga nel fondo di Caudu. Questa linea non è retta, ma leggermente serpeggiante e rappresenta certamente una interruzione o spaccatara del suolo, formatasi attraversando le rocce vulcaniche che lo costituiscono. Queste sono costituite da lave basaltiche, tufi, conglomerati basaltici che spesso si osservano in forma di masse dislocate, ora ricoperte qua e là dai prodotti dei piccoli vulcani idroargillosi adiacenti; ora rivestite e cementate da incrostazioni calcaree formanti alcune varietà di alabastro zonato, a zone variopinte e ricercato come pietra di ornamento di bello aspetto e capace di assumere una perfetta pulitura (1). Nella bassa valle del Simeto si vedono anche ricoperte da travertino e da sedimenti lacustri.

Tutti questi materiali che, tranne i depositi recenti, possono riferirsi ad un tempo geologico immediatamente precedente al periodo attuale e anteriore alla formazione dell'Etna attuale; rappresentano la costituzione geologica dominante del suolo al di sotto di cui, a profondità variabile, trovansi le marne argillose del pliocene inferiore, ovvero del periodo pliocenico il più antico. Sembra che la sede delle acque minerali acidulo-ferruginose sia compresa in questo terreno vulcanico soprastante alle argille, il quale anche in un' epoca non molto remota e di cui si conserva memoria (quella dei funesti terremoti del 1693) pare secondo gli autori (2) che si aprisse in più punti determinando la com-

(1) È molto rinomato l'alabastro detto di Paternò (che si scava presso la Salinella di S. Biagio) di colore giallo e verdastro a zone o a macchie.

(2) Vedi Francesco Ferrara — Op. cit.

parsa di alcune delle sorgenti idrominerali di cui è parola. Il terreno argilloso sottostante è estraneo a queste acque minerali acidulo-ferruginose, come me lo ha dimostrato il fatto della indipendenza loro *assoluta* dai fenomeni di eruzione fangosa che si compiono quasi nella stessa situazione topografica e a pochi passi di distanza. Il terreno argilloso dimostra invece di essere il tramite per cui si compiono all'esterno questi ultimi accennati fenomeni di vulcanicità più profondi, che caratterizzano le *Salse o vulcani gas-idro-argillosi* detti con voce araba *Macalube* come si vedono da tempo immemorabile fino ad ora, alla Salinella a Nord di Paternò e a brevissima distanza dal paese; e nei dintorni, alla Salinella di S. Biagio e alla Salinella detta del Fiume presso il Simeto, sotto Paternò.

In queste località si osservano in mezzo a bacini argillosi dei piccoli crateri a cono parimente argilloso, dai quali si sviluppano continuamente delle materie gassose accompagnate da un'acqua minerale salata, fredda, fangosa e di natura differentissima dalle acque acidulo-ferruginose. Le condizioni ordinarie di questi bacini vanno soggette di tanto in tanto a dei cambiamenti al presentarsi dei periodi di recrudescenza nelle così dette eruzioni di fango: in queste si ingrandiscono assai le proporzioni del fenomeno; tutte le materie gassose liquide e solide sgorgano in grande abbondanza; l'acqua minerale non è più fredda, ma termale con una temperatura di 50, 60 e più gradi e i crateri prima trasformati in bacini divengono poi, veri pantani di fango fumante in mezzo ai quali si osserva quà e là un bollore, dovuto allo energico svilupparsi dei gassi in corrispondenza a dei centri di eruzione. (1)

(1) Vedi O. Silvestri, mem. cit. Le Salse e la eruzione fangosa di Paternò.— Catania 1866.

Idem. — Fenomeni vulcanici dell'Etna Catania 1867. pag. 219.

L'ultima eruzione fangosa che è tuttora in corso alla salinella di Paternò, incominciata a dì 3 Dicembre 1878, (1) (quasi sei mesi prima della conflagrazione Etnea del 26 Maggio 1879,) che non ha per nulla disturbato, come verrò a dimostrare, le sorgenti di acqua acidula ferruginosa che sono a pochi passi di distanza; ci stà a testimoniare la verità del fatto che io metto in evidenza della differente sede dei due fenomeni, che è quanto dire dei differenti rapporti circa la profondità e i terreni interessati con la causa comune che è la vulcanicità locale.

Malgrado la moltiplicità accennata delle scaturigini dell'acqua acidula e ferruginosa, quelle che, ripeto, meritano proprio il nome di vere sorgenti a crateri distinti, che vengono all' esterno nello stato di mineralizzazione più perfetto perchè sono accompagnate da abbondante sviluppo di acido carbonico; che perciò attirano maggiore attenzione sono due: la sorgente del Fondo Catalano, ora proprietà *Tomaselli*, e l'altra vicinissima del Fonte Maimonide di proprietà *Comunale*. La prima a livello più elevato dà un'efflusso liquido di circa 20 metri cubici all' ora; la seconda di circa 31 nello stesso tempo. Sono queste che offrono i requisiti per le applicazioni teràpeutiche, perchè non si presentano mescolate nè punto nè poco ad acque dolci, la cui circolazione come lo dimostrano le acque potabili della *Fontana grande* ed altre, è parimente abbondante nel suolo di Paternò.

---

(1) Vedi O. Silvestri — Importante eruzione di fango comparsa a Paternò nelle adiacenze dell'Etna a dì 3 Dicembre 1878—e fasi successive.

(Boll. del Vulcan. ital. Roma vol. VI 1879, vol. VII 1880, vol. VIII 1881, vol. IX 1881).

Capitolo III.

Analisi Qualitativa.

Come ho già detto questa analisi ebbe principio nel 1865-66 — fu ripresa nell'ottobre 1878, ma poco dopo (a dì 3 dicembre) ebbe principio l'eruzione idrogassosa termale con trasporto di fango, nel bacino della *Salinella*, situato come si è visto, presso le sorgenti principali dell'acqua acidula. Più tardi (a dì 26 maggio 1879 a questo fenomeno in corso si aggiunse la grande esplosione dell'Etna con eruzione di lave sui fianchi Nord e Sud-Ovest; cessata questa (nel giugno successivo) ebbe lungo seguito la eruzione di fango. In tali straordinarie commozioni dell'Etna doveva naturalmente pensare che vi potessero essere delle cause disturbatrici, ovvero modificatrici della composizione chimica delle acque acidule; perciò mi trovai costretto ad accompagnare per lungo tempo queste ricerche e non potei determinarmi a presentarle complete prima di ora, cioè prima che non fossi persuaso che i fenomeni eruttivi indicati (uno dei quali, l'eruzione fangosa tuttora in azione) non avevano arrecato, nè arrecavano alcuna modificazione alle sorgenti acidule. Per tale convincimento mi sono riuscite preziose quelle determinazioni qualitative e quantitative che aveva già fatto sulle materie saline delle acque nel 1865, quando lo attiguo bacino della salinella era nella sua calma ordinaria, cioè non presentava che piccoli centri di emanazione gassosa o crateri argillosi (del diametro al più di 30 a 40 centimetri) che assieme ad un limitato sviluppo di gassi traboccavano scarsamente un liquido denso melmoso.

Come sopra ho accennato le acque acidule di Paternò mentre circolano molto diffuse nel territorio, sono in ge-

nerale più o meno mescolate ad altre acque potabili o parzialmente decomposte per il lungo cammino che fanno dalla loro origine. Senza aver trascurato di occuparmi di tutte comparativamente, come mostrerò alla occasione di fatti speciali che interessano, ho preso a studiarle più dettagliatamente nella condizione di loro purezza, ove costituiscono le già segnalate due più rimarchevoli e caratteristiche sorgenti *Tomaselli e Comunale* di acqua minerale acidula che essendo identica per ambedue viene descritta complessivamente col titolo unico di *Acqua acidulo-alcalino-magnesiaco-ferruginosa di Paternò.*

ARTICOLO I.

RICERCHE FATTE DIRETTAMENTE SULLE ACQUE ACIDULE ALLO STATO NATURALE.

§ 1.

Proprietà Fisiche.

Le acque scaturiscono nelle rispettive sorgenti *limpidissime*: presentano però al fondo e tutto all' intorno dei rispettivi crateri (1) (ora trasformati in vasche artificiali di muratura) e lungo tutto il cammino che hanno nei loro emissarj esterni od interni, un abbondante deposito di colore giallo ocraceo, caratteristico della presenza del ferro in

(1) In un prezioso disegno all' acquerello, fatto nel secolo passato e che si conserva nel R. Museo di Mineralogia e Geologia della Università Catanese, è bene rappresentata la veduta del Monte di Paternò con l' adiacente Fonte Maimonide o dell' Acqua grassa nelle antiche condizioni di cratere scavato naturalmente nel suolo a guisa di laghetto. — A poca distanza da questo si osservano ancora ben marcati i piccoli crateri della vicina Macaluba o Salinella in perfetta calma. Per dare pregio al mio lavoro ho creduto utile di fare una riproduzione fotografica del disegno che vedesi nella Tav. III

esse contenuto. Sulle pareti dei crateri e sul fondo (che è formato da frammenti di pietre basaltiche) oltre al sedimento giallo si vedono quà e là spiccare delle macchie verdi, intensamente verdi, formate da una materia viva che ha tutta l'apparenza di una pianta criptogama. Raccogliendo con un cucchiajo il deposito ocraceo il più superficiale, cioè quello formato di recente (che si presenta di colore omogeneo giallo ocraceo intenso) e sottoponendolo quindi alla osservazione microscopica con un ingrandimento non troppo forte, esso si presenta (Vedi Tav. I. fig. I.) costituito da frammenti grossolani di forma irregolare, di aspetto terroso, di colore giallo rossiccio. In mezzo a questi si vedono granulosità minute, alcune opache, altre semitrasparenti o del tutto trasparenti le quali altro non sono che o particelle ferrigne o particelle microlitiche di lave basaltiche o di tufi vulcanici che, come ho detto, costituiscono la condizione geologica del suolo. Se però il detto sedimento ocraceo si raccoglie sia nelle pareti, sia nel fondo delle vasche murate, ove comparisce macchiato dalla suddetta materia verde, e si osserva con forte ingrandimento per es. di 500 diametri, allora oltre ai frammenti e granulosità minerali si vede la organizzazione della materia verde e si riconosce essere prevalentemente formata dalla *Oscillaria tenuis* Ag. pianta della famiglia delle Alghe la quale nel modo come si presenta abbondantemente sviluppata, deve dirsi che può vivere non solo, ma prosperare nelle condizioni chimico-fisiche dell'acqua minerale. Questa però non è la sola produzione viva. Intorno ad essa si assiepa uno sterminato numero di *Diatomacee* cioè altre alghe a scheletro siliceo di forme organiche eleganti, svariatissime; e devesi a queste diatomacee il fatto, che tra breve esporrò, di trovare molta silice analizzando chimicamente il sedimento ocraceo di cui è parola. Le diatomacee del sedimento si presentano anche esse di color verde intenso mentre sono vive; se si separano

con processo chimico, distruggendo la materia organica col calore, divengono perfettamente bianche e trasparenti.

Per separarle dalle altre sostanze minerali ed organiche ho praticato il seguente processo. Ho preso del sedimento ocraceo ove compariva più abbondante la materia verde: l'ho trattato con acido cloridrico per sciogliere tutta la materia ferruginosa e le particelle minerali solubili negli acidi. La parte insolubile separata per filtrazione e lavata l'ho sottoposta alla calcinazione per bruciare completamente tutta la materia organica. Resta una polvere appena rossiccia la quale lavata per 3 o 4 volte con acqua in un piccolo bicchiere e poi dopo breve riposo decantato il liquido, questo si raccoglie torbidiccio in un altro bicchiere e trasporta per sospensione meccanica le diatomacee come più leggiere del detrito minerale con cui sono mescolate. Il liquido decantato e messo in riposo depone dopo poche ore un sedimento sottilissimo quasi bianco, tutto formato da scheletri silicei incolori e trasparenti di diatomacee. Alcune semplici e minime di forma ovoidale, di apparenza priva di ornamenti; altre più grandicelle a contorni che determinano un esteso assortimento di forme più o meno allungate con complicanze di caratteri dovute a finissime striature. L'insieme di queste forme costituisce prevalentemente i generi *Navicula*, *Cymbella*, *Epithemia*, *Encyonema*, *Schizonema*, *Suriella*. Ciascuno di questi generi è rappresentato da numerose specie (1).

(1) La determinazione di questi generi è dovuta alla perizia speciale del giovane botanico tedesco, dedicato a studj criptogamici, Sig. Dott. Max Franke che di passaggio da Catania venne a visitarmi nel laboratorio mentre appunto io aveva separato e osservava al microscopio le suddette forme organiche delle diatomacee. Colgo questa occasione per ringraziarlo pubblicamente, tanto più che egli si è proposto con obbligante premura di intraprenderne uno studio più esteso per la determinazione delle specie.

Studio speciale sulla composizione del deposito ocraceo delle acque acidule.

Il deposito ocraceo di cui sopra ho fatto parola, se è raccolto diligentemente, costituisce quando è secco una polvere tenuissima, impalpabile, di colore giallo tendente al rossiccio, come certe varietà della rinomata terra gialla di Siena e analogamente a queste potrebbe essere applicato come materia colorante per la pittura fine a olio.

L'analisi chimica che ne ho fatto mi ha dimostrato che esso risulta; 1° da un miscuglio di idrato ferrico contenente dell'Anidride carbonica (non vi sono però proporzioni definite e costanti per potersi dire propriamente un idrocarbonato ferrico); 2° da un residuo di carbonato ferroso in progrediente scomposizione; 3° da Anidride silicica (silice); 4° da Manganese ossidato; 5° da Fosfati terrosi; 6° da Materia organica.

Se si tratta questo deposito con acido nitrico o cloridrico fa mediocre effervescenza per lo sviluppo di anidride carbonica, vi si scioglie facilmente e per la più gran parte (84 a 85 per $^0/_0$). Vi è però un residuo (16 a 15 per $^0/_0$ insolubile e questo è di color bigio e assai voluminoso.

Il residuo insolubile se si sottopone alla calcinazione si fà prima nerissimo, poi la sostanza nera brucia e resta una cenere di color bigio rossiccio chiaro. Da ciò si vede che la sostanza che colora in bigio la parte insolubile negli acidi è organica e che dopo la combustione di questa il residuo incombusto è formato di silice con traccie di ossido ferrico.

La parte solubile negli acidi presenta le reazioni caratteristiche del manganese e precipita con l' ammoniaca i fosfati di allumina e di ferro. Di più la soluzione (fatta servendosi di acido solforico) si presenta di colore giallo verdastro ed è capace 1. di decolorare rapidamente il permanganato di potassio; 2. di dare abbondante precipitato

azzurro col ferricianuro di potassio ; 3. di dare un colore rosso vivo di sangue col solfocianuro di potassio. Ciò mostra la esistenza di combinazioni saline del ferro al minimo e al massimo di ossidazione, cioè allo stato di protossido e di sesquiossido.

Con la calcinazione all' aria il deposito ocraceo diminuisce molto di peso, sviluppa acqua d' idratazione, anidride carbonica e lascia da prima una terra di color nero (per la carbonizzazione, come si è visto, della materia organica) poi la sostanza carboniosa nera a poco a poco brucia e sparisce e la terra assume un colore rosso scuro a calcinazione prolungata. Questa terra calcinata (che può fornire altra materia colorante fina, come la così detta terra bruciata di Siena) è formata prevalentemente da ossido di ferro intermedio, magnetico, che facilmente ho potuto ridurre con l' azione del gas idrogeno e del calore allo stato di ferro metallico.

Complessivamente il deposito ocraceo delle acque acidule di Paternò preso in massa (mescolando cioè quello più superficiale con quello più profondo e più vecchio) sia alla sorgente Tomaselli , sia a quella Municipale ; mi ha dato all' analisi la seguente composizione media:

Composizione centesimale del deposito ocraceo che formano le acque acidule di Paternò nel loro scaturire alla superficie del suolo.

Idrocarbonato ferrico o meglio : *Idrato ferrico* con 13, 64 per °/₀ di acqua e contenente più o meno di anidride carbonica (in media il 7 per °/₀) = $H^6Fe^4O^9 + nCO^2$ . . .	82, 342
Carbonato ferroso ($FeCO^3$)	1, 648
Anidride Silicica SiO^2 e parte insolubile negli acidi (ovvero silice in gran parte organizzata in forma di scheletri silicei di diatomacee, mescolati a particelle cristalline dei silicati che formano gli elementi minerali delle rocce vulcaniche)	13, 800
Fosfati terrosi (di allumina, di ferro)	0, 008
Manganese ossidato (calcolato come $Mn O^2$)	0, 002
Materia organica (proveniente da piante criptogame, *Alghe*) .	2, 200
	100, 000

Si comprende da quello che ho detto che tale composizione, trattandosi di un miscuglio, non si deve ritenere come fissa, ma come rappresentante di una media approssimativa. Sopratutto la quantità di carbonato ferroso rispetto al composto ferrico varia da una analisi all' altra, secondo che il sedimento che si raccoglie è più o meno recente, secondo che è rimasto più o meno a contatto dell' aria ec.

Colore, odore, sapore. — Le acque acidule del Fonte Maimonide come del Fonte Tomaselli sono limpidissime e non presentano alcun colore, nè odore. Producono al gusto quell' effetto sensibilmente pungente della notissima acqua di Seltz e di tutte le bevande gassose e oltre a ciò fanno avvertire un sapore leggermente astringente vetriolico che attesta in esse la presenza del ferro, quando però siano bevute alla sorgente o conservate con cura speciale, senza che subiscano alcuna alterazione.

In tutte le altre sorgenti nominate si presentano parimente senza colore, senza odore e parimente limpide, ma riguardo agli effetti sul gusto sono meno spiccati e in gradazione variabile secondo le proporzioni di mescolanza in cui si trovano con altre acque di natura potabile.

Riguardo però alla limpidità qualche eccezione è da farsi: per esempio l' Acqua rossa (sulla via tra Paternò e Belpasso) non sempre è perfettamente limpida; essa scorre all' esterno in un terreno limaccioso costituendo un rivolo più o meno tranquillo dove solo si può attingere, non essendo accessibile il suo punto di origine situato tra spacchi di lave ricoperte. L'acqua acidula che si attinge dentro al paese di Paternò nel pozzo di Nunzia Conti, ha costantemente un aspetto particolare torbidiccio e lasciata in riposo si schiarisce e fà un deposito. Questa, che come ho detto al Cap. II. pag. 19 è da ritenersi come alimentata

da una infiltrazione delle sorgenti superiori, si raccoglie in un pozzo profondo ove soggiornando a lungo subisce una parziale decomposizione nei bicarbonati terrosi di calcio, di magnesio, di ferro, facilmente alterabili; perde tutto il ferro che conteneva disciolto e prende un colore giallognolo per materia sospesa, formata dai sali suddetti passati a carbonati neutri uniti a idrossido ferrico. Col riposo e con la filtrazione la materia sospesa si depone o si separa e resta un'acqua ripristinata allo stato perfettamente limpido, ma che ha diminuito la sua forza, non contiene più alcuna traccia di ferro, solo mantiene un leggiero sapore acidulo da rammentare la sua origine.

Questo fatto può ripetersi come tra breve verrò a dire anche con le acque acidule delle 2 sorgenti principali, quando si lascino a se in recipiente aperto.

Peso specifico—Con un picnometro della capacità di circa 124 cent. cubici, a tubo capillare, mettendo in paragone il peso di volumi eguali (a temp. costante) delle acque acidule di Paternò e dell'acqua distillata pura ho trovato per le prime dei pesi sensibilmente maggiori a quello dell'acqua pura, considerato come rappresentato dalla unità. Calcolando le relazioni dei pesi a 19° del term. cent. (che è la temperatura media che le acque presentano in tutte le stagioni alle sorgenti) ho trovato i seguenti pesi specifici che ho messo anche in rapporto 1° con la quantità di materie saline che tengono disciolte le acque e che lasciano sotto forma di residuo fisso con la evaporazione a secco: 2° con le fasi fenomeniche della Macaluba immediatamente contigua o Salinella di Paternò.

PESO SPECIFICO a + 19°

Data dell' esperienza	Fonte Maimonide (Comunale)	Fonte Tomaselli	Acqua rossa	Acqua del Pozzo Conti	Residuo fisso che lasciano evaporate a secco nel volume di 1 litro	Osservazioni circa le fasi di attività della Macaluba
12 marzo 1865	1,001106				Per l' acqua del *Fonte Maimonide* in tutte queste date ha presentato pochissime differenze ed ha oscillato tra Grammi 1,5000 e 1,4998. — Per l' acqua del Fonte Tomaselli sottoposta ad esperimento dal 13 Novembre 1875 al 4 Aprile 1882 ho trovato pure piccolissime differenze comprese tra grammi 1,4955 e 1,4945. — A di 4 Aprile 1882 l'Acqua rossa mi ha dato un residuo di grammi 0,8452 e l'acqua del Pozzo Conti di gr. 1,6370.	Macaluba in perfetta calma, quasi all'asciutto con scarsi e minimi crateri argillosi che appena presentano sviluppo di materia gassosa con trabocco di rivoli di fango. Etna in grande eruzione di lava sul fianco N.-E. incominciata il 30 gennaio.
29 gennaio 1866	1,001097					Idem con straordinaria eruzione fangosa (ovvero eruzione gas-idro-termale argillosa) scoppiata dopo la conflagrazione Etnea del Febbrajo-Giugno 1865, da numerosi crateri disseminati nella metà settentrionale del bacino.
7 ottobre 1878	1,001089					Idem in perfetta calma e quasi all'asciutto come sopra.
8 maggio 1879	1,001087					Idem con straordinaria eruzione gas-idro-argillosa dopo i terremoti di Mineo e in precedenza della conflagrazione Etnea del Maggio-Giugno 1879.
2 Giugno 1879	1,001099					Idem come sopra, con minore forza e in concomitanza della conflagrazione Etnea scoppiata a dì 26 Maggio 1879.
13 Novem. 1879	1,001100	1,001072				
5 Marzo 1880	1,001080	1,001069				Idem come sopra con nuovo incremento di attività in seguito alla conflagrazione Etnea del tutto cessata.
29 Giugno 1880	1,001088	1,001082				Idem con fase di grande attività, tutto il bacino della Macaluba è un lago di fango—due crateri attivissimi si sono aperti a pochi passi dalle sorgenti acidule.
31 Maggio 1881	1,001102	1,001090				
4 Aprile 1882	1,001066	1,001079	1,002070	1,002074		Idem con fase decrescente di attività ridotta ad un solo cratere — tendenza al ritorno della calma.

Temperatura.—Ho fatto la determinazione delle temp. dell'acqua minerale in varie epoche che comprendono più di un decennio, a differenti periodi di vulcanicità Etnea e in tutte le stagioni dell'anno: ho trovato quanto segue immergendo il termometro alla profondità necessaria per essere direttamente investito dall'acqua e dal gasse che scaturiscono con impeto dal suolo.

A dì 12 Marzo 1865 durante la grande conflagrazione Etnea di quell'anno con una temp. esterna di 12° C. l'acqua della sorgente comunale indicò 19°—A dì 29 Gennajo 1866 dopo cessata la coflagrazione Etnea e nel periodo di una attivissima eruzione di fango termale comparsa nei vulcanetti fangosi del bacino della Salinella immediatamente contigua alle sorgenti dell'acqua minerale trovai alla sorgente Comunale 18° con una temperatura esterna di 8°— Nell'Aprile 1870 (mentre la Salinella aveva cessato la eruzione fangosa) con 15° di temperatura esterna trovai 18°, 6 alla sorgente comunale — Nell'Ottobre 1878 durante i terremoti che tennero agitato per circa due mesi il territorio di Mineo (che forma seguito occidentale al territorio di Paternò) ebbi 19° alla sorgente Comunale, con 16° di temp. esterna. — A dì 29 Dicembre 1878 quando cessarono i terremoti a Mineo con la comparsa di un'attivissima eruzione fangosa nel medesimo suddetto bacino della Salinella, trovai con 11° di temp. esterna, 18°, 6 alla sorgente Comunale — A dì 4 Maggio 1880 con una temp. esterna di 23°, la sorgente Comunale e quella Tomaselli indicarono 20° di temp.—A dì 4 Giugno 1881 con 27° di temp. esterna ebbi alle due dette sorgenti 19°,8—Finalmente una ultima determinazione fatta il 4 Aprile 1882 con una temp. esterna di 15°,4 mi diede gradi 19,5 alla sorgente comunale, 19,5 alla sorgente Tomaselli.

Paragonando ora fra di loro tutte le temperature mostrate dalle sorgenti in tutte le stagioni dell'anno, si trova

che queste temperature oscillano tra gradi 18 e 20 sicchè la media temp. annuale che porta con se l'acqua minerale nell'atto che scaturisce dal suolo spinta con forza da abbondante sviluppo gassoso, è 19°. Questa media, nei casi da me contemplati di straordinarj fenomeni eruttivi, non ha presentato nessuna alterazione — Da ciò si comprende che nella stagione invernale l'acqua minerale comparisce leggermente termale, di 8 a 10 gradi superiore alla temp. esterna, mentre nella estate è sensibilmente fresca, cioè di altrettanti gradi inferiore alla temperatura dell' ambiente.

Modo di comportarsi delle acque lasciate all' aperto o in bottiglie chiuse.

Ho già detto che le acque nel fondo e nelle pareti delle vasche che cingono le loro sorgenti, depongono un sedimento ocraceo, di cui ho esposto la composizione che in quanto proviene dagli elementi che mineralizzano l' acqua è principalmente rappresentata da idrocarbonato ferrico e carbonato ferroso. Questa facile separazione del ferro è il fatto rimarchevole che caratterizza le acque acidule *ferruginose* alla semplice vista e quivi localmente a Paternò sono dette in generale *acque rosse* appunto dal sedimento ocraceo che costantemente le accompagna, ovunque scaturiscono od hanno corso—Si comprende facilmente che il ferro è tenuto in esse sciolto allo stato di bicarbonato ferroso-ferrico dall'eccesso di anidride carbonica che abbondante vi resta in soluzione, finchè circolano negli strati sottostanti del suolo; ma appena l' acqua è vicina a scaturire all' esterno, gran parte di essa sotto diminuita pressione sviluppasi allo stato gassoso, nel modo stesso che ciò accade quando si stappa una bottiglia di acqua di Seltz o di vino mussante.

Se alle sorgenti, prima che l'acqua gorgogli e spumeggi alla superficie, se ne riempiono (con manovra speciale ed

alla maggiore profondità possibile) delle bottiglie (di quelle che servono ordinariamente per le acque gassose o per i vini mussanti) e si chiudono ermeticamente a tappo forzato; in questa sola condizione può conservarsi limpida, senza minimamente alterarsi. Mentre se si fa la stessa operazione attingendo l'acqua alla superficie delle vasche, anche che sia chiusa ermeticamente in bottiglie, da un giorno all'altro e anche in poche ore incomincia spontaneamente a decomporsi per la separazione e precipitazione del ferro; la reazione di questo nell'acqua va gradatamente diminuendo, finchè al terzo o quarto giorno non ne presenta più: frattanto l'acqua da principio s'intorbida per una sottilissima polvere che presenta sospesa di colore giallognolo e questa poco a poco si depone e l'acqua ritorna perfettamente limpida: in tale stato non presenta più la reazione del ferro; tutto il ferro che conteneva è precipitato allo stato di combinazioni insolubili.

La precipitazione completa del ferro avviene rapidamente da un giorno all' altro e anche nel periodo di poche ore, se l'acqua si rinchiude in bottiglie di vetro bianco senza colore ed esposte alla influenza della luce.

Dopo che l' acqua ha depositato tutto il ferro, mantenendola rinchiusa, si conserva limpida e inalterata per un tempo indefinito ed aprendo la bottiglia in qualunque tempo presenta una effervescenza per lo sviluppo di innumerevoli bollicine di anidride carbonica che è in eccesso, ma non in un eccesso sufficiente per mantenere in soluzione quel ferro che ho detto precipitare rapidamente. Da quanto ho esposto resulta come sia possibile avere per la esportazione, dalle sorgenti acidule di Paternò, due qualità di acqua minerale, cioè la qualità acidula *ferruginosa* e la qualità *non ferruginosa;* ambedue preziose per le applicazioni indicate dalla terapeutica.

Oltre alla separazione del ferro, la decomposizione

dell' acqua si rende più inoltrata quando l' acqua acidula si attinge in bocce o altri recipienti che si lascino aperti o malamente chiusi; allora l' acqua oltre a perdere presto l' eccesso di anidride carbonica che contiene, oltre a intorbidarsi subito e precipitare tutto il ferro allo stato di leggiero sedimento ocraceo; dopo 5 o 6 giorni comincia a presentare alla superficie come dei corpuscoli bianchi galleggianti che poco a poco crescono in numero e volume; si estendono, si uniscono e formano delle crosticine galleggianti in tutta la superficie a contatto dell' aria.

Queste crosticine dovute ai carbonati terrosi, specialmente di calcio e magnesio resi neutri e insolubili per la eliminazione spontanea dell' eccesso di anidride carbonica, poco a poco si fanno pesanti e cadono al fondo; in poco tempo se ne formano altre che ripetono ciò che è accaduto alle prime e così di seguito in modo che poco a poco si costituisce in quest' acqua un deposito bianco di carbonati terrosi.

Nell' Acqua minerale conservata a lungo per dei mesi sotto l'influenza della luce, sia in boccie chiuse semplicemente con carta pergamena, sia in boccie di cristallo ermeticamente chiuse, ho osservato che si sviluppa al fondo e sulle pareti sotto forma di piccole agglomerazioni verdi una bellissima alga microscopica, formata da cellulette ovali di color verde intenso.

Finalmente devo parlare di un singolar modo di comportarsi dell' acqua minerale che mi è avvenuto di osservare in una esperienza speciale. In un tubo di cristallo del diametro di 4 cent. e della lunghezza di 20 cent. chiuso ad una estremità come i tubi da saggi chimici, aveva introdotto alcuni pezzi di lava basaltica presi alle sorgenti della grossezza di una noce e tutti ricoperti del deposito ferruginoso delle acque e quindi aveva riempito il tubo di acqua minerale e chiuso con tappo di sughero spalmato poi

esternamente con ceralacca — Il tubo così disposto era stato fasciato con carta bianca e tenuto in posizione verticale nella mia stanza da laboratorio. Dopo pochi giorni mi accorsi che i frammenti di lava rivestiti di deposito giallo ocraceo, avevano cambiato di colore e si erano fatti perfettamente neri, come se fossero rivestiti di uno strato avente il colore lucido metallico della piombaggine: anche aderente alle pareti basse del tubo trovai formato uno straterello avente il medesimo aspetto nero metallico. — Aperto il tubo esaminai la materia nera di aspetto metallico nella quale si era convertito il deposito ocraceo che rivestiva i frammenti di lava e quello depositato dall'acqua nelle pareti del tubo e trovai che era *protolfuro di ferro*, mentre nei frammenti di pietra si trovava una delicatissima alga formata da membranelle tutte punteggiate di spore viventi con le solite diatomacee. — Tutto questo cambiamento chimico era stato dunque determinato dalla presenza di minuti esseri organizzati viventi le di cui funzioni fisiologiche avevano determinato la parziale disossidazione dei solfati alcalini dell' acqua minerale e la loro trasformazione in solfuri alcalini, capaci di far passare il ferro del deposito ocraceo allo stato di protosolfuro.

§ II.

Proprietà Chimiche.

A. — Della materia gassosa che scaturisce dal suolo insieme all' acqua minerale.

L' acqua acidula di Paternò è accompagnata, come ho già detto, dove scaturisce dal suolo da abbondante sviluppo di *materia gassosa* la quale raccolta e analizzata in varie epoche ha presentato i caratteri chimici seguenti.

1. *Carattere che mostra a contatto dell' acqua di calce.* — Intorbida immediatamente l' acqua di calce filtrata, limpida e vi produce un precipitato che con un eccesso di materia gassosa poco a poco si ridiscioglie ricostituendo un liquido limpido.

2. *Carattere che mostra a contatto dell' idrato potassico.* — Messa a contatto con la potassa caustica in un tubo chiuso rimane immediatamente e per la maggior parte assorbita.

3. *Carattere che mostra a contatto di una fiamma.*— Raccogliendo il gasse in una piccola campana e immergendovi una fiamma, questa vi si estingue subito.

Bastano questi tre caratteri per giudicare che la natura del gasse è principalmente rappresentata da *Anidride carbonica.*

4. *Carattere che mostra a contatto del pirogallato di potassio.* — Oltre all' anidride carbonica in quel residuo gassoso che non resta assorbito dalla potassa si nota una diminuzione di volume, aggiungendo alla potassa dell'acido pirogallico; e il pirogallato di potassio si colora in rosso bruno intenso, dimostrando nella mescolanza gassosa la presenza dell' *ossigeno.*

L' ultima porzione del gasse che non è assorbita nè dalla potassa, nè dal pirogallato di potassio, è assolutamente incombustibile e presenta tutti i caratteri del *Nitrogeno* o *Azoto.*

5. *Analisi complete della materia gassosa fatte in varie epoche.*— Ecco il resultato di varie analisi che sono state fatte.

	1	2	3	4	5	6
	Ch. Sainte Claire Deville Giugno 1856	F. Fouque e O. Silvestri Marzo 1865	O. Silvestri Gennaio 1866	8 Maggio 1879	4 Maggio 1880	2 Giugno 1881
	*	*	*			
Anidride carbonica . . .	93,23	97,90	98,62	96,78	96,68	96,99
Ossigeno	0,97	0,40	0,47	0,58	0,65	0,53
Azoto	5,80	1,70	0,91	2,64	2,67	2,48
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Le prime due analisi 1 e 2 furono eseguite in epoche in cui i vulcanetti idroargillosi della vicina salsa di Paternò erano nel periodo ordinario di calma. L' analisi 2 fu fatta però durante la grande eruzione Etnea del 1865. Ambedue riescono quindi interessanti nel paragone con le analisi 3, 4, 5 e 6 fatte in epoche in cui la salinella era invece in movimento eruttivo, facendo zampillare da numerosi crateri un'acqua termale salata, spinta insieme al fango da un abbondante sviluppo di sostanze gassose. Si può dedurre facilmente dal paragone indicato che tranne piccole differenze quantitative che si riscontrano sempre nelle varie stagioni, la composizione generale delle materie gassose si mantiene essenzialmente la stessa, cioè col carattere dominante di anidride carbonica che forma una mofeta avente dei meati sotterranei indipendenti dai fenomeni eruttivi centrali o eccentrici del grande vulcano.

B. — Dell' acqua acidula che sgorga insieme alle materie gassose.

1. *Carattere che mostra a contatto delle carte reattive.*— Immergendo nell' acqua acidula , o mentre scaturisce dal

*** Le Analisi 1. 2. 3 trovansi già pubblicate a pag. 239 del mio libro cit. « Sui fenomeni vulcanici presentati dall'Etna dal 1866—Catania 1867.

suolo o appena attinta alle sorgenti, delle carte reattive del colore naturale turchino della laccamuffa, queste si fanno immediatamente rosse, di un rosso colore di vino. Contemporaneamente se vi si immergono delle carte reattive di laccamuffa precedentemente arrossate da un'acido, preparate per scoprire delicatamente la presenza degli alcali, queste ripigliano dopo pochi istanti di contatto il colore naturale turchino. — Le acque dunque mostrano contemporaneamente una reazione acida e una reazione intensamente alcalina: le carte che hanno presentato la reazione acida lasciate a se a contatto dell' aria perdono poco a poco il colore rosso e ritornano turchine.

Lo stesso accade se si versa nell' acqua acidula della tintura turchina di laccamuffa; essa si fa rossiccia ma con la ebollizione dell' acqua ritorna turchina.

Questa scomparsa della reazione acida o con la evaporazione spontanea o con la ebollizione dell' acqua minerale dimostra il carattere che assume questa reazione come semplicemente dovuta alla presenza di un eccesso di anidride carbonica. — Invece la reazione alcalina è stabile e permanente perchè è dovuta alla presenza dei carbonati metallici fissi specialmente alcalini.

7. *Carattere che l'acqua minerale mostra appena attinta in un recipiente aperto.* — L' acqua appena attinta svolge abbondanti bolle di gasse che fatte passare nell'acqua di calce vi producono un precipitato bianco che poi si ridiscioglie completamente e ciò dà per riprova la presenza dell' anidride carbonica.

8. *Carattere che mostra a contatto degli acidi.* — Lo sviluppo delle bolle gassose dell' acqua piglia il carattere di viva effervescenza se si versa nell' acqua un qualche acido minerale (acido cloridrico, nitrico etc.) o organico (acido citrico, tartarico acetico, sugo di limone etc.) e ciò dimostra la presenza in essa di abbondanti carbonati.

9. *Carattere che mostra con le carte imbevute di acetato di piombo.* — Introducendo nel collo di una boccia contenente dell'acqua acidula attinta di fresco, una cartolina imbevuta di soluzione di acetato piombico; nè subito, nè dopo qualche ora, la carta reattiva mostra il minimo indizio di annerimento; nemmeno se l' acqua si agita fortemente o si riscalda per scacciarvi la materia gassosa che contiene. — Anche all'odorato non si avverte nulla dell'odore caratteristico dell'acido solfidrico, di modochè resta esclusa in essa la presenza di questo principio minerale gassoso.

10. *Carattere che mostra a contatto di una soluzione di calce o di barite, ovvero di cloruro calcico ammoniacale.* — L' acqua minerale dà un abbondante precipitato bianco versandovi un eccesso di acqua di calce o di barite—ovvero una soluzione di cloruro di calcio ammoniacale.

11. *Carattere che mostra a contatto dell' acido tannico o della infusione di noci di galla.* — Appena attinta versandovi dell'acido tannico o una infusione di noci di galla, piglia subito un colore violaceo chiaro che rapidamente con l'agitazione si fa scuro fino alla intensità di un nero tendente al violaceo. Dopo questa reazione se si lascia in riposo per 10 a 15 minuti il color nero è tutto depositato al fondo con l' aspetto di un precipitato in fiocchi voluminosi, mentre l' acqua ritorna perfettamente incolora e limpida.

Questa reazione dimostra nell' acqua la presenza del ferro e la intensità crescente con l'agitazione, lo rivela allo stato originario, principalmente di protossido ma con l'attitudine di trasformarsi rapidamente in sesquiossido e precipitare allo stato di tannato ferrico.

Questa reazione come tutte quelle che vengo qui sotto ad accennare 12, 13, 14, 15 mancano del tutto o sono appena sensibile nell' acqua attinta da un giorno, quantun-

que conservata in boccie ben chiuse, se queste non sono riempite nel modo sopraindicato con cui è possibile la conservazione del ferro allo stato di soluzione.

12. *Carattere che mostra a contatto del solfidrato ammonico.* — Sempre appena attinta se viene mescolata con un poco di questo reattivo, dà un precipitato in fiocchi neri di protosolfuro di ferro.

La presenza del ferro allo stato di *protossido* è anche svelata dalle tre seguenti reazioni 13, 14, 15.

13. *Carattere che mostra a contatto del permanganato potassico.* — Versando goccia a goccia nell' acqua minerale una soluzione di permanganato di potassio, il colore intensamente violaceo del reattivo, anche alla temperatura ordinaria sparisce, finchè tutto il ferro non è passato allo stato di sesquiossido; intanto l'acqua s' intorbida per un sottile precipitato di ossido manganico che ha un colore di terra d' ombra.

14. *Carattere che mostra a contatto del cloruro d'oro.* — Versando nell' acqua minerale una soluzione di cloruro di oro vi si produce un intorbidamento dovuto alla decomposizione del reattivo e dopo poco tempo l' acqua lasciata a sè torna limpida e fa vedere un sedimento di colore verdiccio.

15. *Carattere che mostra a contatto del prussiato rosso di potassa.* — Col prussiato rosso di potassa prende subito un colore turchino che dopo poche ore si risolve in un precipitato dello stesso colore, lasciando l'acqua limpida col colore del reattivo in eccesso.

16. *Carattere che mostra a contatto del prussiato giallo di potassa.* — Col prussiato giallo il colore turchino comparisce più lentamente e si risolve pure in un precipitato dello stesso colore come nel caso precedente. Questa reazione come la susseguente 16, quantunque deboli sul principio, sono però sufficienti per accennare alla presen-

za di piccole proporzioni di ferro allo stato di sale ferrico.

17. *Carattere che mostra con una soluzione acquosa di acido tannico.* — Riempiendo alla sorgente una boccia di acqua minerale e versandovi una soluzione di acido tannico questo, come ho già detto, la colora subito in violaceo chiaro che con l' agitazione si fa sempre più scuro e si trasforma in un precipitato fioccoso nero violaceo.

18. *Carattere che mostra col cloruro di bario.*—Acidulando l'acqua minerale con quanto basta di acido cloridrico e versandovi del cloruro di bario presenta poco a poco un leggiero intorbidamento per materia sottilissima, insolubile, bianca che si produce e si ha così una debole, ma sensibile reazione caratteristica dei *solfati.*

19. *Carattere che mostra a contatto dell' alcole.* — Mescolando l' acqua con un egual volume di alcole concentrato, non dà alcun precipitato, nè intorbidamento che dovrebbe manifestarsi se vi fosse la presenza del solfato di calce in soluzione.

20. *Carattere che mostra a contatto del nitrato argentico.* — Acidificata l' acqua con acido nitrico e trattata con soluzione di nitrato argentico dà un precipitato piuttosto abbondante caseoso, prima bianco, poi bianco violaceo di cloruro d' argento che dimostra abbondanti *cloruri* tra i sali mineralizzatori.

21. *Carattere che mostra con l'ossalato ammonico.*— Mescolata con quanto basta di soluzione di cloruro ammonico e versatovi dell' ossalato ammonico, s' intorbida notevolmente per la formazione dell' ossalato di *calcio.*

22. *Carattere che mostra con fosfato sodico ammoniacale.* — Filtrando il liquido della esperienza precedente e trattato con ammoniaca e fosfato di soda, dà con breve agitazione, abbondante precipitato bianco di fosfato doppio di *magnesio* e ammonio.

23. *Carattere che mostra a contatto dell' ammonia-*

ca. — L' ammoniaca produce sull'acqua minerale prima un inalbamento poi un deciso precipitato bianco.

24. *Carattere che mostra col bicloruro di platino.* — Il bicloruro di platino aggiunto all'acqua naturale non vi produce nè subito, nè col tempo alcun precipitato e l'acqua resta col colore del reattivo.

25. *Carattere che presenta esposta alla fiamma dello spettroscopio.* — Una goccia d' acqua minerale evaporata sopra un sottile filo di platino ed esposto il residuo alla fiamma spettrale, non lascia vedere che lo spettro vivo del sodio.

26. *Carattere che mostra con la decozione alcolica di campeggio.* — Prende una colorazione molto intensa caratteristica della presenza dei *bicarbonati terroso-alcalini* in soluzione.

§ III.

Ricerche speciali sulla presenza dei nitrati e della materia organica.

27. Versando nell'acqua minerale scaldata fino al grado di ebollizione qualche stilla di soluzione d' indaco (ben purificato) nell'acido solforico; il colore azzurro anche il più debole dell' indaco persiste, il che esclude la presenza dell'acido *nitrico* e dei *nitrati* nell' acqua.

28. Prendendo dell' acqua minerale lasciata a se per fare precipitare tutto il ferro, decantata dal sedimento ocraceo e messa a contatto con piccole quantità di soluzione di permanganato di potassio, questo vi produce una colorazione permanente — Solo se si riscalda l'acqua, allora si rende suscettibile di non fare avvertire la colorazione di appena qualche stilla di soluzione di permanganato di potassio. Ciò stà a significare che nell'acqua in esame non

vi sono che traccie di materia organica: purchè però sia presa dove scaturisce direttamente dal suolo e non dove soggiorna nelle vasche aperte nelle quali generalmente dalla gente che vi accorre si attinge con bicchieri contenenti del sugo di limone, per beverla più che mai spumeggiante e gustosa.

ARTICOLO II.

RICERCHE FATTE SULL'ACQUA MINERALE SOTTOPOSTA CON L' AZIONE DEL CALORE.

§ 4.

1.° *Alla distillazione.*

29. *Ricerca di sostanze volatili speciali.* — Sottoponendo l'acqua minerale alla distillazione in uno dei soliti apparecchi distillatorj munito di refrigerante, distilla un liquido che per nulla differisce dall'acqua distillata pura, tranne che per dare una reazione debolmente acida, per contenere dell' anidride carbonica che vi resta disciolta nell'atto del condensamento del vapore.—Se infatti si distilla a contatto di un poco di calce l' acqua che distilla è perfettamente neutra e priva anche di gas carbonico.

30. *Ricerca speciale dell' Ammoniaca.*—Ho acidulato con Acido solforico l'acqua minerale per decomporre i carbonati e ridurli a solfati, poi l' ho concentrata evaporandola fino a $\frac{1}{15}$ del volume; vi ho aggiunto della magnesia caustica ed ho distillato. Il prodotto della distillazione ha i caratteri del precedente, cioè di acqua pura; non è capace di neutralizzare la minima quantità di acido solforico e se vi si versa qualche goccia del reattivo di Nessler (soluzione alcalina di ioduro mercurico potassico) non si ha nessuna colorazione gialla.

Questi resultati negativi stanno a dimostrare la mancanza dell'ammoniaca anche in piccola quantità.

§ 5.

2.° *Alla ebullizione.*

31. *Analisi qualitativa di una materia gassosa che si sviluppa.* — Se nel noto apparecchio dalla chimica a ciò destinato (pallone e tubo adduttore completamente pieni di acqua minerale) si fa sviluppare tutta là materia gassosa contenuta in soluzione da un volume determinato di acqua minerale, sottoponendola a prolungata ebullizione, l'acqua col più leggiero calore, da prima, poi con temperatura successivamente crescente, si mette a bollire, si intorbida e dà un abbondante sviluppo di gasse che non colora in nero le carte imbevute di acetato di piombo ; che spegne una fiamma, che precipita l'acqua di calce e di barite e che analizzato si è mostrato composto come segue.

a. *Ricerca dell' anidride carbonica.* — Messo a contatto con l'idrato di potassa nella sua maggior parte vi si combina rapidamente e come si dice è assorbito e sparisce lasciando un piccolo residuo — Tutto il gasse assorbito al quale si devono i caratteri sopra notati, che trasforma l'idrato potassico in carbonato è quindi *anidride carbonica.*

b. *Ricerca dell' ossigeno.* — Il piccolo residuo gassoso non assorbito dalla potassa, trattato con pirogallato potassico sparisce in parte, mentre il reattivo si colora in bruno : ciò dimostra la presenza dell'*ossigeno.*

c. *Ricerca dell' azoto.* — L' ultimo residuo gassoso privato di anidride carbonica e di ossigeno, analizzato allo eudiometro in mescolanza con dell' ossigeno, non vi si combina sotto l' influenza della scintilla elettrica : non è com-

bustibile nè comburente ed ha tutti i caratteri del gasse *azoto.*

Queste ricerche (a, b, c) e le altre sopra eseguite, dimostrano che il gasse tenuto in soluzione nell'acqua minerale è un miscuglio di anidride carbonica, ossigeno e azoto tra i quali come è detto nell'analisi quantitativa, l'anidride carbonica è in grande prevalenza (vedi analisi quantitativa).

§ 6.

3° *Alla evaporazione e concentrazione.*

Ho già detto che sottoponendo l'acqua alla ebullizione, contemporaneamente allo sviluppo della materia gassosa che contiene (che è essenzialmente anidride carbonica) essa s' intorbida : l' intorbidamento è dovuto alla precipitazione di una materia terrosa biancastra.

Sottoponendo in una grande cassula di porcellana alla evaporazione e concentrazione per mezzo del calore un volume di acqua di 60 litri versato a più riprese : l'acqua dà abbondante precipitato della detta materia terrosa, mentre con la progressiva concentrazione prende un color giallo sempre più carico. Ho spinto l'evaporazione lentamente fino ad ottenere un residuo asciutto e che ho perfettamente seccato tenendolo per alcuni giorni in una stufa (a 180 gradi) fino a completa perdita di materia volatile. Questo residuo è stato pesato per somministrare un dato utile all'analisi quantitativa (Vedi Analisi quantitativa).

Riprendendo a caldo con acqua distillata (fatta prolungatamente bollire) sopra un filtro, il residuo di cui è parola fino a esaurimento di materia solubile mi è rimasto sul filtro una sostanza terrosa, bianchiccia, insolubile, separata da un liquido di color giallo che ha filtrato e rappresenta la soluzione di tutti i sali solubili.

Distinguo con questa operazione in due gruppi le ricerche qualitative nell'acqua concentrata: cioè 1. gruppo che comprende una materia che si fa *insolubile* e *terrosa*: 2. gruppo una materia che ha la *proprietà di rimanere disciolta.*

32. *Analisi qualitativa della materia terrosa che spontaneamente precipita o con la ebullizione prolungata o con la evaporazione lenta e concentrazione dell' acqua minerale.*

d. *Ricerca dei carbonati terrosi.*—La materia terrosa di color bianco-gialliccio trattata con acido cloridrico diluito, si scioglie e produce una viva effervescenza e sviluppa abbondante quantità di *anidride carbonica* che dimostra la presenza dei *carbonati.*

e. *Ricerca dell' anidride silicica.*—Terminato lo svolgimento gassoso, anche aggiungendo un eccesso di acido il liquido rimane sul primo torbido per una materia sospesa di colore scuretto che poi si depone lasciando un liquido giallo chiaro—Raccolta su di un filtro la materia deposta, lavata prolungatamente e seccata, si presenta di colore bianco tendente al bigio. Sottoposta alla calcinazione si fa subito poco più scuretta per traccie di materia organica, poi diviene bianchissima. In tale stato è insolubile negli acidi deboli o forti, non mostra di contenere nè solfato di calce, nè solfato di stronziana etc. si scioglie con sibilo nell'acido fluoridrico e la soluzione a dolce calore tutta si disperde in materia gassosa senza presentare residuo. È dunque pura *silice* o *anidride silicica.*

f. *Ricerca dei solfati terrosi.* — Dall' esperienza precedente resulta la mancanza dell'anidride solforica allo stato di solfati terrosi (di calcio, di stronzio e di bario).

g. *Ricerca dei fosfati e fluoruri terrosi.* — Il liquido acido della esperienza precedente (d) in cui ho decomposto

i carbonati terrosi, dopo filtrato mi ha servito alla ricerca dell'anidride fosforica e dei fluoruri terrosi.

Aggiungendovi del sale ammoniaco ed un leggiero eccesso di ammoniaca, il liquido s' intorbida producendo dei fiocchi leggieri, giallastri e lascia poi depositare un precipitato che raccolto su filtro, lavato e seccato prende un colore di terra d' ombra. Abbiamo dunque una materia in soluzione che chiamo A e una precipitata solida che chiamo B.

La materia B ridisciolta in acido nitrico e saggiata con una soluzione di molibdato ammonico in presenza di un eccesso di acido nitrico, dà con ebollizione un bel precipitato giallo caratteristico dell' anidride fosforica. Il precipitato è solubile nell' ammoniaca e la soluzione con un sale di magnesio dà un sedimento in minuti cristalli di fosfato doppio di magnesio e ammonio.

h. *Ricerca dell' allumina.* — La materia B non essendo bianca ma di un colore giallo bruno, non ho potuto applicare la reazione che presenta l'allumina alla fiamma del cannello col nitrato di cobalto, ma ho invece messo in evidenza questa sostanza in altro modo — Ho trattato la materia B con l' idrato di potassa dove è solubile l'allumina, indi ho neutralizzato il liquido con acido solforico e la soluzione evaporata lentamente ha presentato dei minuti cristalli ottaedrici di allume (solfato di potassio e alluminio).

i. *Ricerca del ferro.*—La materia B deve il suo color giallo bruno alla presenza del ferro che si sopraossida col prosciugamento della materia a contatto dell'aria. Se si scioglie in acido nitrico e la soluzione, dopo eliminato l'eccesso di acido, si tratta col prussiato giallo di potassa si ha il precipitato azzurro intenso caratteristico del ferro.— Come pure col solfocianuro di potassio dà la colorazione rosso sangue pure caratteristica del ferro.

Dalla materia B sopra 60 litri di acqua non ho avuto

altre reazioni che affermino la presenza di altri corpi come di manganese, di fluoruri metallici etc. Sicchè resta definita la sua composizione come formata da *fosfato doppio di alluminio e di ferro.*

k. *Ricerca del calcio.*—La materia A in soluzione cloridrica è già stata precedentemente disposta alla ricerca del calcio e del magnesio. Trattata con ossalato ammonico, precipita abbondantemente la *calce* allo stato di ossalato.

l. *Ricerca del magnesio.* — Il liquido filtrato dell'esperienza precedente essendo già ammoniacale, basta metterlo a contatto con fosfato di soda perchè dia un precipitato abbondante di fosfato doppio di *magnesio* e ammonio.

m. *Ricerca dello stronzio.* — Finalmente una porzione della matèria A, seccata a moderato colore è lavata ripetutamente con alcole assoluto; e l'ultimo suo residuo portato alla fiamma spettrale, mostra insieme allo spettro del calcio, distintamente la stria azzurra δ che caratterizza lo spettro dello *stronzio* — Questo medesimo resultato, e più facilmente, si ottiene esponendo direttamente una goccia evaporata a secco della soluzione acida della calce separata dai sali terrosi per mezzo dell' ossalato ammonico.

Riassumendo, tutta la materia del 1. gruppo sopra accennato, cioè quella terrosa che si separa dall'acqua minerale esposta al calore, resulta formata da *magnesio e calcio* con traccie spettroscopiche di *stronzio* allo stato di *carbonati* e da *alluminio* e *ferro* allo stato di *fosfati*: vi sono pure traccie di materia organica.

Passiamo ora alla materia del 2. gruppo quella cioè che forma i sali permanentemente solubili nell' acqua.

33. *Analisi qualitativa della materia che costituisce i sali solubili.*

n. *Ricerca dei carbonati alcalini.*—Separati come ho detto tutti i sali solubili, dalla parte terrosa per mezzo della acqua, si ha una soluzione limpida di color giallo con singo-

lare proprietà di rinfrangere la luce. Presenta una intensa reazione alcalina alle carte reattive di laccamuffa o di curcuma. Sottoposta alla concentrazione per mezzo del calore, sviluppa a 100 gradi delle bolle gassose formate da anidride carbonica che caratterizzano i bicarbonati alcalini che lentamente si decompongono. Del resto basta aggiungere qualche stilla di un'acido per veder sorgere una viva effervescenza per la separazione dell'anidride carbonica dei bicarbonati.

o. *Ricerca dell'anidride silicica allo stato di silicato* — È esposta nella ricerca del Calcio e del Magnesio (Vedi sotto *r. s.*)

p. *Ricerca dei solfati alcalini.* — Il liquido alcalino neutralizzato con acido cloridrico e trattato con cloruro di bario dà un precipitato bianco di *Solfato* di bario.

q. *Ricerca dei cloruri.*—Il liquido alcalino neutralizzato con acido nitrico e trattato con nitrato di argento dà abbondante precipitato di *cloruro* di argento.

r. *Ricerca del calcio*—L'ho cercato nelle stesse condizioni qui appresso in cui ho cercato il magnesio.

s. *Ricerca del magnesio.*—Il liquido alcalino esposto ripetutamente alla concentrazione, precipita una sostanza bianca leggerissima che saggiata opportunamente presenta prevalentemente la composizione del *carbonato di magnesio.* È noto come la magnesia resti facilmente in combinazione coi carbonati alcalini di sodio e di potassio, costituendo dei carbonati doppj alcalino-terrosi solubili, i quali però col calore e con la concentrazione delle soluzioni lentamente si decompongono e il carbonato di magnesia precipita solo. Oltre a ciò sciogliendo negli acidi questo carbonato di magnesio, vi si trova un residuo insolubile formato da anidride silicica. — La soluzione acida dello stesso carbonato di magnesio, neutralizzata non precipita con l'ossalato ammonico, ma fa vedere allo spettroscopio lo spettro del *calcio.*

t. *Ricerca del sodio*—Il liquido alcalino evaporato a secco e portato il residuo alla fiamma spettrale la rende intensamente luminosa e gialla e fa vedere brillantissimo lo spettro del *sodio.*

u. *Ricerca del potassio*—Nell'esperienza precedente allorchè il massimo di luce è cessato, si rende distinto lo spettro del *potassio.*—Oltre di ciò trasformando i carbonati del liquido alcalino in cloruri e trattando il detto liquido con bicloruro di platino si ha un precipitato giallo formato da minuti cristalli ottaedrici di cloroplatinato di *potassio.*

v. *Ricerca della materia organica.*—Il liquido alcalino contiene solo traccie di materia organica che si scopre col permanganato di potassio in soluzione allungata. Se si evapora fino a secco dà un residuo salino perfettamente bianco che non annerisce con la fusione: abbiamo visto che traccie di materia organica si trovano anche associate ai sali terrosi.

x. A queste ricerche devo aggiungere quelle eseguite per scoprire nel liquido alcalino la presenza dello iodo, del bromo, dei nitrati, del litio ed altri metalli: ma fatte e ripetute in varie guise e con tutta la necessaria delicatezza, mi hanno dato sempre resultati negativi; però sulla quantità di materia proveniente dalla concentrazione di non più che 60 litri di acqua minerale.

y. Studio cristallografico e chimico dei sali terrosi e alcalini che cristallizzano con la lenta concentrazione dell' acqua minerale. (*)

Ho già fatto notare che attingendo dell' acqua minerale acidula di Paternò alle sorgenti, nello strato più superfi-

(*) A questo articolo si riferisce la tavola incisa N. I, e qui annessa, ove sono rappresentate le forme cristalline o altre forme che ho potuto osservare nelle sostanze saline etc. Faccio notare una volta per sempre che i disegni da me stesso eseguiti col microscopio Hartnack (impiegando l'obiettivo 5 e la camera lucida a tubo non alzato) corrispondono all'ingrandimento di diametri lineari 370.

*

ciale ove gorgoglia la materia gassosa, ancora che si conservi in bottiglie ermeticamente chiuse, il primo fenomeno che presenta è la precipitazione di tutto il ferro allo stato di un sedimento ocraceo pulverulento. Questo sedimento si forma rapidamente da un giorno all'altro in boccie chiuse e tanto più presto si precipita allorchè l'acqua è in contatto dell'aria libera, come avviene alle sorgenti nelle vasche ove l'acqua si raccoglie: sul fondo formato da frammenti grossolani di lave basaltiche, si forma rapidamente uno strato giallo ocraceo che ricopre il detrito di pietre e anche di tale strato si rivestono tutti i condotti prossimi alle sorgenti e che fanno da emissarj a dette acque dopo che sono scaturite.

Ho già dimostrato la composizione complessa di questo sedimento ocraceo a pag. 215 e 216: ora non mi rimane che a farne conoscere i caratteri che presenta osservato al microscopio con sufficiente ingrandimento di 370 diametri. Si presenta (Tav. I fig. 1) come formato da particelle terrose di colore giallo ocraceo, a contorno variabile meandriforme, le quali sono mescolate a particelle più piccole bianche e quasi trasparenti (di silice). Ha tutti i caratteri quindi di una materia rapidamente precipitata senza assumere alcuna forma cristallina.

1.ª *Cristallizzazione* — Lasciata a se l'acqua in un bicchiere o in una boccia a collo largo e in ogni caso coperta in modo da non farvi cadere la polvere dell'aria, perde poco a poco l'anidride carbonica: non solo quella che contiene libera, ma anche quella instabilmente combinata dei carbonati acidi o bicarbonati e dopo due o tre giorni si vedono formare alla superficie dei corpuscoli bianchi galleggianti i quali vanno giornalmente crescendo in superficie, finchè formano delle croste bianche che aumentano progressivamente di peso tanto da non poter rimanere galleggianti e cadono al fondo del vaso. Ciò avvenuto si ricostituiscono

alla superficie rimasta libera dell'acqua, le medesime crosticine con la stessa progressione del fenomeno che si ripete finchè tutti i carbonati terrosi di calce e di magnesia sono completamente precipitati.

Osservando al microscopio le crosticine bianche si vedono (Tav. I. fig. 2) formate da tante agglomerazioni cristalline globulari che si rompono e si disgregano facilmente sotto la pressione. I cristalli sono tanti prismi dell' arragonite ed anche il modo di aggregazione loro corrisponde all' arragonite perchè tutti si partono da un centro da cui irradiano in tutte le direzioni verso una superficie sferica, venendo a costituire delle cristallizzazioni caratteristiche sferiche o subsferiche (1). Queste cristallizzazioni che si sciolgono completamente con effervescenza nell' acido cloridrico mi hanno dato le reazioni dell' anidride carbonica, della calce, con traccie di magnesia: sono dunque formate essenzialmente da carbonato di calcio leggermente magnesiaco, come è la arragonite ordinaria.

Questa cristallizzazione, lasciando a se l'acqua prolungatamente alla evaporazione spontanea, ha un lungo seguito (come ho detto) fino a esaurimento del carbonato di calcio e di magnesio nel liquido: se non che mentre al principio si notano quelle forme cristalline indicate; nell' ultimo la separazione dei carbonati terrosi accade allo stato pulverulento, come allorquando più rapidamente si ottiene tale separazione sollecitata dal calore. In tal caso ai carbonati terrosi si aggregano della anidride silicica e dei fosfati terrosi :

(1) Questo fatto di ottenere a freddo del carbonato di calcio in forma di arragonite nello sviluppo rapido della anidride carbonica di un' acqua minerale acidula, è nuovo, ed è da aggiungersi alle belle osservazioni fatte da G. Rose sulle condizioni che permettono il dimorfismo del Carbonato di Calcio. — (Repert. de Chimie pure 1861 p. 132, 380.) — Poggend. Ann. t. CXI pag. 156 e t. CXII pag. 43.

la prima allo stato di polvere impalpabile bianca, i secondi pure allo stato pulverulento.

Separate completamente col mezzo della evaporazione spontanea o con quella artificiale tali sostanze terrose dalla acqua minerale, rimane un prodotto liquido che tiene in soluzione i sali che sono solubili indipendentemente dalla presenza di un eccesso di gas carbonico. — La solidificazione cristallina di questi sali si può avere con la evaporazione spontanea (a calore d'estate e quando l'aria è secca) che meglio conduce a delle forme nette nei cristalli. Si può anche ottenere esponendo l'acqua entro una stufa a temperatura costante di circa 40 gradi e abbastanza ventilata da rinnuovare continuamente l'aria carica di vapore. In ogni modo è una operazione lunghissima, perchè bisogna che l'acqua sia ridotta a quasi $\frac{1}{600}$ del volume perchè i sali solubili vi sieno in soluzione abbastanza concentrata da potere cristallizzare. Per facilitare conviene di esporre il liquido in una grande cassula alla evaporazione moderata, sotto l'influenza del calore; poi quando è ridotto ad un volume prossimo a cristallizzare allora sottoporlo alla più lenta evaporazione spontanea. Così ho fatto e impiegando 60 litri di acqua minerale, dopo la separazione dei sali terrosi, ho continuato a concentrare a debole calore restringendoli fino a 100 cent. cubici. A tal punto il liquido mi si presenta come di color giallo di orina e come intorbidato: lasciandolo in riposo in un bicchiere si è fatto limpido alla superficie ed ha condensato tutto l'intorbidamento al fondo, formando come una nube a strato. Ho filtrato il liquido e separato la materia intorbidante che è una polvere solubile con effervescenza negli acidi lasciando un piccolo residuo. Complessivamente mi ha dato le sole reazioni del magnesio e dell'anidride carbonica e dell'anidride silicica; è quindi carbonato di magnesio con poco silicato

dello stesso metallo separati per doppia decomposizione avvenuta tra i sali disciolti.

Il liquido filtrato messo a evaporare si è mantenuto limpido riducendosi dai 100 ai 60 cent. cubici, ma dopo i 60 si è di nuovo intorbidato ed è tornato a precipitare il carbonato e silicato di magnesio che ho separato con nuova filtrazione e in tale stato presenta un colore giallo sempre più intenso, di acqua madre carica di sali.

Ridotto con la evaparazione spontanea a 30 cent. cub. comincia a presentare dei cristalli a forma di prismi rombici isolati (fig. 3 e 4 Tav. I) ovvero aggruppati intorno ad un centro (fig. 7.) — Raccolti con cura, asciugati con carta sugante, presentano i seguenti caratteri chimici.

1. Sono solubilissimi nell'acqua e la soluzione dà intensa reazione alcalina.

2. La loro soluzione acquosa dà intensa reazione del sodio, mostra allo spettroscopio il potassio e dà una debole reazione di cloruri e solfati.

3. Con acido cloridrico mostrano una vivissima effervescenza e, se questo non è in eccesso, nè troppo concentrato, fanno vedere al microscopio un fatto degno di nota che è il seguente — Dopo poco che un cristallo ha cominciato a decomporsi al contatto dell'acido, si vede comparire come una membranella o sottilissima pellicola trasparente, aggrinzita: questa va a rendersi, poco a poco più spessa e più visibile, finchè in un certo momento, quando forse l'acido si è reso più debole di forza, la membrana si fa continua non lascia più sfuggire le bollicine di anidride carbonica, anzi rimane ringonfiata da questa e impedisce l'ulteriore contatto dell' acido col rimasuglio del cristallo che si vede restare come un nucleo isolato dentro una cellula (fig. 5 Tav. I) — Se con la compressione delle lastrine del microscopio si rompe la membrana, immediatamente ricomparisce l'effervescenza con la scomparsa, totale del re-

siduo del cristallo e la membranella si riduce in frammenti nuotanti nel liquido trasparente acido — La materia che forma la membranella presenta tutti i caratteri dell' anidride silicica. In conclusione questi primi cristalli ho conosciuto essere formati essenzialmente da Natron o *Carbonato neutro di sodio* ($H^{20}Na^{2}CO^{13}$) (1). Vi sono più delle traccie di potassio e dell'acqua madre interposta che spiega la debole reazione dell' anidride solforica e del cloro. Il fatto poi della silice che si separa con l' azione degli acidi, dimostra che il carbonato di sodio trovasi anche mescolato ad una debole proporzione di *silicato* del medesimo metallo.

Debbo ritenere dietro la osservazione, che l' acqua madre ove si sono formati questi cristalli riscaldata a 100 gradi lascia sviluppare delle bolle gassose di anidride carbonica, che vi sia mescolato anche del *bicarbonato* di sodio: cristallograficamente i cristalli corrispondono alla forma prismatica rombica dominante del carbonato neutro di sodio; il che dimostra che gli altri composti non vi sono che come molto accessori. Anzi con una seconda cristallizzazione si possono del tutto separare.

I cristalli esposti all'aria si mostrano efflorescenti e si riducono ad una polvere bianca come fà il carbonato neutro di sodio. Ridisciolti nell'acqua sulla lastrina del microscopio e con la evaporazione spontanea, ricristallizzando in una superficie piana, mi hanno dato una cristallizzazione a lunghi aghi irradianti e diramati come è rappresentata nella fig. 6.

2ª *Cristallizzazione* — L'acqua madre. dopo altra prolungata evaporazione, ha mostrato un complesso di cristalli prismatici e confusi tra di loro con i seguenti caratteri chimici.

(1) É lo stesso sale minerale che trovasi tra i prodotti delle lave dell' Etna: come inoltre trovasi disciolto nelle sorgenti minerali di Vichy, Carlsbad etc.

1. solubilissimi nell' acqua e completamente—reazione intensamente alcalina.

2. la soluzione acquosa dà forte la reazione dei carbonati e solfati; debole quella dei cloruri. — Contiene sodio e non più tracce spettroscopiche di potassio, ma questo è riconoscibile con la reazione ordinaria del bicloruro di platino.

3. con l'acido cloridrico fanno effervescenza in minor grado dei primi e lasciano al solito insolubile uno straterello di anidride silicica.

Sono dunque i cristalli di cui è parola, chimicamente formati da carbonato sodico con potassio e da solfato di sodio con piccole proporzioni di silicato e cloruro di sodio.

Per sèparare e distinguere i cristalli di solfato di sodio da quelli di carbonato, ho decomposto questi ultimi con acido cloridrico ed ho lasciato il liquido alla evaporazione spontanea sulla lastrina del microscopio: si sono formati poco a poco numerosi cubi di cloruro di sodio (Tav. I fig. 16) e dei cristalli prismatici obliqui impiantati sui detti cubi (fig. 17) ovvero delle agglomerazioni cristalline (fig. 18) a sottili prismi irradianti da un centro comune. Tutti i cristalli prismatici rendon gialla la fiamma e precipitano abbondantemente col cloruro di bario; lasciati all' aria sono efflorescenti, si trasformano in polvere e sono formati da solfato di sodio o *Mirabilite* (volgarmente sale di Glaubero) $H^{20}N_a{}^2SO^{14}$: che io ho trovato abbondantissimo in certe lave decomposte dell' Etna. (1)

3ª *Cristallizzazione.*—Ha dato un complesso di cristalli tutti facilmente solubili nell' acqua, dando una soluzione molto alcalina, in cui si spiega tuttora viva effervescenza con gli acidi e quindi la reazione dei carbonati. È medio-

(1) È noto che di questo prodotto minerale sono ricche le sorgenti minerali di Sedlitz, Carlsbad etc.

cremente marcata quella dei solfati e caratteristica assai quella di abbondante cloruro di sodio, con reazione marcata del potassio.

All' osservazione microscopica si vedono tra i cristalli, quelli soliti di carbonato di sodio che compariscono distinti direttamente, non essendo confusi come nella 2ª cristallizzazione dall' abbondanza di quelli del solfato di sodio che per la più gran parte ha già cristallizzato. — In questa 3ª cristallizzazione sono caratteristiche le forme cristalline abbondanti di cloruro di sodio in *cubi* (Tav. I. fig. 15-16) o in *cubottaedri* (fig. 8, 9, 10, 11, 12, 13) o di *ottaedri* (fig. 14) con vario sviluppo di faccie e di spigoli.

4ª Cristallizzazione — Presenta esattamente i caratteri chimici e fisici della precedente, ma con crescente quantità di cloruri alcalini.

5ª *Cristallizzazione* — Idem come sopra; carbonato di sodio con traccie di solfato e grande abbondanza di cubi e ottaedri di cloruro sodico-potassico.

6ª *Cristallizzazione* — Idem come la 5ª e con proporzione massima di cloruro sodico-potassico.

Finalmente l' acqua madre residuale, del volume di circa 3 cent. cubici, ha manifestato al solito una reazione alcalina, presenza di carbonati alcalini, traccie di solfati, abbondanti cloruri e le reazioni per via umida e per via secca dei soli metalli *Sodio* e *Potassio*—Anche una accurata analisi spettrale, non ha fatto vedere altro che lo spettro del sodio e quello del potassio.

Riassunto di tutte le precedenti ricerche di analisi qualitativa.

Dalle cose qui esposte in tutto questo Cap. terzo si deduce quale conclusione, la natura e qualità delle sostanze che mineralizzano l' Acqua con la loro simultanea presenza —

Altre sostanze ho cercato di mettere in evidenza oltre quelle annoverate (come p. es. qualche combinazione del boro e dell'arsenico) ma non sono approdato ad alcun resultato affermativo, operando sopra una quantità di acqua minerale non superiore ai cento litri — Su questa quantità di acqua come sul deposito ocraceo che essa lascia non sono riuscito a costatare tracce sensibili di fluore, ossia di fluoruri.

Se si riducono le sostanze trovate allo stato di loro maggiore semplicità si può dire che i componenti elementari dell' acqua minerale acidula di Paternò sono rappresentati da 16 corpi semplici, di cui 8 metalloidi e 8 metalli e tutti insieme costituiscono la seguente serie :

1. Idrogeno	9. Sodio
2. Ossigeno	10. Potassio
3. Azoto	11. Calcio
4. Carbonio	12. Magnesio
5. Cloro	13. Stronzio (traccie)
6. Solfo	14. Ferro
7. Silicio	15. Alluminio
8. Fosforo	16. Manganese (traccie)

Se si eccettua una piccola quantità di Ossigeno e di Azoto, che si sviluppano con la ebollizione dell'acqua minerale coi caratteri di corpi allo stato libero, e semplicemente *mescolati* al complesso dell' abbondante materia gassosa che vi si trova disciolta ; del resto nessuno dei detti componenti comparisce allo stato libero, costituendo invece delle combinazioni svariate che considerate isolatamente hanno d'ordinario o lo stato fisico gassoso (anidride carbonica) o lo stato solido (combinazioni saline): se però si considerano quali principj mineralizzatori dell' acqua in esame, si trovano tutte insieme allo stato di soluzione in uno stato di equilibrio, subordinato alla pressione atmosferica, alla temperatura, al loro coefficiente di solubilità.

*

Come primo mineralizzatore comparisce in grande abbondanza il gasse, *anidride carbonica*, che svolgesi con impeto alle sorgenti e rimane in abbondanza sciolto nell' acqua minerale; dopo di questo viene il *ferro* allo stato di carbonato ferroso-ferrico, indi il *sodio*, il *potassio*, il *magnesio*, il *calcio*, lo *stronzio*, il *manganese*, *l'alluminio* che debbonsi ritenere allo stato salino in combinazione con l'anidride carbonica per formare dei *carbonati*, con l' anidride solforica per formare dei *solfati*, con l' anidride fosforica per formare dei *fosfati*, con l' anidride silicica per formare dei *silicati*, con il cloro per formare dei *cloruri*.

Come sieno ripartiti questi sali e quali sia lo stato delle combinazioni, sarà coi resultati definitivi delle analisi dimostrato sulla scorta di quanto abbiamo fin qui esposto e di quanto verremo ad esporre nel Capitolo seguente, dedicato all' analisi quantitativa.

Capitolo IV.

Analisi quantitativa

Messa in evidenza la natura chimica dei principj gassosi e solidi che trovansi sciolti nell' acqua minerale acidula di Paternò passo ora ad esporre i resultati dell' analisi quantitativa. I metodi speciali applicati per le determinazioni quantitative di tutte le sostanze tanto gassose che solide sono quelli oggi raccomandate dai chimici e che io secondo il mio modo di operare ho ritenuto utile di esporre alquanto dettagliatamente nelle mie precedenti memorie sullo stesso argomento di chimica (1) geologica ri-

(1) Vedi O. Silvestri — Op. cit. a pag. 2.

guardante le acque che circolano o scaturiscono nella regione dell'Etna.

Tranne il metodo di determinazione del ferro che è un principio mineralizzatore speciale di questa acqua, del resto per il modo di stabilire la quantità degli altri, mi riferisco alla esposizione già fatta in altre occasioni e ne ometto per amore di brevità la ripetizione in questa memoria: perciò passo ad esporre succintamente i resultati ottenuti basando i calcoli sulla media di due sperienze eseguite per stabilire la composizione di un litro di acqua minerale valutato alla temp. di 19°C.

ARTICOLO III.

RICERCHE CHIMICHE QUANTITATIVE FATTE SULL'ACQUA MINERALE

§ 7.

33. *Determinazione quantitativa complessiva o speciale della sostanza gassosa sciolta o combinata instabilmente nell' acqua minerale.*

Per la separazione e l'analisi della materia gassosa ho preferito di applicare il metodo e l'apparecchio proposto dal Reichardt (1).

La quantità in volume di materia gassosa che trovasi sciolta o instabilmente combinata nell' acqua minerale attinta di fresco alla sorgente è a 19°C e a 0^m76 di press. la seguente

Acqua minerale	quantità complessiva di materia gassosa
a) cent. cub. 100	cent. cub. 99, 80
b) » » 250	» » 248, 00

(1) Fresenius Zeitsch. für analy chem. Vol. XI pag. 271 — Vedi anche Gabba Tratt. di chim. anal. Vol. II. pag. 236.

Riducendo questa quantità ad 1 litro si ha

a) cent. cub. 998, 00
b) » » 996, 00

media per un litro c. c. 997, 00.

Si può quindi ritenere che l'acqua minerale a 19°C ed alla pressione barometrica di 0,^{m}76 contiene in soluzione presso a poco il suo volume di materia gassosa, complessivamente considerata. Avendo sottoposto questa all'analisi eudiometrica speciale mi ha dimostrato essere formata dal seguente miscuglio nelle qui indicate proporzioni.

		in vol.		in peso
Anidride carbonica	cent. cub.	993,60	. Gr.	1,9530
Ossigeno »	» »	0,90	. »	0,0012
Azoto »	» »	2,50	. »	0,0031
	cent. cub.	997,00	Gr.	1,9573

§ 8.

34. *Determinazione quantitativa delle materie fisse sciolte nell' acqua minerale.*

Da quello che ho già esposto a pag. 31 si deduce.

a) Che un litro di acqua preso alla sorgente di proprietà Tomaselli, evaporato a secco lascia un residuo che tenuto in stufa a 180 gradi di temp. fino a perdita totale di umidità e di peso, presenta un peso medio di gr. 1,4950.

b) Che un litro della sorgente di proprietà del municipio di Paternò, sottoposto al medesimo esperimento dà un residuo fisso e secco del peso medio di grammi 1,4999.

Queste due quantità (a) e (b) sono molto vicine e stan-

no a provare l'identità dell' acqua delle due prossime sorgenti — Se si prende una media comune si ha.

a) gr. 2,4950
b) » 1,4999

gr. 1,49745 media.

In questa media complessiva delle materie fisse quasi 2/3 del peso sono rappresentati dai sali terrosi di calcio e magnesio, ossido di ferro e silice (resi insolubili dalla evaporazione a secco dell' acqua): il rimanente è formato da sali alcalini che restano solubili.

In tutti gli altri punti dove sgorgano le acque di sapore acidulo, queste si presentano snervate e frammiste ad acque dolci. — Tra le altre, una delle più uniformemente mineralizzata è l'*acqua rossa* la quale dà per un litro un residuo di materie fisse di gr. 0,8452.

Per le rimanenti la quantità di materie fisse non offre un dato costante ed è variabile a seconda della proporzione con cui si trovano mescolate con altre sorgenti di acque dolci Ho trovato in generale che varia tra gr. 0,9562 a gr. 0,5176.

L' acqua però del pozzo Conti dentro Paternò che col soggiornare a lungo nel pozzo perde in gran parte l'acido carbonico libero e instabilmente combinato, presenta invece sotto lo stesso volume, di un litro, una quantità relativamente maggiore di materie fisse che ho trovato eguale a gram. 1,6370 per litro.

§ 9.

35. *Determinazione quantitativa dell' anidride carbonica.*

I.

Anidride carbonica totale.

Questa l' ho fissata con cloruro di calcio ammoniacale aggiunto nell' acqua appena attinta alle sorgenti.

a) Cent. cub. 600 di acqua minerale hanno dato Gr. 4,260 di carbonato calcico che rappresentano Gr. 1,8744 di anidride carbonica.

b) Cent. cub. 500 di acqua minerale hanno dato Gr. 3,570 di carbonato calcico che rappresentano gr. 1,5708 di anidride carbonica.

Dietro ciò calcolando per un litro di acqua si ha.

a) gr. 3,1240 anidride carbonica
b) » 3,1416 »

media gr. 3,1328

II.

b) *Anidride carbonica dei carbonati terrosi di calcio e magnesio con traccie di stronzio.*

Decomponendo a forte calore la parte terrosa insolubile nell' acqua distillata del residuo che lascia a secco l'acqua minerale, ho trovato le seguenti quantità di anidride carbonica.

a) Un peso di Gr. 4,565 di parte terrosa ben lavata e secca corrispondente a 5 litri di acqua, mi ha dato Gr. 1,450 di perdita rappresentante l' anidride carbonica.

b) Un peso di gr. 1,866 di parte terrosa corrispondente a 2 litri di acqua, mi ha dato gr. 0,5806 di perdita rappresentante l' anidride carbonica.

Riducendo questo resultato ad un litro di acqua minerale si ha.

a) gr. 0,2900
b) » 0,2903

gr. 0,2901 media.

Calcolando la proporzione di anidride carbonica sulla quantità di ossido di calcio e ossido di magnesio trovata

con l' analisi nei sali terrosi (1) (Vedi pagine seguenti) si ha la cifra di gr. 0,2878 la quale è un poco minore: la differenza in meno l' attribuisco alla difficoltà che presenta il deposito terroso a seccarsi completamente e quindi a poterlo pesare allo stato perfettamente anidro.

III.

c) *Anidride carbonica dei carbonati alcalini.*

I sali solubili alcalini, che si separano come ho detto facilmente dai sali terrosi allorquando si tratta a più riprese con acqua distillata il residuo totale che l' acqua minerale dà con la evaporazione a secco; non contengono altri carbonati oltre quelli di sodio e di potassio—Decomponendo quindi questi carbonati in quantità pesata con acido solforico (dentro il noto apparecchio che serve a determinare la quantità di anidride carbonica che si sviluppa, facendola assorbire dalla potassa); ho ottenuto i resultati seguenti:

a) Sui carbonati alcalini di 5 litri di acqua minerale gr. 1,2200.

b) Sui carbonati alcalini di 2 litri di acqua minerale gr. 0,4862.

Riducendo i resultati ad un litro di acqua si ha:

a) 0,2440
b) 0,2431

0,2435 quantità media di anidride carbonica.

Questa media sperimentale trovasi un poco inferiore alla quantità di anidride carbonica calcolata sulle propor-

(1) Tra i sali terrosi nel residuo fisso dell' acqua non è da comprendersi il ferro, giacchè quivi non è più allo stato di carbonato, ma di sesquiossido.

zioni di sodio e di potassio allo stato di carbonato che è di gr. 0,2481.

36. *Determinazione quantitativa speciale del Cloro* (dei cloruri).

a) 400 Cent. cub. di acqua minerale (a 19°C) mi hanno dato gr. 0,1135 di cloruro di argento corrispondente a gr. 0,0280 di cloro.

b) 500 Cent. cub. di acqua minerale, mi hanno dato gr. 0,1430 di cloruro di argento corrispondente a grammi 0,0353 di cloro.

Perciò per un litro di acqua minerale.

a) Gr. 0,0700 cloro
b) » 0,0706 »

media Gr. 0,0703.

37. *Determinazione quantitativa dell' anidride solforica* (dei solfati).

a) 400 Cent. cub. di acqua minerale (a 19.°C) mi hanno dato grammi 0,039 di solfato di bario, corrispondenti a grammi 0,0133 di anidride solforica.

b) 500 Cent. cub. di acqua minerale mi hanno dato gr. 0,0499 di solfato di bario, corrispondente a gr. 0,0171 di anidride solforica. Calcolando per 1 litro di acqua minerale abbiamo.

a) Gr. 0,0332 anidride solforica
b) » 0,0328 » »

media 0,0330.

38. *Determinazione dell'anidride fosforica* (dei fosfati).

Sul residuo fisso di tre litri di acqua minerale ho precipitato tutta l' anidride fosforica (che si trova nel precipitato che produce l' ammoniaca nella soluzione acida dei sali terrosi) allo stato di fosfomolibdato ammonico; poi l' ho

ridotto a doppio fosfato ammonico magnesico e questo a pirofosfato magnesico; ho avuto Gr. 0,01560 corrispondenti a gr. 0,0090 di anidride fosforica.

Perciò per un litro di acqua minerale, si ha grammi 0,0030 di anidride fosforica.

39. *Determinazione quantitativa dell'anidride silicica* (silice).

Avendo veduto dall' analisi quantitativa che con la concentrazione delle acque una parte della silice in contatto dei carbonati alcalini passa a combinarsi con gli alcali, scacciando l' anidride carbonica; per determinare la silice in totalità ho aggiunto alle acque dell' acido cloridrico in leggiero eccesso, dopo la totale decomposizione dei carbonati; indi le ho evaporate a secco ed ho riscaldato poi convenientemente il residuo, per rendere tutta la silice insolubile.

a) Il residuo fisso di litri 6 di acqua minerale mi ha dato un peso di silice in polvere candidissima di grammi 0,6786.

b) Il residuo fisso di litri 3 di acqua minerale mi ha dato un peso di silice di grammi 0,3424.

Perciò per 1 litro di acqua minerale si ha

a) gr. 0,1190 anidride silicica
b) » 0,1161 »

media gr. 0,1170

40. *Determinazione quantitativa del calcio* (1).

(1) Nella determinazione del calcio e del magnesio nelle loro quantità totali, mi sono servito dell' acqua minerale ridotta con lenta evaporazione, fino ad $^1/_{10}$ del volume, e poi acidificata con acido cloridrico. Precipitando invece la calce, poi la magnesia dell'acqua minerale direttamente, cioè in un gran volume di liquido; ho ottenuto un peso totale di calce e di magnesia che è di 2 a 3 centigrammi inferiore alla vera quantità.

I.

(a) *Calcio totale.*

a) 400 cent. cub. di acqua minerale (misurati a 19°C) mi hanno dato grammi 0,1212 di carbonato di calcio che rappresentano grammi 0,0679 di ossido calcico.

b) 500 cent. cub. di acqua minerale, mi hanno dato gr. 0,1450 di carbonato di calcio che rappresentano grammi 0,0812 di ossido calcico.

Perciò per 1 litro.

a)	gr.	0,1698
b)	»	0,1624
media		0,1661

II.

(b) *Calcio dei sali terrosi* (insolubili).

a) grammi 1,388 del precipitato (sali terrosi etc.) che forma l'acqua con la prolungata ebullizione (corrispondente a litri 1,487) mi ha dato grammi 0,463 di carbonato di calcio corrispondente a grammi 0,2592 ossido di calcico.

b) Gram. 0,500 dei sali (terrosi corrispondenti a cent. cub. 525 di acqua minerale) mi hanno dato carbonato di calce grammi 0,1564 pari a ossido calcico gram. 0,0876.

Riducendo questa quantità ad un litro di acqua si ha

a)	gr.	0,1675	calce
b)	»	0,1669	»

media 0,1672 pari a carbonato calcico gr. 0,2985.

Paragonando le due medie già trovate per la calce totale o dei sali terrosi si vede che quasi corrispondono e

la piccola differenza in meno per la prima, dipende dalla differente maniera di operare.

Precipitando la calce dall' acqua, quantunque concentrata, sono più facili delle piccole perdite per il volume maggiore di liquido che deve filtrarsi. Sicchè preferisco di adottare nel calcolo la seconda media che è certo più corretta e che dimostra evidentemente che la calce è tutta allo stato di carbonato.

III.

(c) *Calcio dei sali terroso-alcalini* (solubili).

Oltre a ciò che immediatamente precede ho anche dimostrato con l' analisi qualitativa che è mancata qualunque reazione che stia a dimostrare la presenza del calcio in questa condizione.—Un solo indizio del calcio l' ho avuto all' analisi spettrale.

41. *Determinazione quantitativa del magnesio.*

I.

a) *Magnesio totale.*

a) 400 cent. cub. di acqua minerale (misurati a 19°C) mi hanno dato pirofosfato di magnesia gr. 0,1580 pari a gr. 0,0578 di ossido magnesico.

b) 500 cent. cub. di acqua minerale, mi hanno dato pirofosfato di magnesia gr. 0,1937 pari a gr. 0,0709 ossido magnesico.

Calcolando per un litro di acqua minerale abbiamo

a) gr.	0,1445	ossido magnesico
b) »	0,1418	»
media gr.	0,1431	pari a gr. 0,3005 di carbonato magnesico.

II.

b) *Magnesio dei sali terrosi* (insolubili).

a) Gram. 1,388 del precipitato che forma l'acqua con la prolungata ebullizione (sali terrosi etc.) corrispondente a litri 1,487 di acqua minerale, mi ha dato gr. 0,539 di pirofosfato magnesico, che corrisponde a gr. 0,1973 di ossido magnesico.

b) Gr. 0,500 del precipitato di sali terrosi dell' acqua minerale, corrispondente a cent. cub. 525 dell' acqua stessa, mi hanno dato gram. 0,200 di pirofosfato magnesico che rappresenta gr. 0,0732 di ossido magnesico.

Calcolando per 1 litro di acqua minerale si ha

a)	Gr. 0,1328	ossido magnesico	
b)	» 0,1394	»	
media	0,1361	pari a gr. 0,2581	carbonato magnesico

III.

(c) *Magnesio dei sali terroso-alcalini solubili.*

Il complesso dei sali solubili separati allo stato di soluzione acquosa molto concentrata, se si sottopone a lenta e prolungata evaporazione al calore, via via che si concentra, i bicarbonati alcalini parzialmente si decompongono sviluppando anidride carbonica: frattanto il liquido molto alcalino s'intorbida e lascia depositare una sostanza leggiera e voluminosa la quale non è altro che carbonato di magnesio mescolato ad anidride silicica. (1)

(1) Questo carbonato di magnesio appartiene ai carbonati insolubili, ma si trova qui perchè con la evaporazione e concentrazione delle acque in presenza dei bicarbonati alcalini una parte di esso passa a costituire un sale doppio solubile.

L'anidride silicica si trova pure in parte qui, giacchè con la evaporazione e concentrazione delle acque, essa qualche poco decompone i carbonati alcalini, scacciando l' anidride carbonica e rimanendo in combinazione con la soda.

La quantità di ossido di magnesio dedotta per differenza dalle precedenti determinazioni (della magnesia totale e della magnesia dei sali terrosi) e calcolata per 1 litro di acqua, resulta essere gr. 0,0070.

42. *Determinazione quantitativa dello stronzio.*

Come ho detto nell'analisi qualitativa questo metallo non è rappresentato da quantità apprezzabile, ma solo da traccie spettroscopiche.

43. *Determinazione dell'alluminio.*

Si è detto che sciogliendo in un acido la parte insolubile nell' acqua del residuo totale dell' acqua minerale, si ha un liquido in cui (dopo precedente aggiunta di cloruro ammonico) l'ammoniaca precipita tutto l'alluminio allo stato di fosfato, più dell' idrato ferrico.

Ora impedendo al ferro di precipitare per mezzo dell' ammoniaca, con l' introdurre dell' acido citrico, ho precipitato tutto l'alluminio allo stato di fosfato alluminico ed al peso di questo, sottraendo il peso conosciuto dell' anidride fosforica, ho avuto quello dell' allumina.

Sopra 60 litri di acqua minerale il fosfato di allumina più l'ossido ferrico allo stato idrato, sono rappresentati da grammi 1,240 che per 1 litro si riducono a gr. 0,0206 di cui 0,0075 di fosfato alluminico e sottraendo l' anidride fosforica si ha gr. 0,0045 per l' allumina in 1 litro.

36. *Determinazione del manganese.*

Come ho già detto precedentemente il manganese trovasi nel precipitato insieme ai fosfati. Nel precipitato ottenuto da 60 litri di acqua non è però in quantità tale che riesca di sottoporlo a misura (come ho potuto fare nel deposito ocraceo che si raccoglie alle sorgenti dell'acqua minerale) e devesi ritenere che in questa (almeno considerata nel volume indicato) è solo rappresentato da traccie.

44. *Determinazione quantitativa del ferro.*

Dalle cose dette a pag. 228 e 229 il ferro si trova nella

acqua minerale in combinazione con l'anidride carbonica ma in una condizione molto instabile allorquando l' acqua è tolta dalla sorgente. Siccome però rappresenta un principio minerale di grande importanza per le applicazioni della medesima, così ho cercato di determinarlo con molta cura. L' esperienza mi ha mostrato che riesce difficile e poco esatto il determinare il ferro nel residuo dell' evaporazione a secco dell' acqua e ciò per la presenza contemporanea dell'allumina e dei fosfati e per la possibilità che ha l' idrato ferrico di mantenersi in soluzione in presenza dei bicarbonati alcalini che formano nel caso dell' acqua di Paternò la prevalenza dei sali solubili—Ho preferito quindi di determinarlo nell' acqua appena attinta alle sorgenti: per far ciò ho praticato con due metodi l'uno dei quali mi ha servito di complemento all' altro.

1.° *Metodo. Separazione del ferro per mezzo dell'acido tannico e determinazione allo stato di ossido ferrico.*

Ho preso volumi differenti ma sempre determinati di acqua alle sorgenti ed ho precipitato tutto il ferro per mezzo di un eccesso di acido tannico il quale (vedi pag. 228 analisi qualitativa) vi produce subito un precipitato che con la prolungata agitazione a contatto dell'aria ossidante si fà voluminoso, nero-violaceo ed è di tannato ferrico—Il precipitato è stato raccolto, lavato, decomposto col calore, ripreso con qualche goccia di acido azotico, calcinato di nuovo e pesato allo stato di *ossido ferrico.*

Sorgente Tomaselli.

1ª esper.	1 litro di acqua misurato al 19° C ha dato ossido ferrico	gr.	0,0312
2ª esper.	1 idem ha dato ossido ferrico	»	0,0288
3ª esper.	1 idem idem » »	»	0,0295
	(a) media	gr.	0,0298

Sorgente Municipale.

1ª esper. 1 litro di acqua misurata a 19° C. ha dato ossido ferrico gr. 0,0310
2ª esper. 1 litro idem idem » » 0,0292
3ª esper. 1 litro idem idem » » 0,0301

(b) media gr. 0,0301 (*)

Queste due medie (a) (b) tanto vicine tra loro, provano anche per il ferro *totale* la identità dell'acqua minerale di Paternò nelle due differenti sorgenti. Dalle medie medesime dell'ossido ferrico calcolando il ferro si ha

a) per 1 litro di acqua minerale Tomaselli gr. 0,02098
b) idem di acqua minerale Municipale » 0,02112

media delle due sorgenti gr. 0,02105

2.° *Metodo. Determinazione del ferro per mezzo di una soluzione normale di permanganato di potassio.*

Ho attinto dell'acqua minerale alla sorgente e l'ho messa (in volume ora di 500 ora di 1000 c. c.) in un bicchiere ben chiaro, posato sopra un fondo bianco; indi con una soluzione normale di permanganato di potassio col titolo (1 cent. cub. corrisponde a gr. 0,005304 di ferro

(*) Le esperienze fatte applicando questo metodo sulle altre acque acidule di Paternò, hanno dato dei resultati molto variabili a seconda del miscuglio loro con acque dolci. La media massima non ha superato i grammi 0,0182 di ferro e appartiene all'*acqua rossa* (sulla via tra Paternò e Belpasso). Mentre per alcune come l'acqua del pozzo Conti (dentro Paternò) e tutte quelle che ho detto essere d'infiltrazione, non si ha alcuna reazione del ferro perchè trovasi già precipitato col deposito ocraceo che lasciano le acque nel loro cammino. Le analisi volumetriche che ho fatto anche ripetere recentemente affidandole alla cura del mio egregio assistente sig. Dott. Sebastiano Speciale , hanno confermato questi resultati circa le proporzioni del ferro.

metallico) ho decomposto a freddo il sale ferroso fino a comparsa di colorazione violacea nel liquido.

Per sorprendere però la comparsa persistente della colorazione del reattivo ho aggiunto (come è necessario) preventivamente all' acqua un poco di acido solforico, perchè altrimenti mentre il permanganato perossida il ferro, l'acqua s'intorbida per la precipitazione del sesquiossido di manganese, che è di color cioccolata. Invece con l' acqua acidulata di acido solforico il manganese resta in combinazione salina con l' acido per cui il liquido rimane limpido e si può essere sicuri del momento in cui comparisce la colorazione che rende certi della completa perossidazione del ferro.

La quantità di ferro metallico che ho trovato con questo metodo ridotto ad 1 litro è la seguente.

Sorgente Tomaselli.

1ª esper.	1 litro di acqua misurato a 19° C. ha dato					
	ferro metallico	.	.	gr.	0,010608
2ª esper.	1 idem	idem	»	»	»	0,010077
3ª esper.	1 idem	idem	»	»	»	0,010608
				(a') media	gr.	0,010429

Sorgente Municipale.

1ª Esper.	1 litro di acqua misurata a 19° C. ha dato					
	ferro metalico	.		gr.	0,0116688
2ª esper.	1 idem	idem	»	»	»	0,0120296
3ª esper.	1 idem	idem	»	»	»	0,0116688
				(b') media	gr.	0,0117890 (*)

(*) Determinando il ferro anche con questo metodo nelle altre acque acidule, devo ripetere quanto ho detto nella nota precedente sulla variabilità

Queste due medie (a') (b') che rappresentano la quantità di ferro contenuto nella sola condizione di sale *ferroso*, non si accordano come quelle precedenti (a) (b) che rappresentano il ferro *totale*. Ciò sta a dimostrare due fatti: 1° serve di riprova di quanto ho trovato con le ricerche qualitative, cioè che il ferro si trova nelle acque nella doppia condizione di sale *ferroso* e di sale *ferrico*. 2° Che nelle acque delle due sorgenti Tomaselli e Comunale le cifre dimostrano che vi è la differenza di Gr. 0,00136 tra la proporzione di ferro allo stato di sale *ferroso*, rispetto al ferro allo stato di sale *ferrico*: mentre se si considera il ferro *totale* la proporzione che ho trovato nelle due suddette principali sorgenti differisce solo per Gr. 0,00014; differenza minima che non disturba la identità delle acque suddette. Infatti questa differente proporzione tra il sale ferroso e il sale ferrico, io ritengo che non debba attribuirsi ad una varietà essenziale nella composizione delle acque, ma a condizioni puramente accidentali e precarie giacchè tutto l'insieme delle ricerche analitiche mi ha dimostrato che la natura dell' acqua minerale acidula di Paternò è unica e non perchè scaturisce in varj punti può essere differente: purchè però si tratti di sorgenti vergini e di prima scaturigine, ciòè che non si trovino mescolate all'altre acque e che non compariscano alla superficie del suolo come infiltrazioni di sorgenti superiori. — La differenza in meno di ferro allo stato di sale ferroso nella sorgente Tomaselli può benissimo attribuirsi a condizioni locali di terreno più permeabile per essere stato recentemente rimosso tutto all'intorno per sradicare un canneto e anche per ingrandire la vasca ove

o sulla mancanza dei resultati. Se il ferro trovasi tuttora in soluzione vi è in proporzione sempre minore di quello contenuto nelle due sorgenti principali. Tra le sorgenti secondarie la media maggiore l' ha data anche in questo caso l'*acqua rossa* tra Paternò e Belpasso che in 1 litro ha mostrato di contenere gr. 0,00901 di ferro.

l'acqua si raccoglie. Con la maggiore permeabilità del suolo l'azione ossidante dell'aria (che ha tanto rapido effetto nei sali ferrosi specialmente in soluzione), può benissimo spiegare un maggiore effetto superficiale alla sorgente Tomaselli, la cui vasca è di recente costruzione, di quello che nell'antico secolare recinto della sorgente Comunale, ove il suolo è più compatto e tutto incrostato di depositi.

Per tutte le ragioni dunque che mi fanno ritenere questa piccola differenza come precaria e per i dati analitici che mi hanno dimostrato che tutto il ferro è allo stato di carbonato tenuto in soluzione, dall' eccesso di anidride carbonica in presenza dell' acqua, io mi attengo alle proporzioni del ferro totale che meglio stabiliscono l'analogia delle due sorgenti.

Possiamo dunque dire che 1 litro di acqua minerale acidula di Paternò contiene in media una quantità di ferro totale rappresentato da gr. 0,02105.

45) *Determinazione quantitativa del sodio.*

(a) Dai sali solubili appartenenti a litri 13, 84 di acqua minerale, dopo separato tutto il potassio dei sali potassici, ho ottenuto gr. 11,0152 di cloruro di sodio fuso.

(b) Dai sali solubili di 10 litri di acqua minerale ho avuto, nello stesso modo sopra detto, un peso di cloruro di sodio fuso = a gr. 7,997.

Riducendo ad 1 litro si ha

a) gr. 0,7959 cloruro di sodio
b) » 0,7997 »

media gr. 0,7978 che rappresentano gr. 0,3137 di sodio metallico.

46. *Determinazione quantitativa del potassio.*

Gli stessi liquidi e nella stessa quantità impiegati per la determinazione del sodio, mi hanno servito a determinare il potassio, separandolo prima allo stato di cloroplatinato poi di cloruro.

a) Litri 13,84 mi hanno dato gr. 0,2338 di cloruro di potassio.

b) Litri 10 mi hanno dato gr. 0,1730 di cloruro di potassio.

Calcolando per 1 litro di acqua minerale si ha

a) gr. 0,0169 di cloruro di potassio

b) » 0,0173 »

media gr. 0,0171 che rappresentano gr. 0,0090 di potassio metallico.

47. *Determinazione della materia organica.*

Nelle ricerche qualitative ho costatato, come ho già esposto, indizj certi di materia organica; ma nel tentare di determinarla quantitativamente col metodo più sensibile del permanganato di potassio, dopo la precipitazione del ferro dall'acqua minerale fatta bollire; non sono approdato a resultati che diano una quantità apprezzabile, da poter essere compresa nei resultati di questa analisi (riferiti ad 1 litro) nei quali perciò devo dichiarare che la materia organica è rappresentata da *traccie.*

Questa condizione di sole traccie di materia organica è relativa alla origine dell' acqua minerale in un suolo vulcanico formato prevalentemente da lave basaltiche compatte, attraverso alle fenditure delle quali l' acqua stessa si fà strada fino al punto ove forma le sorgenti limpidissime e incolore che ho descritto nell'introduzione di questo lavoro — Bisogna però, a confermare questo resultato, che l' acqua sia attinta vergine ad una certa profondità e non abbia soggiornato nelle vasche scoperte, ove per l'uso che se ne fa di bevanda attingendola generalmente con bicchieri contenenti del sugo di limone spremuto; per i contatti continui con la gente che vi accorre e per lo stesso pulviscolo atmosferico che vi cade, non manca d'introdursi della materia organica in quantità molto apprezzabile.

Riassuto di tutte le determinazioni quantitative riferite ad 1 litro di acqua minerale acidula (misurato a 19°C. di temp. e a 760 mill. di press.) e documenti analitici.

La materia gassosa (complessiva) che trovasi sciolta o combinata instabilmente nell'acqua minerale trovasi nella quantità eguale in vol. a 997 cent. cub. e in peso a grammi 1,9573.

Essa si compone di:

		in vol.		in peso
Anidride carbonica	Cent. cub.	993, 60	gr.	1, 9530
Ossigeno	» »	0, 90	»	0, 0012
Azoto	» »	2, 50	»	0, 0031
	Totale Cent. cub.	997, 00	gr.	1, 9573

Residuo fisso che lascia l'acqua evaporata a secco, esposto a 180° di temp. fino a invariabilità di peso . .	= gr.	1,4974
Anidride carbonica (CO^2) totale	= »	3,1328
» » » dei carbonati terrosi . .	= »	0,2878
» » » » alcalini . .	= »	0,2481
Cloro	= »	0,0703
Anidride solforica (SO^3)	= »	0,0330
» fosforica (Ph^2O^5)	= »	0,0030
» silicica (SiO^2)	= »	0,1170
Ossido di calcio (CaO) totale	= »	0,1661
» » » » dei sali terrosi . . .	= »	0,1672
» » » » dei sali alcalino-terrosi . .	= »	traccie
Ossido di magnesio (MgO) totale	= »	0,1431
» » » » dei sali terrosi . . .	= »	0,1361
» » » » che passa allo stato di sale alcalino-terroso con la concentrazione dell'acqua.	= »	0,0070
Ossido di stronzio (SrO)	= »	traccie
Ossido di alluminio (Al^2O^3)	= »	0,0045
Manganese	= »	traccie
Ferro	= »	0,0210
Sodio . . . . . , .	= »	0,3137
Potassio	= »	0,0090
Materia organica	= »	traccie

Resultati che si ottengono costituendo, su i documenti analitici precedenti, i Carbonati allo stato *neutro* e gli altri composti minerali fissi allo stato *anidro*, come possono essere nel residuo permanente dell'Acqua Minerale acidula di Paternò seccato a 180° di temp. C.

		Peso riferito ad 1 litro di acqua miner.
Carbonato di Sodio (Na^2CO^3)	grammi	0,5637
Carbonato di Potassio (K^2CO^3)	»	0,0159
Carbonato di Magnesio ($MgCO^3$)	»	0,3005
Carbonato di Calcio ($CaCO^3$)	»	0,2964
Carbonato di Stronzio ($SrCO^3$)	»	traccie
Ferro (calcolato come sesquiossido) (Fe^2O^3)	»	0,0301
Manganese (calcolato come sesquiossido) (Mn^2O^3)	»	traccie
Solfato di Sodio (Na^2SO^4)	»	0,0585
Fosfato di Sodio (Na^3PhO^4)	»	0,0063
Cloruro di Sodio ($NaCl$)	»	0,1158
Allumina (Al^2O^3)	»	0,0045
Anidride Silicica (SiO^2)	»	0,1170
Materia organica	»	traccie
Totale	grammi	1,5087
Residuo di 1 litro di acqua minerale ottenuto dall'esperienza	»	1,4974
Differenza	(+) grammi	0,0113

Con questo primo quadro di resultati analitici che esprime i componenti fissi del residuo secco che lascia un litro di acqua sottoposto alla evaporazione, noi possiamo ottenerne un secondo che esprima i composti che per tutti i fatti e considerazioni che precedono devonsi ammettere nell' acqua naturale; compresa la anidride carbonica libera e quella combinata instabilmente per costituire i carbonati acidi o bicarbonati.

Quantunque le ricerche di Bineau (1) tendano a stabilire che i carbonati terrosi passino semplicemente a sciogliersi in un' acqua contenente un eccesso di anidride carbonica, piuttosto che a costituire con questo delle combinazioni acide; ciò non ostante è ammesso tuttora generalmente che i carbonati terrosi (di calcio, magnesio etc.) si trovino sciolti nelle acque acidule allo stato di bicarbonati. Considerandoli quindi come tali e considerando pure come bicarbonati i carbonati alcalini; considerando in combinazione con l' acido carbonico tutto il ferro allo stato di semplice carbonato ferroso ($FeCO^3$) (giacchè non si conosce come composto definito un bicarbonato ferroso, ma solo si sa che il carbonato è solubile in presenza di un eccesso di anidride carbonica) e calcolando finalmente l' anidride carbonica che trovasi non combinata, ma sciolta in eccesso nell'acqua; si hanno i resultati quantitativi del seguente quadro. »

(1) Ann. de Chimie et de Phy t. LI pag. 296.

Resultati analitici che rappresentano la composizione chimica dell'acqua minerale acidula di Paternò nelle sue condizioni naturali: considerando tra i componenti minerali anche l' Anidride carbonica *non combinata* cioè allo stato di semplice soluzione, e calcolando i carbonati alcalino-terrosi che contiene, come *bicarbonati* o carbonati *acidi*.

		in 1 litro d'acqua minerale
Anidride carbonica libera (CO^2)	grammi	2,0780
Ossigeno (O)	»	0,0012
Azoto (Az)	»	0,0031
Bicarbonato di Sodio ($HNaCO^3$)	»	0,8933
Bicarbonato di Potassio ($HKCO^3$)	»	0,0230
Bicarbonato di Magnesio ($H^2Mg(CO^3)^2$)	»	0,5240
Bicarbonato di Calcio ($H^2Ca(CO^3)^2$	»	0,4805
Bicarbonato di Stronzio ($H^2Sr(CO^3)^2$)	»	traccie
Carbonato Ferroso (*) ($FeCO^3$)	»	0,0436
Carbonato Manganoso ($MnCO^3$)	»	traccie
Solfato di Sodio (Na^2SO^4)	»	0,0585
Fosfato di Sodio (Na^3PhO^4)	»	0,0063
Cloruro di Sodio (NaCl)	»	0,1158
Allumina. Al^2O^3	»	0,0045
Anidride Silicica. (SiO^2)	»	0,1170
Materia Organica	»	traccie

(*) Quantunque come ho detto nell'analisi qualitativa a pag. 228 e 229 e come ho dimostrato nell'analisi quantitativa a pag. 245, le reazioni dell'acqua minerale attestino la presenza del ferro non solo allo stato di sale ferroso ma anche ferrico, in proporzioni variabili; pure ho considerato la totalità del ferro allo stato di carbonato *ferroso* perchè è da ritenersi che solo questo rappresenti la condizione originaria dell'acqua minerale, prima che subisca delle azioni ossidanti nel venire a contatto dell'aria alla superficie del suolo.

Capitolo V.

Considerazioni generali e confronti tra l'acqua minerale acidula di Paternò e le acque minerali consimili della stessa natura italiane e straniere più conosciute—*Conclusione*.

La esposizione di tutte le risultanze sperimentali che precedono e quelle basate su i calcoli delle combinazioni, stanno a provare tutti i mezzi che ho potuto applicare per raggiungere lo scopo prefissomi, di determinare la composizione qualitativa e quantitativa dell' acqua minerale acidulo-alcalina e magnesiaco-ferruginosa di Paternò. Questo lavoro , complicato come altri di simil natura , quantunque abbia cercato di condurlo con tutte le cure possibili , non manca certo di imperfezioni, giacchè queste difficilmente si possono evitare di fronte agli intricati problemi di statica chimica che si presentano a risolvere nell' associazione di tanti corpi che contemporaneamente si trovano sciolti in un'acqua e concorrono a mineralizzarla. Il metodo che in queste ricerche io applico cimentando le acque minerali in tante guise e accompagnando con lo studio tutte le trasformazioni dei composti binarj, ternarj, dei sali doppj etc., durante la evaporazione e concentrazione delle medesime; tenendo dietro con l' analisi chimica e cristallografica al continuo succedersi dei composti che si presentano costituiti sotto forme cristalline con la lenta evaporazione, spinta fino a ridurre un grande volume primitivo di liquido ad un ultimo piccolo residuo di acqua madre; mi sembra che sia il più sicuro mezzo per avere maggiori lumi onde interpetrare l' edificio chimico delle combinazioni sulle quantità degli ossidi, acidi etc., trovate per mezzo dell'analisi. Questa interpetrazione è la parte più difficile, giacchè pur troppo è la meno sicura dell' analisi : ed è perciò che consideran-

do le acque sotto il punto di vista puramente chimico si usa come espediente, che semplicizza il lavoro e toglie molta responsabilità, di presentarne la composizione esponendo tali e quali i resultati che si ottengono direttamente dalle determinazioni quantitative, come per es. la quantità dell'anidride carbonica, dell' anidride solforica, del cloro, dell' ossido di calcio, dell'ossido di magnesio, dell' allumina etc., senza stabilire alcune deduzioni sulle reciproche combinazioni saline o di altra natura. Ma la conoscenza di queste è molto interessante allorchè si studiano le acque minerali anche per le applicazioni alle quali possono essere destinate secondo l' azione di cui sono capaci sull'organismo dell'uomo. È perciò che sotto questo punto di vista una semplice esposizione dei resultati diretti dell' analisi mentre, se è eseguita in regola, offre dati indiscutibili; non raggiunge però completamente lo scopo per cui è fatta. E se l' analista nelle sue continuate ricerche non procura di afferrare tutti i dati possibili per formarsi un criterio sulla natura ed equilibrio dei composti salini che vi sono contenuti, certo che questo criterio non si potrà lasciare al giudizio arbitrario di chi deve decidere dall'analisi di un'acqua, se questa possa o no ricevere delle applicazioni speciali più o meno importanti alla igiene ed alla terapeutica.

Premesse queste considerazioni, da quanto ho esposto nella mia analisi chiaro resulta che:

1. L' acqua minerale di Paternò è da classificarsi tra le acque eminentemente *acidule*, perchè contiene una grande quantità di anidride carbonica libera ovvero allo stato di semplice soluzione, che si sviluppa facilmente spumeggiando (come fa l' acqua di Seltz) tostochè la soluzione giunge all' esterno, sotto la influenza di minore pressione.

2. Oltre all' anidride carbonica libera, i metalli conte-

nuti nell' acqua minerale di Paternò, per la piccola quantità di cloro e quella ancora più piccola di anidride solforica che essa presenta, vi si trovano prevalentemente disciolti allo stato di *bicarbonati*.

3. Per la proporzione dominante del Sodio associato al potassio (allo stato di bicarbonati), l' acqua minerale di Paternò è da annoverarsi tra le acque *alcaline*, ma moderatamente alcaline.

4. Per la quantità di magnesia, parimente allo stato di bicarbonato, che giunge fino a superare quelle della calce, devesi anche dichiarare come acqua *magnesiaca*.

5. Finalmente la proporzione del ferro, relativamente grande, che contiene e questo pure allo stato di carbonato, la rende eccellente tra le acque *ferruginose*, come qui appresso meglio vedremo con qualche paragone. Tutto ciò rende ragione del perchè io le ho dato il nome di acqua minerale *acidula-alcalino e magnesiaco-ferruginosa* dietro i dominanti e più attivi principii mineralizzatori che presenta nella sua composizione.

Confrontando ora l' acqua minerale di Paternò con altre acque minerali più conosciute, essa per la mancanza assoluta del solfato di calce, la presenza invece dei carbonati alcalini, del solfato e del fosfato di sodio e per tutto l' insieme della composizione qualitativa corrisponde alla celebre e tanto diffusa acqua di Vichy: tranne la piccola differenza di non contenere il borato e l'arseniato di sodio che anche nelle sorgenti di Vichy sono rappresentati da traccie o da sì minime quantità da non assumere nessuna importanza tra i principj mineralizzatori. — Riguardo poi alla composizione quantitativa, l' acqua di Paternò è molto più acidula e ferruginosa e più ricca di carbonato di magnesia e di calce di quella di Vichy, rispetto alla quale si

mostra invece più moderatamente alcalina per minore quantità di bicarbonati di sodio e potassio (0 gr. 9163 per litro (1)) — Ciò appunto rende l'acqua minerale di Paternò di uso più comune di fronte all'acqua suddetta di Vichy, che essendo eccessivamente alcalina (4 a 5 grammi per litro di bicarbonato di sodio e potassio) in molti casi non è tollerata dall'organismo e può solo essere somministrata con prescrizioni speciali.

Continuando a raffrontare la nostra acqua acidula con quelle di tal natura più conosciute in Italia e in Europa si può dire che riguardo alla quantità di anidride carbonica libera (2, gr. 5969 per litro (1)) supera le acque minerali acidule le più gassose che si conoscano quali sono (2) l'acqua di S. Caterina in Val Furva (sopra Bormio in Val-

(1) Questa quantità di anidride carbonica libera è calcolata dall'acido carbonico totale (vedi pag. 251 e i documenti analitici pag. 249) da cui ho sottratto l'anidride carbonica dei carbonati alcalini e terrosi. Così dedotta l'anidride carbonica libera, non corrisponde ma supera la quantità di anidride carbonica libera e instabilmente combinata, il cui peso ho determinato sul volume che sperimentalmente di essa ho separato dall'acqua minerale mediante il processo ordinario della ebullizione prolungata (Vedi pag. 249-250). Questa differenza dipende dal fatto che mentre istantaneamente si può fissare alla sorgente l'anidride carbonica totale precipitandola allo stato di carbonato di calcio insolubile ; invece la valutazione dell'anidride carbonica libera , col metodo della ebullizione , obbliga a trasportare l'acqua nel laboratorio e a fare delle manovre lunghe, sicchè è difficile che non dia dei resultati inferiori al vero per le perdite inerenti al processo che si mette in pratica.

(2) Vedi Dictionnaire général des eaux minerales — Paris 1860.

Handbuch der algemeine und speciell Balneatherapien von Doct. Th. Valentiner — Berlin 1873.

Trattato teorico pratico di Balneoterapia ed Idrologia Medica del Cav. Plinio Schivardi — Milano 1875.

Notizie sulle acque minerali del Regno d'Italia e dei paesi limitrofi raccolte dal Dott. Luigi Marieni — Milano 1870 (Vallardi.)

Dizionario Universale Topografico Storico Fisico-Chimico Terapeutico delle acque minerali conosciute in tutte le Provincie Italiane — per cura di Antonio Perone — Napoli 1870.

Guida delle Acque minerali d'Italia del Cav. Guglielmo Nervis—Torino E. Loescher 1868 etc.

tellina) (2, gr. 4160 per litro); di S. Maurizio in Svizzera (2 gr. 3484); di Marcols in Francia (2 gr. 0720) e maggiormente supera quella delle rinomate acque gassose di Pejo e Rabbi nel Trentino; di Recoaro e Valdagno nel Veneto; di Zogno in Lombardia; di Corticella nel Bolognese; di Brisighella a Ravenna; di S. Quirico presso Livorno; dell'acqua Leona nella Valle d'Inferno; di Chitignano presso Arezzo; di Rapolano presso Siena; di Viterbo in Romagna; di Capranica a Roma; di Castellammare presso Napoli; di Tarasp-Schultze in Svizzera; di Bussang, Forges, Saint-Alban, Chateaudun (in Francia); di Pyrmout Stahlbrunnen, Pyrmout Helenenquelle, Schwalbach Stahlbrunnen (in Germania) etc., per tacere di tante altre di minore importanza nelle quali (tutte considerate) la quantità di anidride carbonica in 1 litro è compresa tra un limite massimo di gr. 1,7120 (Pejo) e un limite minimo di 0, gr. 1254 (Viterbo) o inferiore a questo per molte altre acque non nominate.

Circa la quantità di ferro allo stato di carbonato ferroso (0, gr. 0436 per litro) l'acqua minerale di Paternò rivaleggia con le più reputate sorgenti nostrali e straniere; e tra le prime specialmente con le acque di Recoaro nel Veneto in cui la proporzione del carbonato ferroso varia nelle diverse fonti da 0, gr. 0462 a 0, gr. 0282 per litro.

Finalmente la proporzione di magnesio (allo stato di bicarbonato) che supera perfino il calcio (nella stessa condizione salina) la rende distinta tra le acque minerali congeneri più divulgate, su molte delle quali trae la preferenza per non contenere affatto il solfato di calce.

In conclusione si può dire che tutte le osservazioni esposte e i resultati offerti dall' analisi dell'acqua minerale di Paternò ci conducono alle seguenti conseguenze:

1. Dimostrano nella medesima una composizione *mista* che stabilisce una particolare condizione nell'acqua minerale di Paternò, la quale io ho voluto esprimere dandole il nome di *Acidulo-alcalina e magnesiaco-ferruginosa.*

2. Dimostrano che questa composizione è in stretta relazione con la natura del terreno, in cui risiede l'attività chimica mineralizzante; terreno attraverso al quale si fa strada l'acqua per giungere all'esterno. Questo terreno come ho già detto è formato da roccie vulcaniche delle quali i componenti mineralogici che sono normalmente il Feldispato, l'Augite, l'Olivina, la Magnetite, l'Apatite (in cui abbiamo dei silicati terroso-alcalini, degli ossidi e dei fosfati) sono lentamente attaccati e decomposti dall'azione continua dell'anidride carbonica che a grande profondità si svolge, quale mofeta vulcanica; incontra delle acque di sorgente e vi si scioglie saturandola sotto forte pressione. Da questa causa incessante di contatto, vengono messi al nudo i componenti chimici delle lave basaltiche e dei tufi e detriti vulcanici. Da ciò la origine della mineralizzazione delle acque con prevalenza di anidride carbonica libera che giunge all'esterno in uno stato di soluzione sopra satura. Con prevalenza di carbonati alcalini come più facili a costituirsi mediante la decomposizione per opera dell'anidride carbonica su i silicati corrispondenti delle lave (1) e più facili a sciogliersi a contatto delle acque: indi dei carbonati terrosi, del ferro, della silice, dei fosfati, dell'allumina in proporzioni subordinate e relative alla dif-

(1) I carbonati alcalini possono anche provenire (come in altre occasioni ho dimostrato) dall'azione del vapore d'acqua sul cloruro di sodio che portano con se le lave incandescenti quando scaturiscono alla superficie del suolo: per cui ne nasce acido cloridrico, che attacca profondamente le lave, e ossido di sodio con potassio che l'azione dell'anidride carbonica (di origine vulcanica o atmosferica) rapidamente trasforma in carbonati.

ferente attitudine dei componenti chimici dei minerali originarj, di venire disgregati e disciolti allo stato di sali solubili, dall'azione perenne dell'anidride carbonica e dell' acqua.

3. Dimostrano ad evidenza il come e il perchè anche senza che siasi conosciuta fin ora con particolarità la composizione dell' acqua minerale di Paternò; pure il dato certo (somministrato da una non interrotta esperienza di circa tre secoli) della utilità che ritrae la salute dell'uomo dall'uso della medesima, abbia reso celebre nella storia delle acque minerali questo prodotto della vulcanicità Etnea.

APPENDICE

Sui generi e specie di Diatomee che più comuni vivono nell'acqua minerale di Paternò.

Mentre era in corso di stampa questo lavoro, il sig. Prof. M. A. Grunow di Berndorf in Austria, uno dei più competenti diatomaloghi viventi, avendo ricevuto per mezzo del giovine botanico tedesco D.r Max Frank (da me nominato a pag. 214) un saggio delle diatomee che io trovai e raccolsi viventi nell'acqua minerale di Paternò; prese molto interesse a studiare le medesime ed ha avuto la gentilezza di trasmettermi, in tempo da poterla pubblicare in appendice, questa nota delle forme che ha trovato più comuni, le quali appartengono ai seguenti generi e specie. »

1. *Epithemia gibberuta* Kg. var (= E succincta. Bréb).
2. *Achnantes lanceolata*. Bréb (formæ minutæ et minutissimæ frequentissimæ).
3. *Amphora* (ovalis var.) *affinis*. Kg. (nec. W. Smith) cum formis sporangialibus.
4. *Stauroneis anceps*. Ehbg. var obtusiuscula. Grun. (forma curta, apicibus minus productis, obtusis, latiusculis).
5. *Gomphonema* (angustatum var) *micropus*. Kg.
6. *Navicula fasciata*. Largstedt (cum formis sporangialibus).

Piano Generale delle Ricerche sull' Acqua Minerale Acidula di Paternò e Indice delle materie

Pag.

CAP. I. — Prefazione . . . . . » 189
Introduzione riguardante la storia dell'acqua minerale di Paterno . . . . . » 192-204
CAP. II. — Cenni topografici e geologici sulle sorgenti acidule di Paterno . . . . . » 204-210

CAP. III — Analisi qualitativa

ART. I. — Ricerche fatte sull' acqua minerale allo stato naturale.

§ I. Proprietà Fisiche.
- Grado di trasparenza . . . . . » 212
- Alghe e diatomacee viventi . . . . . » 213
- Studio speciale sulla composizione del deposito ocraceo . . . . . » 215
- Colore — Odore — Sapore . . . . . » 217
- Peso specifico . . . . . » 218
- Temperatura . . . . . » 220
- Modo di comportarsi dell'acqua minerale lasciata a se a contatto dell'aria e in altre condizioni » 221

§ II. Proprietà Chimiche

A — della materia gassosa che scaturisce dal suolo insieme all'acqua minerale
- 1. *Carattere che mostra a contatto* dell' Acqua di Calce . . . . . » 225
- 2. » » » » dell' Idrato potassico . . . . . » ivi
- 3. » » » » di una Fiamma . . . . . » ivi
- 4. » » » » del Pirogallato potassico . . . . . » ivi
- 5. Analisi complete della materia gassosa fatte in varie epoche . . . . . » 226

B — dell'acqua minerale che sgorga insieme alle materie gassose
- 6. *Carattere che mostra a contatto* delle Carte reattive . . . . . » ivi
- 7. » » » » dell' Aria, (appena che è stata attinta) . . . . » 227
- 8. » » » » a contatto degli Acidi . . . . . » ivi
- 9. » » » » delle Carte imbevute di acetato di piombo . . . » 228
- 10. » » » » d'una soluzione di Calce o Barite o Cloruro Calcico ammoniacale ivi
- 11. » » » » dell' Infusione di noci di galla . . . . . » ivi
- 12. » » » » del Solfidrato ammonico . . . . . » 229
- 13. » » » » del Permanganato potassico . . . . . » ivi
- 14. » » » » del Cloruro d'oro . . . . . » ivi
- 15. » » » » del Prussiato rosso di potassa . . . . . » ivi
- 16. » » » » del Prussiato giallo di potassa . . . . . » ivi
- 17. » » » » della soluzione acquosa di Acido Tannico . . . » 230
- 18 » » » » del Cloruro di Bario . . . . . » ivi
- 19. » » » » dell' Alcole . . . . . » ivi
- 20. » » » » del Nitrato argentico . . . . . » ivi
- 21. » » » » dell' Ossalato ammonico . . . . . » ivi
- 22. » » » » del Fosfato sodico ammoniacale . . . . . » ivi
- 23. » » » » dell' Ammoniaca . . . . . » ivi
- 24. » » » » del Bicloruro di platino . . . . . » 231
- 25. » » » » della Fiamma spettrale . . . . . » ivi
- 26. » » » » della decozione alcolica di Campeggio . . . . » ivi

§ III. Ricerche speciali sopra la presenza dei nitrati e della materia organica
- 27. » » » » . . . . . » ivi
- 28. » » » » . . . . . » ivi

ART. II. — Ricerche chimiche qualitative fatte sull'acqua minerale sottoposta con l'azione del calore.

§ IV. Alla distillazione
- 29. Ricerca di sostanze volatili speciali . . . . . » 232
- 30. » dell' Ammoniaca. . . . . » ivi

§ V. Alla ebullizione
- 31. Analisi qualitativa di una materia gassosa che si sviluppa.
  - *a* ricerca dell' Anidride carbonica . . . . . » 233
  - *b* » dell' Ossigeno . . . . . » ivi
  - *c* » dell' Azoto . . . . . » ivi
- 32. Analisi qualitativa di una materia che spontaneamente precipita formando un deposito terroso insolubile.
  - *d* » dei Carbonati terrosi . . . . . » 235
  - *e* » dell' Anidride silicica . . . . . » ivi
  - *f* » dei Solfati terrosi . . . . . » ivi
  - *g* » dei Fosfati e Fluoruri terrosi . . . . . » ivi
  - *h* » dell' Allumino . . . . . » 236
  - *i* » del Ferro . . . . . » ivi
  - *k* » del Calcio . . . . . » 237
  - *l* » del Magnesio . . . . . » ivi
  - *m* » dello Stronzio . . . . . » ivi

§ VI. Alla evaporazione e concentrazione
- 33. Analisi qualitativa della materia che rimane allo stato di soluzione.
  - *n* » dei Carbonati alcalini. . . . . » 238
  - *o* » dell' Anidride silicica . . . . . » ivi
  - *p* » dei Solfati alcalini . . . . . » ivi
  - *q* » dei Cloruri . . . . . » ivi
  - *r* » del Calcio . . . . . » ivi
  - *s* » del Magnesio . . . . . » ivi
  - *t* » del Sodio . . . . . » 239
  - *u* » del Potassio. . . . . » ivi
  - *v* » della Materia organica . . . . . » ivi
  - *x* » del Jodio, Bromo, Litio, Nitrati . . . . . » ivi
  - *y* Studio cristallografico e chimico delle sostanze saline che cristallizzano con la lenta concentrazione dell' acqua minerale . . . . . » 239-246

Riassunto di tutte le ricerche qualitative . . . . . » 246

CAP. IV — Analisi quantitativa

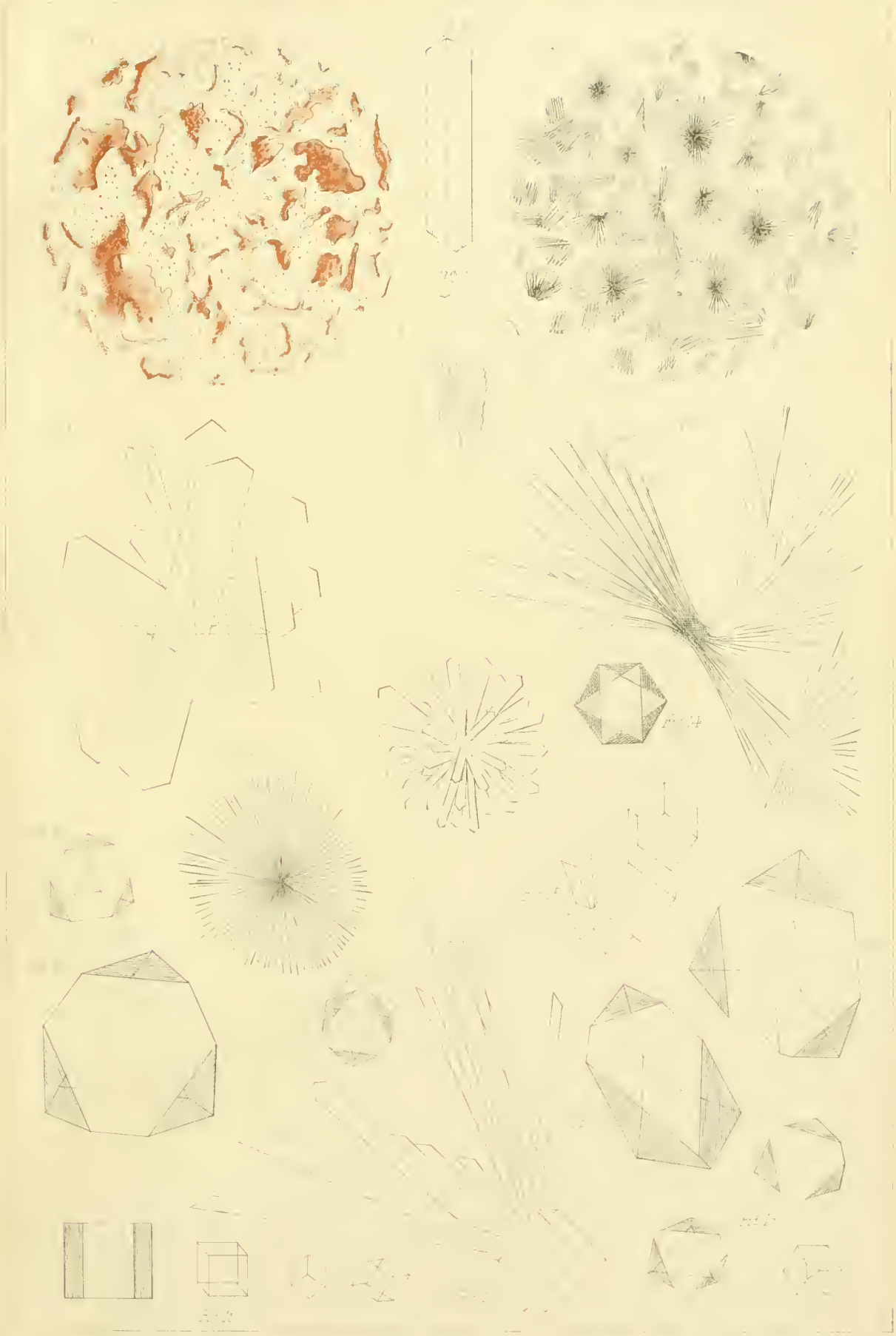
ART. III. — Ricerche chimiche quantitative fatte sull'acqua minerale.

§ VII. Determinazione quantitativa complessiva e speciale delle materie gassose sciolte o combinate instabilmente nell'acqua minerale.
- 33 bis. Determin.ne del volume e peso complessivo e speciale della materia gassosa (anidride carbonica, ossigeno, azoto) . . . . . » 249

§ VIII. Determinazione quantitativa complessiva e speciale delle materie fisse sciolte nell'acqua minerale.
- 34. » complessiva del residuo fisso che lascia l'acqua minerale evaporata » 250
- 35. » speciale dell' Anidride carbonica
  - I. totale . . . . . » 251
  - II. dei carbonati terrosi di Calcio, Magnesio e Stronzio . . . . . » 252
  - III. dei carbonati alcalini . . . . . » 253
- 36. » » del Cloro (dei Cloruri) . . . . . » 254
- 37. » » dell' anidride solforica (dei solfati). . . . . » ivi
- 38. » » » fosforica (dei fosfati). . . . . » ivi
- 39. » » » silicica (silice) . . . . . » 255
- 40. » » del Calcio
  - *a*) totale . . . . . » 256
  - *b*) dei sali terrosi (insolubili). . . . . » ivi
  - *c*) dei sali terroso-alcalini (solubili). . . . . » 257
- 41. » » del Magnesio
  - *a*) totale . . . . . » ivi
  - *b*) dei sali terrosi (insolubili). . . . . » 258
  - *c*) dei sali terroso-alcalini (solubili). . . . . » ivi
- 42. » » » Stronzio . . . . . » 259
- 43. » » » Allumino . . . . . » ivi
- 44. » » » Manganese . . . . . » ivi
- 45. » » » Ferro . . . . . »
- 46. » » » Sodio . . . . . » 264
- 47. » » » Potassio . . . . . » ivi
- 48. » » » Materia organica. . . . . » 265

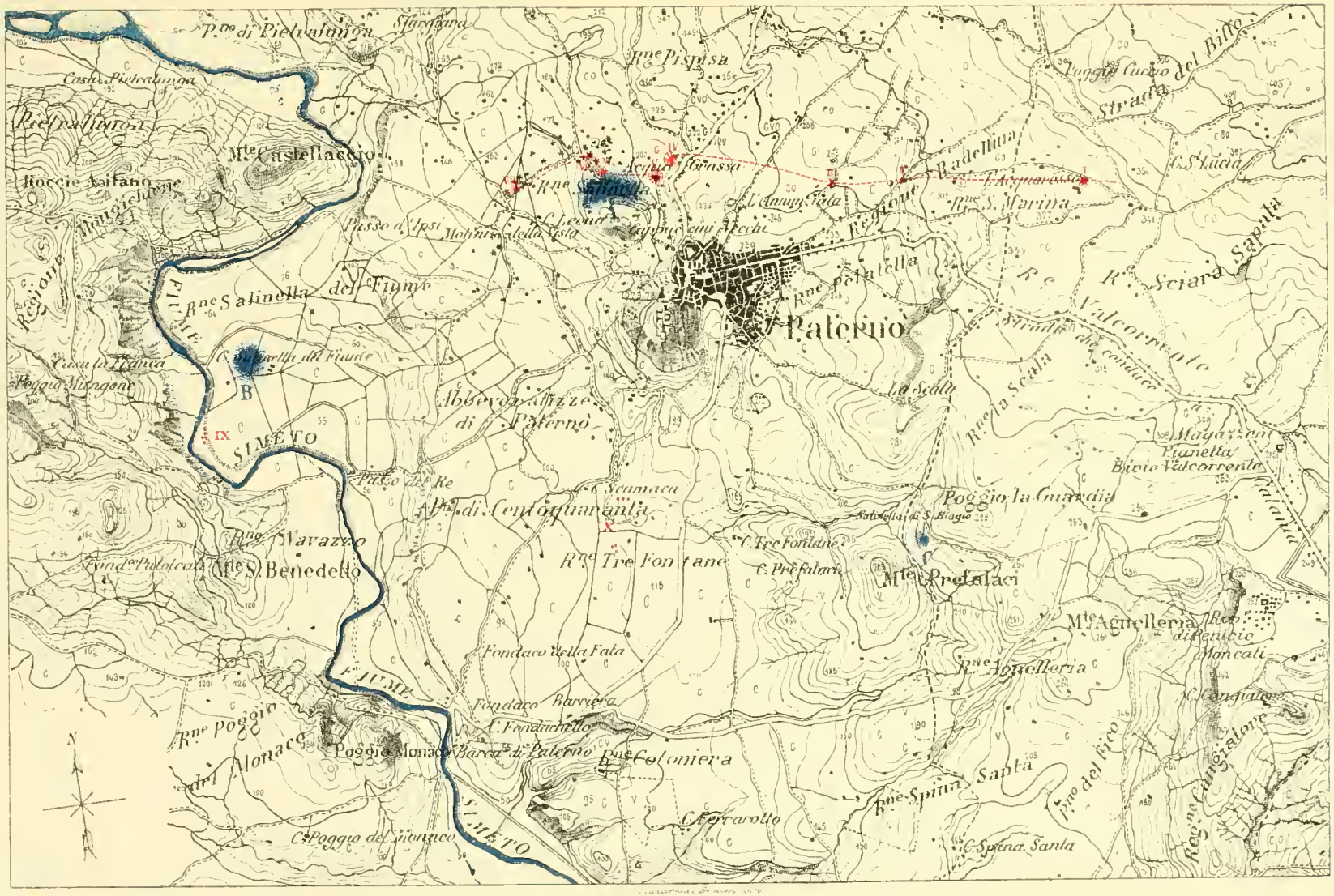
Riassunto di tutte le determinazioni quantitative e documenti analitici . . . . . » 266

CAP. V — Resultati definitivi dell'analisi chimica che stabiliscono la composizione dell'acqua minerale . . . . . » 267-269
— Considerazioni generali — Paragone tra l'Acqua Minerale Acidula di Paterno e quelle consimili italiane e straniere più conosciute — CONCLUSIONE » 270-276
Appendice. . . . . » 277



Tutti disegni dal vero con ingrandimento di 370 diametri

Lit. Richter e C. Napoli



Mecalube o vulcanetti di fango con sorgenti di acqua minerale salata dette *Salinelle*.

A. Salinella di Paternò.
B » del Fiume.
C. » di S. Biagio.

Topografia di Paternò e dintorni

alla base sud-ovest dell'Etna

(secondo la Carta dello Stato Maggiore italiano)

nella scala di 1 a 50.000.

*** Sorgenti dell'Acqua Minerale Acidula

I Sorgente detta l'*Acqua rossa*.
II » nella Chiusa del Signore
III » nel fondo Ferrara.
IV » nel giardino Tomaselli
V » del Fonte Maimonide
VI » del Molino Carrubo.
VII » » Iuncio.
VIII » del Fondo Gaudio.
IX Sgorghi ai Castigli
X » nel Cannet[illegible]

Riproduzione fotografica di un' acquarello (che si conserva nel Museo di Mineralogia e Geologia della R. Università di Catania) del secolo passato, rappresentante l'antico FONTE MAIMONIDE o sorgente dell'acqua Minerale Acidula (detta la Grassa) soggiacente al Monte di Paternò presso la base S.O. dell' Etna - A poca distanza dal Fonte si vedono anche i numerosi piccoli crateri della vicina Macaluba o Salsa (volgarmente Salinella) di Paternò.

ELOGIO BIOGRAFICO

DEL PROFESSORE

SALVATORE MARCHESE

SENATORE DEL REGNO

PER IL PROF.

GIUSEPPE ARDINI

DETTO NELLA SEDUTA STRAORDINARIA DELL' ACCADEMIA GIOENIA
IL 27 NOVEMBRE 1881.

Sol chi non lascia eredità d' affetti
Poca gioia ha dell' urna; .....

FOSCOLO — *De' Sepolcri.*

ILLUSTRI ACCADEMICI,

NELLA miseria del presente altro conforto non ci rimane, che ricordare le glorie del passato.

Volgendo attorno lo sguardo per il tetro campo falciato dall' inesorabile mano della morte, non è raro il mirare quà e là non del tutto appassito qualche fiorellino solitario, che le ali del tempo non han potuto tuttavia trasportare nella notte del nulla; ed esso c' addimostra, che non tutto perisce quaggiù, ma che qualche cosa sovente rimane alla fatale dipartita di quei valentuomini, il cui nome va legato ad opere utili e virtuose, ed han lasciato larga eredità di affetti.

Ah sì!... tutto dì c' è dato assistere ad una spaventevole ecatombe di esseri umani, che appariscono appena nella fatua scena della vita, e bentosto si dileguano, senza brillare nè per virtù singolari, nè per altre manifestazioni della loro intelligente attività. Tutto dì c' è dato, insomma, contemplare il desolante spettacolo, che moltissimi de' tanti morti son già assolutamente morti, e che moltissimi dei tanti superstiti silenziosamente, tranquillamente vanno man

mano anch' essi spegnendosi, senza che il mondo sappia altro del fatto loro, che son morti dopo essere stati vivi.

Qualcuno però lascia talvolta dietro a sè tanto splendore d'opere e di virtù, da rimanere profondamente scolpito nell' eterne pagine della storia, ed apparisce come fonte di propositi generosi, come modello di elevate aspirazioni, come impulso ad opere utili e grandi.

Tra questi s'annovera, senza dubbio, l'uomo illustre, di cui oggi quì raccolti deploriamo l'immatura perdita.—Egli era una di quelle benefiche creature, che meritar dovea rimanere quaggiù per molto tempo ancora, perchè sembrava non aver compiuto appieno il suo terreno pellegrinaggio ; perchè sembrava essere stato dalla Provvidenza fra noi mandato, per servire di luminoso esempio a' pigri e neghittosi, che passano sulla terra senza nulla lasciar di loro che li ricordi a' posteri; perchè, a dir breve. sembrava esser nato a compiere opere utili e grandi, e quelle da lui già intraprese, avevano tuttavia bisogno della sua indomita attività per potere riuscire complete e grandi, quali nell' ispirazione del suo pensiero aveale concepite.

Esse però, quali sono, portano pur sempre impresso il suo nome illustre, e basteranno certamente a farlo sopravvivere nell' affetto de' suoi concittadini, nella gratitudine della sua patria, negli annali della storia.

Ed egli è ormai divenuto per noi un'eminente individualità storica, tanto dal lato del pensiero, quanto, più d'ogni altro, dal lato del carattere. Epperò, rammemorando oggi le sue virtù, noi ci sentiamo trasportati in un più spirabil aere; noi ci troviamo spinti in una sfera più pura e più elevata; e ci vediamo dinanzi una di quelle nobili figure, nelle quali Dio ben di raro stampa di sè tanta vasta orma, quasi per appalesare a' mortali l' immensità della sua grandezza.

Il suo nome compendia una lunga serie di continue

benemerenze verso la scienza, verso la civil società, verso la patria: esso è già gloria nazionale. Il suo carattere fu uno di quelli che segnalansi per grandi, perchè portano seco costantemente l'impronta d'innata nobiltà e d'antica grandezza; caratteri che pur troppo sventuratamente vanno via via scomparendo, lasciandoci soltanto in fondo al cuore la lusinghiera speranza di vederli presto o tardi riapparire nella scena del mondo. La sua vita intera fu quella del vero filosofo, e poteva ben compendiarsi nel noto apotegma: *fecit quod dixit, sicut docuit, quoque vixit.* Il filosofo e l'uomo, l'essere e il parere, il pensare e l'agire si compivano e s'integravano simultaneamente in lui; e questa singolar armonia in tutta la sua carriera scientifica, politica e civile rendeva al suo valor morale, alla sua persona, al suo carattere le maschie sembianze della figura storica.

A ricordo, frattanto, di tant'uomo insigne, pur trepidanti per la dappocaggine nostra, imprendiamo oggi a narrarne brevemente la vita, le opere, le virtù; e questa qualsiasi disadorna commemorazione valga pure come un sincero attestato della nostra gratitudine e del nostro cordoglio.

I.

Salvatore Marchese, da Antonino e Maria Scuderi, nacque in Misterbianco il giorno 5 Gennaio del 1811; ma crebbe, fu educato e visse sempre in Catania, sua prediletta patria d'elezione.

Egli sortì dalla natura ingegno pronto e svegliato, indole docile e vivace, squisito e delicato sentire, anima nobile e generosa, e dotato di queste peregrine qualità, baldo e spigliato s'avvia per l'aspro sentiero della vita sociale.

Percorrendo di buon'ora gli studî letterarî, ei si distinse sopratutto fra i suoi condiscepoli per la sua fantasia ardente

e slanciata, e per il suo fervido amore per le opere de' nostri sommi poeti, le quali bastarono ad accendere nell' animo suo l'innata inclinazione per quell'arte divinamente ispirata ed ispiratrice, che resero sovranamente sublime Omero e Virgilio, Dante e Leopardi, Goethe e Byron.

Ed egli divenne poeta non spregevole e non volgare; e giovanetto ancora scrisse molte poesie di vario genere, alcune delle quali furono nel 1830 publicate per le stampe, e meritarono l' ammirazione de' dotti.

Spingendosi poscia a studii sempre più severi, amò approfondirsi nella Filosofia razionale, per la quale sentiva anche una speciale predilezione. Frequentò a tal uopo nel nostro Ateneo la cattedra resa celebre da quel cieco portentoso—Vincenzo Tedeschi—che dal Gioberti meritò d' esser annoverato tra i grandi italiani del secolo, e in un pubblico estemporaneo concorso, ch' ebbe luogo nel Giugno del 1828, venne premiato con medaglia d' oro.

Dedicatosi, infine, allo studio della giurisprudenza, si distinse del pari tra i molti allievi dell'Università catanese, in cui, pur giovanissimo, fu nel 1833 insignito della laurea dottorale in quest' importante ramo dell' umano sapere.

Ma egli non si tenne lungamente pago di tal modesto titolo già a molti comune, e con intenso ardore aspirava ad acquistarne altro più distinto, più dignitoso, più eminente, indossando la nobile toga del cattedratico, di cui trovavansi pur degnamente decorati taluni de' suoi illustri parenti. — E non tardò molto a conseguire l' intento.

Dietro brillantissimo esame nel 1836 gli venne dapprima conferita la carica di Professore Sostituto alla cattedra di Economia politica nella nostra R. Università, che con tanto plauso reggeva allora il Prof. Cav. Salvatore Scuderi, suo insigne maestro e zio materno, e dopo la morte di costui, avvenuta nel 1841, ei fra molti si presentò primo al publico concorso per esserne il titolare ordinario.

Il tema che a tal uopo, secondo i regolamenti allora vigenti, gli toccò a sorte dover estemporaneamente svolgere, si fu: *se i privilegi producono utile o danno all'industria*, argomento, che se in quel tempo, come ora e sempre, veniva riguardato di piena attualità, non era però tale da contentare le brame d'un candidato, che in quella speciale occasione ambiva far mostra del suo esteso sapere dinanzi all'impaziente aspettativa d'un publico intelligente, diviso pur troppo da opposte simpatie, ed avido d'indagarne il prospero o l'avverso risultamento. Egli non pertanto scrisse quanto seppe e potè meglio nel ristretto spazio di tempo assegnatogli (ore 10); e seguace della celebre scuola dello Smith, rifuggendo dal sistema protettore, con ordine e dottrina ammirabili si fe', in una prima parte, a svolgere il solenne principio della libera concorrenza, e, in una seconda, a dimostrare ingiusto e dannoso il privilegio in tutti gli atti economici dell'umana attività, tranne il caso di suprema ed urgente utilità publica, o per altri interessi assai più cari alla società dello stesso principio economico.

Il complesso di queste sue teoriche liberiste, e, direi anche, per quel tempo innovatrici, non incontrò l'approvazione della maggioranza della Commissione esaminatrice, ed il concorso fu quindi giudicato in favore d'un suo valoroso competitore ed emulo, il quale, conoscendo meglio di lui l'andazzo de' tempi, sostenne principii opposti e protezionisti, che meglio potevano riuscir graditi agl'intendimenti del Governo, che reggeva allora l'Isola nostra.

Però, se ottenne contrario il voto della Commissione, s'ebbe egli invece il vanto di avere per sè favorevole il suffragio unanime d'una eletta plejade de' più rinomati economisti contemporanei, i quali, simili a gagliardi atleti, scesero in campo chiuso per difendere con la maggiore vigoria le solenni teoriche da lui in quell'estemporanea dissertazione egregiamente sostenute. E chi non ebbe allora

la fortuna di leggere e pur d'ammirare gli splendidi lavori a quel proposito publicati dal Ferrara, dallo Scialoja, dal Mancini, dall' E. Amari, dal De Agostinis, dal Busacca, dal Salafia, dal Molk, di Tubinga, e da molti altri, che tanto clamore levarono nel campo della scienza, e giovarono in pari tempo ad accrescere la fama non ancor ben salda del nostro elogiato?

In quell' anno istesso, frattanto, vacata nel nostro Atenèo la cattedra di Diritto di natura ed Etica, che reggeva l'esimio Prof. Giuseppe Gambino già mançato a' viventi, il Governo di quell' epoca, che, sebbene informato al più ferreo dispotismo, non mancava sovente di giustizia, potè ben tosto riparare a' fortunosi eventi di questo concorso, conferendo al Marchese, a merito e senz' altro esame, l' importante insegnamento di questa scienza, alla quale egli avea pur consacrato le sue dotte veglie e le sue indefesse elucubrazioni.

Dovrei or qui esporre quali furono le principali riforme da lui apportate in tale insegnamento, e quali i principii fondamentali dal medesimo professati e diffusi dall' alto della cattedra. Ma, profano a questo ramo di scienza, mi reputo del tutto incompetente a ben condurre siffatto esame. Esso sarà certamente intrapreso da altra penna meglio temprata della mia, la quale, senza dubbio, farà rifulgere in tutta la sua pienezza questa nobilissima parte del nostro elogiato.

A me basta solo rammentare, ch' egli riunendo in bella armonia tutte le razionali dottrine del Diritto filosofico con quelle dell' Etica e dell' Economia politica, o, a dir meglio, esponendo in ben ordinata serie tutti i solenni principii del giusto, dell' utile e dell' onesto, seppé riuscire, quasi primo fra i suoi contemporanei, a gettar le più solide basi della nuova Sociologia, precorrendo così i progressi della scienza odierna e i bisogni dell' epoca nostra.

A me basta soltanto rammentare, che alla scuola vincolista ed autoritaria, pria trionfante, fe' egli succedere quella liberista, non da tutti ancora accetta, e ch'era anzi allora dal potere perseguitata. A me basta solo rammentare, che alle antiquate teoriche del Wolfio e del Burlemache, prepose quelle moderne e più vere dello Smith, del Bentham e del Romagnosi; — che alla nozione del diritto incarnata nella forza ed espressione della medesima forza, egli sostituì quella del diritto rappresentato dalla legge, incarnato nell'umana coscienza ed espressione vera dell'umana ragione; — alla sovranità rappresentata dal dispotismo dei Cesari e pe' Cesari, quella costituita dagli eletti del popolo e pel popolo; — alle teoriche del privilegio prepose quelle della libertà, dell'uguaglianza e della giustizia uguale per tutti; — al protezionismo, il libero scambio, e il gran principio *del lasciar fare e del lasciar passare.* Insomma, a me basta soltanto ricordare, che i principii da lui propugnati, furono sempre principii d'ordine e di morale, che non degenerano nell'anarchia e nella corruzione sociale; di libertà vera, che non conduce all'usurpazione de' diritti altrui; di progresso civile e ben ordinato, che non mena alla barbarie del *comunismo* o del *nichilismo*; di giustizia retta e cieca, che, rifuggendo da ogni debolezza codarda, sprezza ogni vile favoritismo; di umanitarismo puro e caldo, che mira soltanto al bene dell'umanità intera, senza pure dimenticar mai precipuamente l'uomo individuo collocato in civil società.

Questi principii però, com'è facile comprendere, non dovevano incontrare il pieno gradimento di quel fatale Governo, che reggeva allora l'infelice Regno delle due Sicilie; e fu per ciò ch'egli più tardi divenne vittima delle più fiere persecuzioni politiche.

Quasi contemporaneamente alla cattedra (essendo allora ancor diviso il campo del contenzioso amministrativo

da quello giudiziario), il Marchese, che salito era in fama di egregio giurisperito, fu chiamato pure ad occupare il posto di Consigliere nell' Intendenza della Provincia di Catania, e quì ebbe il destro di far mostra delle sue estese conoscenze nel diritto amministrativo , e di partecipare agli stupendi lavori che in quel tempo venivano intrapresi, per sistemare le tanto celebri contestazioni su i *diritti promiscui.*

Ma la carriera di lui , che dapprima sembrava favorita dalla fortuna, era destinata a subìre la prova delle più avverse vicende.

Seguiamolo, dunque, per questa nuova, dolorosa via.

II.

Correva il 1845. I nuovi tempi ormai a gran passi s' appressavano. La tempesta di quella famosa rivoluzione, che servir doveva di primo solenne avvertimento a' despoti della terra e preludiare quella più matura de' tempi nostri, già da lontano faceva sentire i suoi forti, minacciosi boati. I più fervidi patriotti si facevano arditi a chiedere a' Governi di quel tempo delle riforme politiche, alle quali essi quasi sempre rispondevano col largheggiare invece i sanguinosi favori dell' esilio, dell' ergastolo, del capestro a' più generosi di loro.

I Congressi scientifici, che riuniti nelle più culte città d' Italia, insieme allo scopo palese di promuovere e diffondere il progresso nelle scienze, s'avevano poi la mira secreta di maturare e diffondere le idee riformatrici d' ogni libertà civile e politica, discutevano occultamente intorno al modo ed all' opportunità di chiedere ed attuare tali riforme. In essi, come in altri clandestini convegni e nella stampa ancora, già s' agitava la suprema quistione intorno al miglior modo di costituire ed ordinare l' Italia nostra. La grande idea dell' unità nazionale , quantunque strenuamente pro-

pugnata da gagliardissimi campioni (il Mazzini, il Guerrazzi, il Saffi ed altri), non era ancor da tutti accettata. Prevaleva invece quella del Balbo e del Gioberti, i quali energicamente propugnavano il concetto d' una federazione fra i varii Stati Italiani con la presidenza affidata al Sommo Pontefice.

Da taluni non si vedeva ancora in Italia, e sopratutto poi in Sicilia, quel grado di maturità politica, alla quale deve pervenire un popolo per reggersi a governo libero. Si scorgevano tuttavia qua e là molti indizii di barbarie, e molte manifestazioni di discordie, di gare e di lotte intestine; ed all' uopo si ricordavano i disgraziati eventi del 1821 e del 1837.

Volgeva ancora il tempo, in cui con il più accanito contrasto si disputava se il Governo libero potesse efficacemente attecchire nella penisola nostra, e principalmente nelle provincie meridionali ed insulari della stessa, chè men civili delle altre riputavansi. S' opinava da taluni esser codesta una pianta, che alligna soltanto e mette profonde radici nel settentrione d' Europa, e singolarmente nelle felici contrade d' Albione. Ivi, affermavasi, tra le tetre nebbie sorge robusta, sfida il vento che la piega, i fulmini che la percuotono, e, crescendo gigante, cuopre del suo benefico rezzo il paese fortunato che l'alimenta. Ma nel mezzodì d'essa, troppe circostanze storiche, naturali, morali ne contrastano lo svolgimento: e già più volte, benchè trapiantata nelle migliori condizioni, s' è veduta sradicata dalla bufera della reazione, o, miseramente intisichita, morire per inanizione.

Però, l'Italia, altri soggiungevano, ha qualche condizione ch' è mancata ad altri paesi meridionali di questa vecchia contrada del mondo. Ha una storia tutta glorie e sventure, tutta dolori e vergogne: ha una storia di discordie cittadine e di generosi ardimenti, di colpe e di mar-

tirii, la quale giovar deve come il più severo ed efficace degl' insegnamenti alle disunite nazioni. E se essa alleva nel suo grembo come serpenti velenosi delle Dinastie sleali, deboli, crudeli, anteitaliane, che, per poter governare col dispotismo e colla tirannia, amano meglio vivere schiave dello straniero, perchè straniere anch' esse; ha però una Dinastia leale, forte, gloriosa, italiana da secoli, da secoli moralmente legata a' dolori ed alle speranze della gran patria. Nessuna nazione al mondo ha una storia più gloriosa della sua: e gl' italiani non potranno mai vivere in mezzo all' Europa civile senza la loro indipendenza, senza la loro unità nazionale; e, se insieme a queste, cercano pure la grandezza e la gloria, essi le cercano come antico loro retaggio, come elemento e condizione inseparabili del loro nome e del loro destino.

In mezzo al sordo cinguettare di tali accademiche disquisizioni, ecco già il grido formidabile della rivoluzione del 1848 levarsi improvviso ad annunziare a' despoti della terra l' estrema ora del loro aborrito dominio; e pria la classica terra de' Vespri, e poscia l' Italia intera, si videro insorgere come un sol uomo per rivendicare i loro antichi diritti e le loro conculcate libertà.

In questa prima fase del nostro glorioso risorgimento nazionale, che puossi ormai chiamare epoca di primo esperimento e di grande scuola politica, s' ebbe la fortuna di trovare in Sicilia una numerosa schiera di valentuomini, pronti del pari a' più grandi ardimenti, come a' sacrifizii più generosi, e ne' quali al giusto sentimento della libertà, s' accoppiava la coscienza esatta delle peculiari necessità del paese.

Tra questi non ultimo, senza dubbio, s' annoverava il Marchese. Ma molti degl' inesperti giovani patriotti di quel tempo commisero il gravissimo fallo di voler piuttosto ravvisare in lui il passato Consigliere d' Intendenza, e non

già lo scienziato ed il dotto professore di Diritto filosofico, che con la sua faconda parola e le sue stupende lezioni sulla cattedra avea popolarizzato quelle idee di libertà e di progresso, che resero poi possibili i fatti che li rappresentavano nella rivoluzione; onde avvenne, che mirandolo di mal' occhio, lo tennero lontano dagli Officii pubblici — Poverini!.... Che Dio anche li perdoni!.... Essi eran degni di scusa; poichè, inesperti ancora, ignoravano che le rivoluzioni, al par di tutti i grandi concepimenti intellettuali, pria di manifestarsi nel cervello delle masse e di apparire nelle piazze, si maturano nel gran cervello de' dotti, e si mostrano nell'aule solenni della scuola.

Non è a dire però quanto quest' ingiusto apprezzamento de' suoi concittadini amareggiasse l'animo suo, che dotato era di squisito e delicato sentire: ma non per questo venne egli mai meno a' suoi doveri di cittadino liberale ed a' suoi sentimenti di vero patriotta; ed insieme agli esimî letterati ed economisti egregî Mario Rizzari, Luigi Scuderi, Giacomo Sacchero, Vincenzo Cordaro, ed altri valorosi, s' accinse a fondare il bel giornale quotidiano, *L' Unione Italiana*, nel quale, fra molti altri argomenti di occasione, si fece a proclamare tutti que' solenni principî di progresso economico, di libertà civili e politiche, e d'indipendenza nazionale, che pria coll' unione federativa (idea di Gioberti e di Balbo), dovea poi più tardi condurre alla unità e all' indipendenza d' Italia (idea di Mazzini). I suoi scritti politici, publicati in questo diario, portano tutti la impronta d' un gran senso pratico, d' una mente acuta e sagace, d' un caldo patriottismo, ed insieme ci rivelano in lui uno de' più dotti publicisti di quell'epoca.

Ma quella gloriosa rivoluzione, come a tutti è ben noto, dopo d' aver dato un' ecatombe di forti alle titaniche battaglie della libertà, dopo d' aver consacrato alla storia i più grandi esempî di eroismo e di abnegazione d' ogni

sorta, sia per inesperienza d'uomini, sia per reità di eventi, o d'avversa fortuna, fu ben tosto strozzata nel sangue; e noi fummo spettatori di tutti gli orrori della funesta restaurazione di quel crudelissimo Governo, ch'era la vera negazione d'ogni civiltà, e che, con frase ormai divenuta famosa, fu anche proclamato *la vera negazione di Dio!*

Molte furono le vittime che con l'estremo supplizio, coll'ergastolo o coll'esilio dovettero scontare il fio del loro generoso ardimento: molte altre ebbero a soffrire le più feroci persecuzioni politiche, iscrivendosi nel libro nero di quell' infernale polizia, che ovunque e sempre scorgeva sospetti e cospiratori; ed altre molte ancora dovettero pur subire la remozione di tutte le cariche publiche, da loro pria occupate, per servire di premio a' traditori, alle spie, ed a' nuovi seguaci.

Tra le vittime di quest' ultima serie venne compreso il Marchese, anzi possiam dire d'essere una delle più fieramente odiate e punite. Quel ferreo Governo non poteva alcerto ignorare la sua carriera scientifica e tutto il suo passato, informati a principii liberali e progressisti; non poteva alcerto obliare la parte da lui presa durante la rivoluzione, sebbene anche allora non bene accetto, se non del tutto perseguitato; non poteva anco sconoscere, che dagli uomini serii, più che dagli arruffoni, il popolo attinge sempre forza ed esempio; e quindi, dapprima non lo richiama nella carica di Consigliere d'Intendenza, come avea già praticato per tutti gli altri funzionarii, e poscia, prendendo occasione d'una falsa denunzia, nel 1852 lo rimuove dalla cattedra, ch' egli aveasi acquistato co' suoi lunghi studii e co' suoi meriti eminenti.

Quì, a dir vero, fa d'uopo convenire, che quel Governo agiva conseguentemente all' indirizzo che avea adottato, e procedeva franco allo scopo che voleva ottenere: poichè, mirando esso a spegnere sopratutto e dovunque ogni foco-

lare ove ardevano idee di patria e di libertà, annientar ancor dovea la scuola del Marchese, la quale era alcerto in quel tempo un gran vivajo, ove si coltivavano i semi più fecondi di patriottismo, di libertà e d' ogni progresso economico, civile e politico.

Però, la destituzione dalla cattedra, come da tutte le altre cariche publiche che fin' allora occupava, fu per lui un vero trionfo, e gli valse la gloria d' essere annoverato fra i martiri del dispotismo. Fu questa, anzi, una fortunata occasione per poterci viemeglio rivelare un'altra parte della incrollabile fermezza del suo carattere, addimostrandoci di essere altiero del suo orgoglio morale, com' era fieramente geloso della sua personale dignità. Il suo labbro, infatti, non si schiuse mai nè ad un lamento codardo, nè ad una umile preghiera per riottenerle: e sebbene vi fosse chi tra gli agenti del Governo istesso ve lo spingesse, adoperando all' uopo ogni lusinga ed ogn' artificio, egli nondimeno non piegossi mai, e sdegnò sempre ogn' atto che poteva per poco umiliarlo in faccia a sè stesso, in faccia al potere trionfante, in faccia, sopratutto, al gran tribunale della publica opinione, che già ne spiava tutte le mosse. Per questo nobile contegno egli sin da quell' istante divenne più stimato, più riverito, più apprezzato dal publico intelligente, e la sua fama si rese più grande, più salda, più chiara fra i suoi concittadini, non solo, ma altresì si rese grandissima ed illustre nell' Isola intera.

E per dir tutto chiaramente, possiam anco affermare, che giovò ben pure come una spinta vigorosa per fare viemeglio emergere un altro lato della sua distinta figura, rimasto fin' allora non ben lumeggiato e, direi quasi, nella ombra, dimostrando le sue eminenti qualità di provetto giureconsulto. Da quell' epoca, infatti, egli ebbe campo di grandeggiare nel Foro, ed il suo nome potè rifulgere di vivissima luce fra i tanti che in quel tempo fra noi si di-

stinguevano in questa nobile palestra dell' umana attività.

Ed eccolo già nelle grandi aule de' nostri Collegi giudiziarii—Non vedete lì quanta gente si spinge, s' urta, si affolla intorno alla sua svelta persona, ansiosa di ascoltare le sue tanto attese discussioni? — Non vedete come i più distinti fra i suoi colleghi s'arrestano attenti, per ammirare ed applaudire le sue splendide arringhe, che ormai son rimaste celebri negli annali del nostro Foro? — Non vedete come anche gli austeri magistrati di que' tempi prendono vaghezza e non possono non esternare il loro più vivo compiacimento nell' apprendere dal suo facondo labbro lucidamente esposte le più astruse dottrine dell' antica e della moderna sapienza? Essi, al pari de' suoi colleghi del foro, si compiacevano d' ammirare in lui, non il solo avvocato, che con voce rimbombante e con ogn' artificio retorico mira a difendere gl' interessi, qualunque si fossero, del proprio cliente; ma il dotto maestro, l' erudito professore, che con chiarezza, con calma e con ordine ammirabile sa svolgere le più difficili teoriche della scienza del diritto; si compiacevano, a dir breve, d'ascoltare nella sua, la parola pacata, solenne, pensosa del giureconsulto sapiente.

Leggete ora le tanto famose sue *Memorie legali*, che in buon numero diede in quell' epoca alla luce.—In esse, cogliendo il destro della causa che imprendeva a difendere, trovava egli l'opportunità di svolgere, direi quasi, un intero trattato intorno a quell' argomento giuridico, e di fare la più completa esposizione de' principii razionali di diritto publico e privato, che governano molte interessanti parti delle leggi positive. Esse, osiamo ben affermarlo, non sono le solite memorie legali, che tutto dì vengon fuori dall' ufficio di tant' altri avvocati; ma sono delle opere assai pregevoli, sono delle produzioni scientifiche oltremodo preziose, che meritano occupare, come già occupano, un posto ben distinto nelle

publiche e nelle private biblioteche. Esse stanno lì a servire di modello per tutti coloro che son chiamati a fare simili lavori, e rimarranno alcerto come tesoro inestimabile di dottrina e di scienza giuridica per le future generazioni.

Fin qui, frattanto, del Marchese come scienziato e giureconsulto: guardiamolo ora sotto un altro punto di vista, ch' è il più splendido della sua vita publica — guardiamolo come uomo politico e come publico amministratore.

III.

Ed eccoci nel 1860; in quell' anno memorabile, in cui, dopo la più eroica riscossa di popolo, per la saviezza della politica e per l' efficacia delle armi del magnanimo Piemonte, i sette piccoli Stati italiani sparirono dal novero degli Stati europei per concorrere a formare un nuovo grande Stato — l' Italia. Il governo provvisorio, che nell' Isola nostra — già gloriosa iniziatrice dell' italico risorgimento — surse allora dalla trionfante rivoluzione, prese tosto cura di riparare tutte le gravi ingiustizie e le feroci persecuzioni sofferte da' più caldi patriotti, e tra gli altri non dimenticò un momento il compianto nostro Marchese, il quale venne non solo richiamato alla sua prediletta cattedra di Diritto filosofico, ma s' ebbe in pari tempo la nomina di Giudice Consigliere nella nostra Gran Corte Civile.

In questo posto eminente, sino a quanto non si rese incompatibile, esercitò il suo officio con quell' altezza di mente e quell' intemerata fermezza di propositi, che manifestò sempre in tutte le sue svariate cariche publiche, mantenendo illibata ed integra la splendida tradizione di dottrina e di giustizia tramandata da altri illustri magistrati. Egli era intimamente convinto, che in nessun paese, più che in quelli retti a libero reggimento, è necessario

avere ne' tribunali una magistratura integra, fiera, colta, non partigiana; che sia compresa dall' alto valore della propria funzione sociale; che risplenda sopratutto per uomini probi e di specchiata onestà; per uomini d'uno spirito retto, d' un intelletto sano, d' un carattere fermo ed imparziale, i quali, del tutto indipendenti sempre, fossero animati soltanto dal sentimento della giustizia—e ne fu il più chiaro esempio!

Nè quì s' arrestò la sua carriera — Era egli destinato a sollevarsi nelle più alte sfere sociali: e chiamato ad accupare l' un dopo l' altro i gradi più elevati nella gerarchia dello Stato, potè così manifestare tutti i meriti che singolarmente lo distinguevano.

Per effetto d' ambizioni non pienamente soddisfatte, o per opera di gelosie e di forti gare politiche, avvenuta nel Gennaio del 1861 la prima crisi nel Governo della Luogotenenza Generale in Sicilia, fu il Marchese, sotto la presidenza del Torrearsa, chiamato a sedere ne' supremi consigli del medesimo al Dicastero dell' Istruzione pubblica, ove, sebbene per breve tempo, ebbe campo di far conoscere le forti qualità del suo ingegno elevato, iniziando la èra della vera libertà in questa suprema rigeneratrice dell' umano consorzio.

Introdotto poscia nell' Isola nostra il novello ordinamento giudiziario, vigente allora nelle altre provincie continentali, venne egli promosso alla carica di Consigliere della Corte di Cassazione residente in Palermo; ma non credè opportuno accettare questo grado sì elevato nel tempio di Temi, per rimanere semplice levita in quello a lui più sacro di Minerva, stimandolo assai più importante per la sua alta missione sommamente educatrice, cotanto necessaria alla coltura intellettuale e morale della nazione già risorta ed unificata.

Questa sua risoluzione fu, a dir vero, di grande fortuna per i destini dell' Università nostra, la quale, per le

mutate contingenze de' tempi e per il novello indirizzo dato all' istruzione scientifica, aveva ormai sommo bisogno di tutta la potente gagliardia di chi con ogni cura intelligente ne sapesse rialzare le condizioni materiali e morali, e reintegrare la sua storica tradizione e la sua antica fama.

Ma pria che fosse chiamato a compiere questo grave officio, la patria sua volle affidargliene altro più insigne e non meno importante, che avea pur sollevato l'ambizione di molti. Essa lo volle compreso tra il novero de' legislatori al primo Parlamento italiano, e a gran maggioranza di voti lo elesse Deputato del suo II° Collegio.

Non fa mestieri che io qui mi faccia estesamente a ricordare quali furono allora i principii politici ch' egli ebbe il vanto di sostenere in questo supremo Consesso nazionale. Solo dirò: ch' essi gli vennero additati e dalle condizioni de' tempi e dalle aspirazioni del maggior numero de' suoi elettori; ma più d' ogni altro gli vennero poi indicati dalle sue profonde convinzioni personali, dalla sua esperienza, ammaestrata da ben solida coltura intellettuale, e da gagliardi e forti esempî. Prese quindi posto a quel lato della Camera, in cui, giganti fra tant' altri grandi campioni, rifulsero di sfolgorante luce il Gioberti, il D' Azeglio, il Cavour, il Lamarmora, il Ricasoli, il Fanti, il Farini, e fu seguace di quella sapiente politica, prudente ed audace ad un tempo, che di sette piccoli Stati seppe comporre una grande Patria unita e forte; che, attraverso mille ostacoli, da Novara ci condusse a Roma; ed in questa storica sede delle più antiche glorie, in questa formidabile cittadella chiusa in un passato ormai troppo vecchio, proclamando decaduto il potere temporale de' papi, tanto conteso e pur cotanto agognato, fe' penetrare la luce del mondo moderno, ed insieme alla libertà della Chiesa, fe' pur trionfare quella dello Stato. Non fa mestieri che io qui ricordi ancora, che in mezzo al continuo agitarsi delle

più vitali quistioni della politica generale, egli non tralasciò mai di tutelare e difendere strenuamente i diritti e gl'interessi del suo Collegio, come ne fanno piena testimonianza gli Atti solenni di quel tempo del Parlamento italiano.

Ma, mentre l' uomo ha saputo soggiogare quasi tutta la natura a' suoi prepotenti voleri, non ha potuto, nè potrà forse mai vincere completamente tutte quelle innate debolezze ed imperfezioni del suo organismo fisico, che lo affligono ed incessantemente l' amareggiano; ond' è, che malgrado tutti gl'immensi progressi fatti dalla scienza, che per maggior dileggio chiamasi anco trionfatrice de' morbi, egli è sovente costretto a trascinare una vita pur troppo grama e travagliata da cento malori.

Il Marchese, che ricevuto aveva dalla natura una ben salda fortezza di mente, non aveva del pari da essa ricevuto una molto gagliarda costituzione fisica; sicchè veniva sovente tormentato da pertinaci sofferenze, che più fiate ne minacciarono la fragile esistenza. Fu quest' unica ragione, e non già mancata fiducia de' suoi elettori, o altra causa ignota, che non gli consentì di poter lungamente rimanere in questo maggior Consesso nazionale, com' era suo vivo desiderio e pur quello de' suoi più influenti elettori; e nel 1863 fu quindi suo malgrado costretto a dimettersi da tal nobilissimo officio, che ben a ragione è riputato il più importante come il più elevato nel congegno dello Stato, ma che sventuratamente è spesso ambito e financo ottenuto dai meno idonei, da' ciarlatani della politica, o dagli intriganti ed arruffoni. Il Governo, però, non volendo affatto privarsi de' suoi saggi consigli nè della sua alta intelligenza, gli conferì, non molto tempo dopo, insieme all'insegne d'Uffiziale dell'Ordine de' SS. Maurizio e Lazzaro e di Commendatore della Corona d'Italia, un seggio nella Camera vitalizia, in cui, per la stessa ragione di sua malferma salute, non gli venne nemmeno consentito di poter mai intervenire.

Questo suo debole stato fisico fu non pertanto di grandissima utilità alla città nostra; poichè in tal guisa ebbe egli tutto l' agio di potersi interamente dedicare al rinnovamento materiale e morale di non poche opere d' interesse locale, e prestare tutta la sua infaticabile attività in molteplici officî di supremo interesse patrio.

Ah sì; sembrava, a dir vero, che la natura provvidenziale, inchiodandolo forzatamente al suo suolo nativo, lo avesse particolarmente destinato a compiervi molte delle tante opere utili, di cui tuttavia mancava. Ed egli non venne mai meno a questa sua missione, e seppe corrispondere nobilmente a' desiderii, alle aspirazioni, ed all' universale aspettativa de' suoi concittadini—Seguiamolo, dunque. per quest' altra fase della sua splendida carriera.

IV.

Sin dalla prima epoca in cui vennero fra noi stabiliti i novelli ordinamenti amministrativi, il Marchese ebbe l'alto onore di essere dal pubblico suffragio prescelto a sostenerne le cariche più elevate. Sicchè, per ben più d' un ventennio e senza veruna interruzione, sedè nel nostro Consiglio Provinciale, dal quale per tre successive Sessioni venne rieletto suo presidente. Sedè pure, quasi sempre ancora, nel nostro Consiglio Comunale, in cui, come nel precedente, coll' autorità del suo nome e della sua faconda parola seppe imporsi al rispetto de' proprî colleghi e far ognora prevalere le sue sagge proposte.

Sin dalla sua prima installazione venne, inoltre, eletto membro del nostro Consiglio Scolastico Provinciale; e non è vana jattanza l' affermare, ch' ei ne diresse sempre i lavori e le deliberazioni più importanti.

Fu costantemente membro e vice-presidente della Giunta di sorveglianza del nostro Istituto Tecnico; e questo Cor-

po rivelò pure l' impronta della sua vigorosa energia, del suo zelo indefesso, della sua alta intelligenza.

Fu, addippiù, Presidente del Consiglio d' amministrazione della nostra Cassa di risparmio *Principe Umberto*, nel quale, spiegando tutte le sue non poche conoscenze bancarie, come pure tutte le abili risorse di prudente ed esperimentato finanziere, seppe imprimere quel sapiente indirizzo, di cui tutti noi abbiam goduto e godiamo ancora gli ottimi frutti.

Nè questo è ancor tutto.

Catania, l'inclita città ove il sapere alberga, che ha goduto sempre fama di culta e di civile, ed ove splendono tante opere egregie di civiltà e di progresso, mancava tuttavia di quei tanto utili Asili d'infanzia, che in paesi più fortunati la filantropia di pochi valentuomini avevano già da più tempo fatto sorgere e prosperare; ed il Marchese, volendo appagare questa sua antica brama, ch' era pur quella di molti altri suoi benemeriti concittadini, conscio che nella buona educazione dell' infanzia sta riposto il felice avvenire della famiglia e della patria, si fa autorevole promotore d' una Società fondatrice di questi benefici Istituti, la quale, appena costituita, tenne suo debito di onore nominarlo suo presidente perpetuo. Così nel nostro paese fu egli, in una sfera più modesta, ciò che Raffaello Lambruschini fu in Toscana, e Ferrante Aporti in Lombardia — un apostolo fervente degli Asili infantili. E questo non solo. Ne' pubblici Consigli, ove sedeva, si fece ben pure costante promotore delle diverse scuole popolari, nelle quali scorgeva ancora quel fecondo germe, da cui dovrà unicamente sorgere la futura grandezza della nazione.

La bella patria nostra, inoltre, mentre si gloriava di possedere un illustre Collegio (il *Collegio Cutelli*) per la istruzione e l' educazione de' giovani figli del nobile e del borghese, mancava ancora al medesimo obbietto d'un de-

gno Istituto per le giovani donzelle appartenenti alle stesse classi sociali; e per l'opera solerte, indomita, efficacissima del nostro elogiato vide ben presto sorgere e prosperare uno de' più stupendi Istituti educativi femminili (il *Convitto Femminile Provinciale*) che con orgoglio può ormai vantare l'Isola nostra. E volendo eziandio che potesse ad un tempo riuscire vieppiù utile ad un maggior numero di cittadini, fe' altresì aggregare al medesimo una ben ordinata Scuola Normale governativa, la quale è tornata cotanto proficua alla nostra provincia, come anche a diverse altre provincie consorelle.

A questo proposito era suo costante convincimento, che l'istruzione femminile si debba sempreppiù allargare e consolidare nelle sue basi fondamentali, non solo, ma fa d'uopo sopratutto che la donna in ogni sua condizione sociale possa trovar modo di sviluppare la propria attività intellettuale, educandosi insieme alle virtù domestiche anche a quelle cittadine. Sarà solo allora, egli dicea, che la famiglia potrà trovare il suo angelo tutelare, e la patria potrà veder crescere figli veramente devoti, prodi e virtuosi.

Talchè è giusto non obliare, che al Marchese principalmente la città nostra deve la creazione di queste due splendide opere civilizzatrici, le quali, fra quelle sòrte in quest' èra novella di progresso civile e di libertà politiche, sono senz' alcun dubbio le più belle e le più utili, che ormai destano l'ammirazione di quanti vengono a godere il sorriso del nostro cielo, l'incanto della nostra terra.

E qui c'è di sommo gradimento riferirvi, che il nostro Consiglio Provinciale, grato della felice riuscita di queste benefiche istituzioni, e in omaggio ancora agli alti meriti e alle non poche benemerenze di tant'uomo insigne, nella Seduta primaverile dell'or volgente anno, deliberò di erigergli, a spese dell'erario della provincia, un monumento che ne perpetuasse la memoria, ponendolo in quell' istesso

Istituto educativo, che deve principalmente la sua esistenza all' iniziativa ed alle provvide cure di lui; e già la sua effigie, mirabilmente riprodotta ad alto rilievo in un medaglione di marmo, è stata posta nell' atrio monumentale di quel grandioso edificio, ove pria un malinteso ed infecondo ascetismo raccoglieva, quasi sepolte vive, tante anime illuse o tradite, rendendole ribelli alle leggi della natura e alla loro sublime missione sociale, ed ora tant'altre ne accoglie, per essere educate ad una ben culta ed illuminata vita civile (1).

Un utile Stabilimento in Catania ancora da più tempo esisteva, fondato per raccogliere gran parte delle sventurate trovatelle pergiunte all' età di sette anni, onde toglierle dall' abrutimento e dalla colpa precoce. Esso però veniva diretto da pinzochere retrive ed inette, e da non meno retrivi ed inetti amministratori.

I pregiudizii più volgari, la superstizione, l'ozio e la ignoranza ne facevano orribile scempio ed ogni mal governo. Invece di educarle per renderle utili a loro stesse ed alla società, s' educavano all' oscurantismo e contro la civiltà: talchè, poco utili, se non del tutto cattivi, erano i frutti che dal medesimo si ritraevano.

Eletto deputato di questo pio Conservatorio il nostro compianto Prof. Marchese, s' avvide egli ben tosto di tutto questo. Comprese che bisognava tutto riformare: e con mano ferma e risoluta, affrontando i mille ostacoli, che ad ogni piè sospinto gli si paravano dinanzi, superando ogni barriera, che pur sembrava invincibile, s' accinge a darle un novello e più savio indirizzo, che fosse del pari più consentaneo a' bisogni di quelle misere rejette, e più conforme all' esigenze de' nuovi tempi.

E dapprima egli rompe la stupida *clausura*, che soltanto avvinte del tutto le rendeva a pur troppo scaltre chiesiastiche persone, e così le affranca da quella terribile

schiavitù morale di gran lunga assai peggiore d'ogni altra schiavitù civile: e scegliendo poscia, insieme ad un' eletta schiera di distintissime mecenati, delle educatrici laiche, morali e ben istruite, vi fonda scuole d' ogni sorta, che mettevan capo alle normali superiori, e riesce così vittoriosamente a crearne un gran semenzajo di alunne maestre, le quali per molto tempo han fornito di ottime insegnanti, e financo di direttrici, un buon numero di Stabilimenti educativi della nostra città, e ben pure di quelli di non pochi Comuni della Provincia. Nè qui si ferma: ma volendo anche del tutto bandire l' ozio e l' ignavia, che sfibravano il corpo e degradavano insieme lo spirito di quelle sventurate giovanette, v' introduce varie industrie donnesche, non sterili nè infeconde, vi fa prosperare lavori d' ogni genere, e così le disciplina al lavoro, a questo santo lavoro che non è soltanto sacrificio, ma virtù e gloria; al lavoro ch' è pur sempre l' amico, il compagno, la poesia della vita; che affratella ed ingentilisce; che nobilita e solleva; che tempera i dolori; che semina conforti; che santifica la fede, fortifica gli affetti e rasserena i cuori, prodigando le nobili alterezze ed i legittimi orgogli dell' anima!

Non ripeto quant' altro egli oprò onde rialzare le sorti di questo pio Istituto — Solo mi basta accennare, ch' egli col suo soffio benefico seppe tutto vivificare, tutto creare o rinnovellare, rigenerando quelle povere creature, che altra colpa non avevano, se non quella d'essere venute al mondo senza aver mai provato le gioje delle carezze materne (2).

Ma la sua indomita attività era ancor destinata a provarsi in un' altra opera di assai maggior mole e di più grande importanza, la quale, richiedendo tutto il prestigio d'una incontestata autorità e tutte le cure d' una intelligenza superiore, sarà quella certamente che gli servirà come il più verde lauro nella corona di gloria che la storia gli ha già serbato ne' suoi eterni annali.

L' Università degli Studii, che ha sempre formato il vanto ed il maggior decoro della patria nostra, sia per novità de' tempi, sia per incuria di reggitori, sia per vetustà di cose, o fatalità di eventi, o per altre avverse cagioni, era alquanto decaduta dalla sua primitiva grandezza — La morte aveale già rapito i suoi più illustri campioni; e l'avarizia, o, dirò meglio, il malvolere di chi ne avea tutto il debito, faceale vivere una vita piena di stenti e di disagi, privandola financo d'ogni necessario alimento vivificatore, per farla poi lentamente perire di anemìa e d' inanizione.

Quest' illustre mendica già da più tempo a gran voce reclamava una mano potente, che, pria d'essere più grama o del tutto spenta, la volesse sollevare da quel misero abbassamento in cui era caduta, rialzandola ben presto al posto d' onore che più e meglio delle altre le competeva. E questa mano generosa non tardò molto a recarle ben valido soccorso, e fu quella cotanto provvida, cotanto gagliarda, cotanto benefica del nostro elogiato.

Con il suo occhio penetrante e la sua meravigliosa previggenza avea egli da più anni presentito i nuovi tempi e compreso anche meglio il novello indirizzo della scienza. Aveva ben pure udito il grido di dolore e i lunghi gemiti che la misera da più tempo incessantemente emetteva. Conosceva ancora appieno tutte le sue interne debolezze, come tutti i suoi molteplici e più urgenti bisogni: ed appena ne fu eletto Rettore, egli che aveva intelligenza pari all'altezza dell'ufficio, pose tosto ogni cura per rialzarla; fe' valere tutta l' autorità del suo nome e la pertinacia della sua volontà per infonderle vita novella e più vigorosa; votò, insomma, con mirabile abnegazione tutto sè stesso per sospingerla e mantenerla all'altezza della sua antica fama.

E rialzolla, infatti; e se non del tutto ingagliardita e prospera, come pur esigono i rapidi progressi della scienza odierna, capace almeno di poter degnamente ga-

reggiare nelle feconde lotte del sapere fra le altre sue consorelle d' Italia.

E qui, non potendo dilungarmi, come pur vorrei, su quanto potè oprare in prò di questo nostro Atenèo, mi contento solo dire, ch'egli ne assunse il Rettorato con il fermo proponimento di compiere una sacra missione, e l' ha tenuta come s' esercita un vero sacerdozio, sicuro di trovare nell' adempimento del proprio dovere e nel plauso dei proprî concittadini la soddisfazione del suo amor proprio. Epperò sento il debito di ricordare, che devesi sopratutto all'opera sua efficacissima l' installazione sopra solide basi di tutte le diverse *Scuole Cliniche*, tanto generali quanto speciali, le quali, quantunque esistevano di fatto, questa loro esistenza era però sterile, effimera, quasi derisoria, e non all'altezza della propria importanza, formando anzi—mi sia lecito dirlo — il vero lato debole della Facoltà medica catanese. E tutto ciò torna per lui tanto più di gran merito, in quanto che, per conseguire tal ragguardevole intento, fu egli costretto a superare mille e potentissimi ostacoli, a sostenere lunghe ed asprissime lotte, combattendo sovente con prepotenti e non sempre leali avversarî, fanatici fautori soltanto dell' ignoranza e d' ogni oscurantismo.

Nè fu questa solamente l'opera utile ch'ebbe il vanto d'inalzare in questo vetusto tempio sàcro al culto della scienza. Egli con la più perseverante alacrità si cooperò altresì a far sorgere il grande *Istituto Ostetrico*, tanto proficuo e pur tanto avversato, che, sebbene non sia ancora del tutto completo secondo la sua organica istituzione, ha nondimeno l' onore d'essere riguardato come uno de' migliori e de' più fiorenti del Regno.

Egli si cooperò pure per istituirvi novelli insegnamenti e farvi aprire nuove cattedre, fra cui fa mestieri non obliare quella di *Fisico-chimica terrestre*, cotanto utile e, direi anche, cotanto necessaria, specialmente per noi che abitiamo

a piè del più grande vulcano d'Europa. Si cooperò ancora a far dotare le sue diverse scuole sperimentali, già per opera di lui in gran parte installate, di ricchi gabinetti e musei, di spaziosi e ben ordinati laboratorii, e di non tenui assegnamenti, indispensabili per poterli mantenere prosperi e floridi. Spiegò parimente tutte le risorse del suo zelo e della sua grande influenza per la felice riuscita dello stupendo progetto del Tacchini e del Silvestri, relativo all'erezione sulla vetta dell'Etna d'un *Osservatorio astronomico, meteorologico e vulcanologico*, dedicato all'immortale nostro concittadino — V. Bellini (1).

Nè questo fu ancor tutto—Dov'era lui aleggiava lo spirito dell'ardito riformatore, che procede sempre avanti, e non indietreggia mai dinanzi a qualunque ostacolo: dove era lui, era il genio creatore, il genio del progresso civile, del progresso vero, ch'è il costante cammino verso il miglioramento ed il perfezionamento in ogni cosa: onde, non contento appieno di quanto avea fin'allora conseguìto, volse il suo pensiero a compiere un'altra grande impresa, che raffermar dovea solidamente il felice avvenire di questo illustre Istituto. Essa è quella che io vengo ora a ricordare.

Con l'acume, proprio di chi possiede lunga esperienza congiunta a profonda perspicacia, egli ben s'avvide che il nostro Governo, qualunque si fossero i varî ministri che con turbinosa vicenda si succedevano al dicastero della Istruzione Pubblica, sia per istrettezze finanziarie, sia per altri più reconditi e men palesi fini politici, tendeva al fatale proposito di diminuire il numero delle Università, reputandolo eccessivo e non proporzionato al numero della popolazione del Regno, e fra quelle destinate a sopprimersi ed a perire, s'annoverava probabilmente il nostro *Syculorum Gymnasium*.

Questa funesta tendenza gli s'appalesava evidentemente, non solo ne' varî disegni più volte manifestati da' diversi

organi ministeriali e da' ministri medesimi nelle aule solenni del Parlamento; ma gli si mostrava poi più d'ogni altro evidente nel fatto deplorevolissimo d'essere già stata compresa tra le Università secondarie, col quale speciale nome, già abbastanza significativo, s'era venuto (forse pure senza volerlo, ma sempre con la massima leggerezza) ad infliggere un'abbastanza umiliante degradazione al maggior numero de' più benemeriti di questi luminosi centri scientifici, che pur grandeggiarono e grandeggiano tuttavia in Italia. Gli s'appalesava eziandìo nel deplorevolissimo fatto quotidiano, che negandosi, direi quasi, costantemente qualsiasi più modesta richiesta per il suo necessario miglioramento, oppur temporeggiando indefinitivamente o a lunga scadenza i provvedimenti all'uopo opportuni, si voleva così pervenire all'estremo istante della sua inevitabile e non lontana morte per esaurimento. Ed a quest'ultima catastrofe si sarebbe alcerto ormai pergiunto, e forse — Dio sperda questo tristo vaticinio! — si perverrà in un non lontano avvenire, se non vi fossero state delle vigili sentinelle, che ne avvisavano l'immane pericolo.

A scongiurare, frattanto, tal disastroso avvenimento, il Marchese, che una era delle più animose di queste vigili sentinelle, ebbe la felice ispirazione di rivolgersi allo ajuto di quegli enti amministrativi, che sopratutto aver dovevano un interesse più diretto a non vedere sparire questa splendida gloria catanese.

Egli, quindi, confortato dall'alto scopo del suo disegno, si fe' ardito a chiedere dalla Provincia e dal Comune nostri quei mezzi necessarî, valevoli a poterle imprimere una vita più rigogliosa, non solo, ma, quel ch'è più, a farle benanco vivere un'esistenza più libera, più autonoma, più indipendente. E questi validi mezzi, mercè l'opera sua efficacissima, le vennero generosamente già in parti uguali accordati; e con essi creò quel tanto benemerito *Consorzio*

Universitario, ch' è stato poi preso a modello da diverse altre consorelle del Regno, le quali, al pari della nostra, vivevano una vita precaria, stentata e grama (4).

Fu, infatti, per questa benefica istituzione ch' ei potè sollecitamente porre mano a tutte quelle opere, rese ormai urgenti da' bisogni del tempo e da' progressi della scienza, come anco a tutte quelle necessarie riforme che il Governo non poteva, o, dirò meglio, far non voleva—Fu per essa, ch' egli riuscì a ridurre il pianterreno del Palazzo Universitario, indecorosa sede pria di sarti e di ciabattini, a splendida sede di diverse scuole sperimentali e d'un gran Museo di Geologia e Mineralogia, che già tant' onore arrecano alla città nostra — Fu per essa ancora, che potè ben fornire di molteplici e svariate macchine, di tanti e diversi strumenti, di utensili, e d' ogni altra necessaria supellettile scientifica, le nostre cattedre sperimentali delle Facoltà di Medicina e di Scienze Naturali, le quali principalmente ne sentivano estremo bisogno — Fu, infine, per essa, ch' era già pergiunto a gettar le più solide basi di diverse grandi opere, che pur non difettando interamente nell' Università nostra, sono tuttavìa d' indispensabile necessità, e, direi anche, della massima urgenza, non rispondendo, quelle ora esistenti, alle attuali esigenze ed ai sempre crescenti bisogni dello scibile. Esse sono: le due *Scuole* per l' insegnamento della Chimica generale e della Chimica farmaceutica; l'*Osservatorio meteorologico;* e il grande *Istituto Anatomico-fisiologico*, dove contemporaneamente sorger dovevano tutte le scuole sperimentali della Facoltà Medico-chirurgica.

Ma sventuratamente non gli venne consentito di poter provare quell' interno compiacimento—solo guiderdone di un' anima conscia d' aver soddisfatto a' proprî doveri—di veder condotte a termine queste grandi opere, a cui, consacrando tutto il suo buon volere, legar pur voleva il proprio

nome. Il fato crudele decretò di farle rimanere incompiute, quasi per non lasciare del tutto inerte l'operosità de' superstiti. La morte venne immaturamente a rapircelo, troncando così di repente le più belle speranze legate a tante opere stupende, che or rimangono come un retaggio d'onore affidato alla solerzia de' suoi illustri successori!

V.

Ove però il compianto Salvatore Marchese sopratutto rifulse, si fu nel carattere e nelle virtù morali.

Nato ed educato a vivere in posti eminenti, non cercò mai con intrighi o altre vie indegne di pervenire a quella altezza; e, grande nella bontà, buono nella grandezza, oprò sempre il bene per il bene istesso senza vanto e senza interesse.

Fu uomo di studî profondi ed indefessi, e questi suoi studî non gl' impedirono mai di mostrarsi in pari tempo di una prodigiosa operosità in tutte le numerose cariche pubbliche ch' ebbe a sostenere. Segno era forse codesto, di quanto altra volta la coltura seria, benchè raccolta, fosse più intensiva, più feconda ed efficace, che non in questi tempi nostri, che pur si vantano per progrediti tanto, e tanto si lodano della diffusa e più estesa coltura!

Nella condotta de' tanti pubblici officii giammai lasciava un momento di sosta agli affari già di sua iniziativa intrapresi; ma, senza quella pigra indifferenza, che tutto uccide, senza quella stanchezza di mente o vacillazione di pensiero, che tutto snerva e fa mancare, li seguiva con perpetua continuità di disegno, con costante perseveranza di propositi. Coraggioso, tenace, intraprendente, ardito a tempo ed a tempo prudente, non perdeva mai di vista il suo intento, ma vi lavorava indefessamente attorno finchè lo raggiungeva.

E come in tutti i suoi propositi, era del pari irremo-

vibile in tutti i suoi principii scientifici, sociali e politici; e questa singolar fermezza dava al suo carattere un' impronta di rara robustezza e d' austerità non comuni. Il che era tanto più ammirabile, quando si pensi, che vi sono oggidì letterati, filosofi, pubblicisti e uomini politici anacquati, tutto calcolo ed opportunismo, pronti sempre ad abbracciar ogni nuova idea, a lasciar passare ogni cosa nuova, ad accomodarsi ed accompagnarsi con qualsiasi persona ed opinione, di nient' altro bramosi, che di seguire l' andazzo del tempo, di salutare il nuovo astro che sorge, pur di non perdere la loro influenza, il loro tornaconto, le loro piccole e misere vanità.

Amava egli soltanto inchinarsi dinanzi allo splendore del vero ed affermare ciò che credeva di suo pieno convincimento: ed all' entusiasmo della verità, di questa *alma voce* che addentro gli suonava e lo possedeva intero, posponeva onori, cariche, relazioni personali, convenienze sociali, e financo la voluttà del potere. Egli, insomma, non aveva altra aspirazione che quella della verità, secondo la propria coscienza e i proprî convincimenti; altro culto non conosceva che quello dell' abnegazione e del lavoro, altra religione che quella del dovere.

L' amore alla libertà sotto le svariate sue esplicazioni, tanto nel campo politico e civile, quanto sopratutto in quello morale, gli fervea pure nell' animo suo. Questo sentimento però non era vacuo, freddo, inerte, negativo; ma tutto pensiero, azione e vita. Egli non era certo uno de' liberi pensatori volgari e da dozzina. Nulla di comune aveva con quei tanti, che ripongono la libertà del pensiero nel non pensar nulla e nel nulla oprare; e chiusi tutti nel più sconfortante scetticismo, con sogghigno beffardo negano ogni soffio di spirito, spregiano ogni vita di pensiero. Egli, del pari, non fu certo il liberale dell' evoluzioni e del domani, nè il patriotta dell'occasione e dell' opportunismo. Fu sem-

pre tale ne' ferrei tempi della tirannide, qual si mantenne costantemente in quegli altri, in cui era facile esserlo, senza pericolo il dimostrarlo.

Amava ancora il progresso in tutte le sue molteplici manifestazioni, e con ardore l' abbracciava ne' continui svolgimenti della scienza, nelle gloriose conquiste della civiltà. Aveva, insomma, l'anima d' un uomo libero, e bastò sempre a sè stesso. Ed in un' epoca in cui il denaro dà a tutti la febbre; in tanto affannarsi di mediocrità intriganti; in tanto agitarsi d'ipocrate apostasie e d'interessi meschini, di piccoli uomini e di piccole cose; in tant'osceno tramestìo di egoismi pettegoli e di vanità boriose; in tanto traffico sfacciato di basse adulazioni e di favoritismo partigiano, egli non piaggiò mai nessuno, e visse come un uomo d' altra età e d' altri tempi.

Chiamato ad occupare molte ed elevate cariche, egli v' attendea e vi lavorava istancabilmente, non per sè, o per la fama che poteva venirgli da tal lavoro, ma per adempiere con coscienza al debito che avea assunto verso il paese. Una grande forza d' animo, una grande autorità di dottrina e di saggezza, uno spirito d' indipendenza, che nulla ha da temere o da sperare, ecco le altre singolari virtù che nell' esercizio di esse l' additavano viemeglio ancora all' universale estimazione.

Alieno da ogni vanagloria, amava piuttosto vivere una vita per lo più ritirata, modesta sempre. Egli non era nato pel mondo del chiasso e delle pompe dorate; non per trovarsi nell' agitato turbinìo delle gare politiche e delle sfrenate passioni sociali. Leale e costante nell' amicizia, franco delle maniere, virtuoso di sentimenti, di desiderî modesto, anzi discretissimo, senza ambizione smodata, tranne quella di giovare alla sua patria, senza orgoglio vanitoso, tranne quello di conservare illibata la propria dignità, amava piuttosto vivere nel quieto raccoglimento della famiglia, ove

provava le gioje e i palpiti di sposo e di padre, nel fecondo silenzio dello studio, ove attingeva i sublimi conforti che fortificano l'intelligenza nell' aspre battaglie della vita, e sopratutto poi amava vivere in mezzo a' giovani suoi addiscenti, cui fu sempre, più che maestro, amico e consigliere, e da cui s' ebbe sempre stima, venerazione, ossequio.

Egli, animo schietto e generoso, aborriva la calunnia. la menzogna, la slealtà, e in omaggio del giusto, dell' onesto e del vero, s'adoperava sempre a disperderle ovunque sorgevano. E se è pur certo che forte volere, perseveranza, prudenza, tatto, franchezza, siano le qualità di maggior pregio per tutti gli uomini destinati a salire in fama, e per quelli specialmente che anelano uscir fuori dalla folla e conquistare un' alta posizione sociale, mostrò egli di possederle in sommo grado in tutto quanto venne oprando nel non breve cammino della sua vita laboriosa.

Sapeva, addippiù, esser ad un tempo l' uomo semplice del popolo, come il gentiluomo della più eletta aristocrazia del sapere; sicchè in tutte le adunanze scientifiche, ed in tutti i più distinti Consessi, quella fronte veneranda era l' oggetto del rispetto universale, rivelando l' elevatezza della mente, la nobiltà dell' animo.

Fu egli, inoltre, tutto amore per la sua patria, ove vide la luce e rese l' estremo anelito, alla quale veniva legato dal più antico affetto — quello che comincia con la prima coscienza della vita. Fu eziandio tutto amore per la sua seconda patria d' elezione, ove venne educato ed acquistò nome chiaro ed illustre, ed alla quale era legato dal più sacro sentimento — quello che nasce dall' intima coscienza della prima coltura e da' primi forti palpiti della lunga carriera scientifica, politica e civile. Sentì pure caldo affetto per l' Italia nostra, che con la più viva compiacenza dell' anima aveva ormai veduta grande e forte; come anche per l' umanità tutta, che con animo del pa-

ri lieto mirava già sempreppiù avanzarsi trionfalmente per la via dell' incivilimento. — La sua vita intera, a dir breve, fu carriera nobilissima e non interrotta di benemerenza e di specchiato esempio a chi voglia essere cittadino utile ed onesto, patriotta integro e sinceramente liberale.

E quale nella vita, tale fu anche nella morte. Quì, anzi, la grandezza del suo carattere elevossi sino all' eroico ed al sublime. Egli con calma, con serenità esemplari, che vincevano tutto l' interno turbamento del suo spirito, s'appressò a quel solenne passaggio, facendo tacere ogni sofferenza del suo corpo. Un istante solo l' amaritudine dell' animo balenò fuori con un fremito dal suo arido labbro, quando vide intorno al suo letto piangenti le figlie, la moglie, i parenti. Chiese allora i conforti della religione, nella quale vissuto era sempre fedele. Del resto non mandò nè un gemito, nè alcun segno di rammarico. Nessun filosofo, a dir breve, dimostrò mai cotanta rassegnazione, cotanta pace, cotanto eroismo negli estremi momenti, quanto egli sul letto di morte. E a vederlo così tranquillo, così forte, così sicuro di sè nel punto supremo di rendere l' anima a Dio, inteneriva i cuori di tutti, ed in tutti strappava le lagrime d' ammirazione e di dolore. — Raro uomo davvero !... Davvero grande carattere, della cui tempra pur troppo l' un dì più che l' altro si va perdendo l' esempio !

Ed ora egli non è più; e con lui s' è spenta una di quelle poche individualità ch' eran rimaste fra noi dalla agguerrita falange di quegl' illustri campioni, i quali, insieme alla scienza, ebbero pur sempre in cuore, più che sul labbro, la patria e la libertà.

Nella non breve età di presso a 70 anni, ma giovane ancora di spirito, d' intelletto e d' operosità, egli c' è stato crudelmente rapito. Era il giorno 26 Novembre dell' anno testè decorso; e questo giorno fatale rimarrà alcerto inde-

lebilmente segnato ne' ricordi dolorosi della patria nostra.

Però, gli uomini della tempra di lui passano sulla terra, ma non muojono !... Essi non lasciano soltanto lo sterile rimpianto dell' oggi o l' ingrato oblio del domani : ma sopravvivono nella coscienza di tutti i buoni ; sopravvivono nelle loro opere, ne' loro esempî , nelle loro virtù , su cui vengono ad ispirarsi perennemente le generazioni che sorgono !

Oltre l'aureo nome, il Marchese lascia, infatti, diversi lavori scientifici in istampa assai pregevoli, ed altri di maggior mole e più importanti ne lascia ancora inediti (5), su cui stanno scolpiti gl' insegnamenti della più profonda sapienza. Lascia, altresì, compiute molte opere filantropiche d' altissimo merito, che lo ricorderanno a' posteri: però la opera veramente grande, a cui con intelletto d' amore da più tempo attendeva, ed a cui consacrò fin l' ultimo battito del suo cuore, era quella che non potè veder del tutto compiuta; ma tale qual essa rimase, basterà senza dubbio a rendere imperitura la sua cara memoria — Era il rinnovamento materiale , morale e scientifico dell' Università nostra , alla quale aspirava rivendicare le antiche glorie , e splendide di nuova e più viva luce tramandarle alla posterità.

E qui c' arrestiamo. — Dilungarci più oltre nell' encomiare tant' uomo illustre , sarebbe impresa del tutto vana, se non del tutto superflua, bastando il solo suo nome a renderlo superiore ad ogni elogio. Soltanto osiamo affermare, che la parte da lui presa alla cosa pubblica nel non breve periodo del patrio risorgimento, collocano la sua fra le più grandi figure, alle quali s'inchineranno riverenti i posteri; e nella plejade di valentuomini, che la Sicilia ha dato all' Italia, il nome suo venerato è degno d'essere collocato accanto a quello de' più distinti e de' più chiari. Osiamo altresì affermare, che Catania nostra, la quale è no-

ta al mondo scientifico per aver dato i natali al Cutelli, al Rizzari, all' Amico, al Recupero, al Gioeni, al Gemmellaro, al Sammartino, e a cento altri ingegni superiori, sentirà certamente l' orgoglio d' essere conosciuta e ricordata anche come la patria di Salvatore Marchese. Osiamo, infine, affermare, che, sebbene non più fra noi, egli non è morto ancora, e che non morrà mai nel cuore di quanti sanno ammirare i sommi benefattori dell' umanità. Della copia grande di salutari sue memorie la patria nostra saprà indubitabilmente far tesoro, e gli serberà imperituri gli affetti e la grata ricordanza, che meritarono le sue virtù.

Eccoci adunque, o Socii preclarissimi, dinanzi un nobile esempio da imitare!.... Imitiamolo, se è mica possibile imitare sì grande e sì perfetto modello: e quest' aspirazione dell' anima nostra sia il mesto ed il più gradito fiore, che, meglio d'ogn'altra corona di lauro, venga deposto sulla sua tomba onorata!.... Sì;— io mi permetto ancora esclamare — procuriamo sopratutto con fermo volere rammentarne le virtù; imitarne gli esempii; continuarne le opere; e questo nostro voto sia pure il miglior monumento che possiamo elevare alla sua grande memoria!

NOTE

—

(1) Questo grande e stupendo Istituto, che comprende un Collegio di educande ed una Scuola Normale con Convitto annesso, nella sua inaugurazione ebbe dapprima sua sede in una parte del Palazzo del Marchese di Sangiuliano. Riputandosi poi troppo angusto ed inadatto questo locale, venne poco dopo ad installarsi definitivamente nel vastissimo ex-Monastero della SS. Trinità; e ciò assai prima che per savia legge del Parlamento nazionale fossero state soppresse in Italia le Corporazioni religiose, ripartendo le molte suore, che l'abitavano, in altri Monasteri dello stesso ordine monastico della città, in quelli, cioè, di S. Benedetto e di S. Giuliano.

Esso, con larghezza di propositi veramente ammirabile, è stato dotato sul bilancio provinciale d'un vistoso assegnamento annuo, che in complesso, tra spesa ordinaria e straordinaria, oscilla fra i 20 ai 25 mila lire; mentre la sistemazione dell' edifizio all' uso attuale importò la non lieve somma di L. 125000.

Accoglie in media da 40 a 50 educande convittrici, che pagano ciascuna L. 700 all' anno, oltre le prime spese d' arredamento: accoglie pure da 50 a 60 allieve maestre, anch'esse convittrici, sussidiate talune dal Governo, tali altre dalla Provincia ed altre da' Comuni; ed è poi frequentato da circa 160 a 170 alunne, iscritte ne' varî corsi della Scuola Normale.

L' educande convittrici fanno vita a parte da tutte le altre. Esse alloggiano in ben ampî locali, separati e distinti da quelli assegnati alle allieve maestre: pranzano anche separatamente, e frequentano scuole del tutto diverse da quelle di quest'ultime.

Vi s' insegnano lingua italiana e francese, storia e geografia, matematica,

storia naturale, disegno lineare, calligrafia, catechismo, musica, ballo, ginnastica, ricamo, ed ogni sorta di lavori donneschi.

Le allieve maestre e le alunne iscritte ricevono, d'altro canto, quella svariata istruzione, ch'è obbligatoria ne' diversi corsi della Scuola Normale Femminile.

Nella fausta ricorrenza della venuta in Catania de' Reali d'Italia, per speciale degnazione e compiacimento venne consentito a quest'Istituto l'alto onore di potersi intitolare col nome della nostra augusta Sovrana; epperò ha oggi ricevuto il novello battesimo di *Convitto Femminile Provinciale* REGINA MARGHERITA.

(2) Questo Stabilimento, sventuratamente, è oggi altra fiata ritornato sotto la direzione di persone assai più retrive delle prime. Voglia almeno il Cielo, che senza esercitare tutt'altra malefica influenza, non possano arrecar altro peggior male, se non quello soltanto d'arrestarlo nella via del progresso, in cui era già tanto ben avviato.

(3) Mi corre qui il dovere di far conoscere, che il concetto di destinare *l'Osservatorio Bellini* sull'Etna anche allo studio delle osservazioni vulcanologiche, si deve principalmente all'intelligente iniziativa ed agli sforzi autorevoli ed efficaci del chiarissimo nostro Socio Comm. Prof. Orazio Silvestri. Fu egli il primo che sin dal 1865 ne vagheggiò il pensiero; ne compilò il programma; e diè corso a tutte le occorrenti lunghissime pratiche presso il Ministero dell'Istruzione Pubblica, dal quale, d'accordo col Ministero d'Agricoltura, Industria e Commercio, venne poi approvato nel 1879. Il Progetto dell'illustre Tacchini limitavasi soltanto per l'erezione sull'Etna d'un Osservatorio, da servire unicamente alle indagini meteorologiche ed astronomiche, e nient'altro.

Ho voluto annotar questo, per mettere in luce la verità storica in ordine alla completa attuazione di questa grand'Opera, e per tributare nel tempo istesso la dovuta lode a chi di fatto compete.

(4) Ecco il Decreto di approvazione dello Statuto per il Consorzio Universitario di Catania.

VITTORIO EMANUELE II per grazia di Dio e per volontà della Nazione Re d'Italia;

Veduto che la Provincia e il Comune di Catania, consociati nell'intento nobilissimo di contribuire con mezzi proprî al maggior incremento e al de-

coro della locale Università, hanno assegnato alla medesima l'annua somma di L. 30,000.

Vedute le deliberazioni prese dal Consiglio Comunale nella seduta del 5 aprile 1876 e 23 febbraio 1877, e dal Consiglio Provinciale nella seduta del 22 agosto 1876 e 14 marzo 1877, nelle quali sono stabilite le condizioni onde il Consorzio sarà regolato.

Sulla proposta dei nostri Ministri Segretarj di Stato per la Pubblica Istruzione, e per gli affari dell' Interno.

Abbiamo decretato e decretiamo.

Art. 1.

È approvato lo Statuto per il Consorzio Universitario di Catania, annesso al presente Decreto, e firmato d'ordine nostro da' Ministri Segretarj di Stato per la Pubblica Istruzione, e per gli affari dell' Interno.

Art. 2.

Il Consiglio direttivo del Consorzio compilerá il regolamento speciale per la esecuzione dello Statuto, da approvarsi dal Ministero della Pubblica Istruzione, e dalle amministrazioni provinciale e comunale.

Saranno pure comunicate al Ministero predetto i bilanci preventivi e i resoconti di ogni anno.

Ordiniamo che il presente Decreto, munito del suggello dello Stato, sia inserto nella Raccolta Ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia, mandando a chiunque spetti di osservarlo e farlo osservare.

Dato a Roma, addì 5 aprile 1877.

Firmato — VITTORIO EMANUELE.

STATUTO PER IL CONSORZIO UNIVERSITARIO DI CATANIA.

1. La Provincia ed il Comune di Catania assegnano all' Università, che ha sede nella città, l' annua somma di lire trentamila, ripartita tra loro in parte uguale.

2. Colla somma suddetta sarà provveduto :

a) alla fondazione di quei nuovi Stabilimenti che sono richiesti dallo stato attuale delle scienze, per promuovere il progresso di queste, e renderne più efficace l' insegnamento ;

b) all' acquisto del materiale scientifico per gli Stabilimenti attualmente esistenti, e per quelli che si potranno fondare ;

c) all' adattamento ad usi scientifici di tutti i corpi del palazzo universitario, e al miglioramento dei locali degli Stabilimenti scientifici;

d) alla istituzione di quei nuovi insegnamenti che possono essere necessarî od utili al perfezionamento dei corsi, che ora si fanno nell'Università suddetta.

3. Il Consorzio sarà rappresentato da un Consiglio direttivo, composto del Rettore dell' Università che ne avrà la presidenza, di un Delegato della Provincia e di un Delegato del Comune.

4. Il Consiglio direttivo compilerà ogni anno il bilancio preventivo, nel quale saranno stabiliti, secondo il bisogno e la maggiore utilità, ed in relazione ai fini che il Consorzio si propone, i varî titoli di spesa fra i quali sarà ripartito l' annuo contributo.

5. La Provincia e il Comune pagheranno i rispettivi assegni annui, cominciando coll' anno 1877 ed in due rate eguali semestrali.

6. Per qualunque causa in futuro abbia a venir meno la destinazione dell' assegno in favore dell' Università, esso s' avrà come non fatto, e ne cesserà la prestazione.

Visto d'ordine di S. M.—*Il Ministro della Pubbl. Istr.*—Firmato—Coppino.

Il Ministro dell' Interno — Firmato — G. Nicotera.

(5) Varî lavori d' argomento scientifico il Prof. Marchese pubblicò per le stampe. Pochi, a dir vero, e brevi, ma assai pregevoli essi sono; e vanno sommamente distinti per originalità ed elevatezza di concetto, per chiarezza e sobrietà di dettato, per precisione e semplicità di stile e di forma. In essi rivela quel grande spirito d'osservazione, quella vasta e non comune coltura, quell' animo nobile, quell' affetto caldo e profondo alla scienza e alla patria, che in altro genere d' opere ci avea già ben dimostrati. Essi sono:

1. *Se i privilegi producono utile o danno all'industria.*—Catania 1841.

2. *Sull'avviamento da darsi agli studi di Diritto, specialmente in Sicilia, nelle condizioni in cui trovansi.— V. Ore Solitarie,*—Fasc. 3.° — Napoli, 1844.

3. *Della primaria istruzione del popolo, considerata qual precipuo mezzo di migliorare le condizioni dell' industria siciliana. — V. Ore Solitarie.* — Fasc. 5.° — Napoli 1845.

4. *Intorno alla divisione della proprietà territoriale.*— Lettera al Prof. Raffaele Busacca.—Napoli, 1845.

5. *Sull' emancipazione della proprietà territoriale dalle decime feudali e vescovili.* — Catania, 1845.

6. *Discorso in occasione della fondazione d'una Società per gli Asili Infantili in Catania.* — Catania, 1847.

7. *Dell' influenza dello studio della Filosofia del Diritto sulla politica rigenerazione d' Italia.* — Palermo, 1861.

8. *Osservazioni sull'ordinamento delle Supreme Corti italiane.*—Catania, 1861.

9. *Relazione sull' Università di Catania, dalla sua fondazione sino al 1872.* — Catania, 1872.

Fra i diversi lavori rimasti inediti, s' annovera un aureo *Trattato di Filosofia del Diritto*, al quale da lunghi anni indefessamente attendeva, ed in cui aveva sinteticamente condensate tutte le savie dottrine svolte nelle sue stupende lezioni dettate dalla cattedra. Sarebbe desiderabile, nell' interesse della scienza e del nome istesso dell' illustre autore, che presto venisse pubblicato, onde così non rimanesse sepolto il prezioso tesoro di tanti studî, ed infecondi i frutti di sì profonda sapienza.

XIV

GIACOMO SACCHÈRO

ELOGIO ACCADEMICO

DI

GIACOMO SACCHÈRO

DETTO DAL SOCIO

G. LEONARDI

NELLA SEDUTA STRAORDINARIA DELL' ACCADEMIA GIOENIA IL 16 LUGLIO 1882.

Egregi Accademici,

Non è spenta ancora in quest' Aula l'eco gradita delle dotte dissertazioni, onde soleva intrattenervi il compianto Socio, Professore Giacomo Sacchèro. Nè il tempo trascorso da che egli fu rapito alle lotte fruttuose della scienza, alle gioie inenarrabili della famiglia, allo affetto inalterato degli amici, può aver reso meno potente, in Voi il desiderio di sentirne a parlare, in me il conforto di tesserne lo elogio.

Dirò di più. Quando per cortese benevolenza Vostra, fui chiamato a succedergli in questo Seggio, restai lungamente perplesso. Ma due considerazioni valsero a vincere la ritrosia che provavo ad accettare, il non ambito e non meritato onore. L' una riferivasi al fatto, che mi era dato di occupare il posto lasciato vuoto da quel valentuomo; l'altra al ricordo, che l' Accademia tra i suoi fondatori, novera il nome venerato e carissimo del padre mio. E pensai; che se mi era dato in tal guisa, di rendere allo amico estinto, un mesto tributo di ammirazione e di plauso, potevo dimostrare alla memoria del genitore, che se tanto gli restai

discosto nei pregi della mente e del cuore, non gli sono figlio degenere nello affetto vivissimo alla terra natale ed alle sue istituzioni, fra le quali è da annoverare, questo sodalizio, che egli sopra ogni altro predilegeva.

A dire degnamente della vita, dei tempi e delle opere di Giacomo Sacchèro, occorre ben altra mole di lavoro, di quella che a me è data d'intraprendere, onde contenerne lo elogio, nei limiti di una commemorazione accademica. Laonde, delle vicende della sua vita, dirò solo quel poco che è necessario allo svolgimento logico del tema, e quando mi soccorra benevola l' attenzione Vostra, mi fermerò piuttosto sulle opere, che gli meritarono fama di cultore appassionato delle scienze.

Io non dispero però, che altri venga a trattarne con larghezza di proporzioni e di dettagli, avvegnachè l' uomo è degno di siffatta onoranza. E penso che sulla sua tomba possono incidersi le parole che fregiano il mausoleo dello illustre politico americano Webster: *Io son vivo!*, perchè uomini di questa fatta vivono sempre, e la loro memoria rimane ai posteri alta ispiratrice di virtù e di grandezza.

Molti credono che sia riserbato l' onore di imperiture commemorazioni agli uomini, che riempiono della loro fama il mondo, e che possono contare sull' apoteosi che i popoli decretano agli eroi, ai grandi poeti, agli eminenti scienziati.

Costoro s' ingannano. Plutarco lasciò scritto che le virtù degli uomini, si scoprono nelle più modeste azioni che ne rivelano il vero carattere.

Il campo del dovere è infinito, e si estende in ogni condizione della vita.

Dal soldato di Pompei, che mille e ottocento anni or sono, mentre gli altri fuggivano, stette fermo al suo posto, come era suo dovere, e restò soffocato dal sulfureo vapore delle cadenti lave; ai giovani marinai italiani che a Lissa, comandati

dal prode Cappellini saltarono in aria con la nave incendiata, gridando: Viva l' Italia, è lunga la seguela degli uomini che in qualunque condizione della vita hanno reso omaggio alla virtù del sacrifizio ed allo adempimento del proprio còmpito.

L' agire rettamente è la valvola di salvezza della nostra natura morale, e la scuola delle difficoltà è la migliore scuola di disciplina. Laonde Aristotele ebbe a dire, che la felicità non è tanto nei nostri oggetti, quanto nella nostra energia.

Conviene che tutti si combatta coraggiosamente le battaglie della vita, come il vecchio eroe della Danimarca « ad osare nobilmente, a volere fortemente e a non mai esitare sul sentiero del dovere ».

Ma i forti propositi si acquistano col formare il carattere. Ed è mercè sua, se ci è dato di sopportare con dignitosa rassegnazione le traversie della vita.

Vi ha poi una forza più potente di ogni altra che, o maledetta o cara ci accompagna, ed allegra le gagliarde malinconie del giusto: è la coscienza.

Ed è in questa triplice manifestazione delle virtù che abbelliscono il cuore umano, che si compendia la vita operosa di Giacomo Sacchèro.

Non a torto adunque io fò voti che la vita di lui, possa essere narrata al popolo con larga copia di ricordi, nulla giovando meglio che lo esempio di un cumulo di nobili azioni, a compiere le quali, tutti si può aspirare con la volontà completamente formata.

Dalla prima giovinezza sino al suo ultimo respiro, l' amico nostro attinse la perseverante energia del carattere, nella propria coscienza che lo approvava. E dal sentimento intimo di avere operato il bene, trasse conforto ed ebbe la ricompensa migliore, anche quando la nequizia degli uo-

mini e dei tempi, potevano allettarlo meno a battere la via, dalla quale non deviò giammai.

Giovane ardente di patrio amore, sin dai suoi primi anni, mostrò vaghezza di correre il mondo.

Avviato alla carriera commerciale, nel 1835 recossi a Trieste. Ma la sua mente volgevasi a più vasti orizzonti, onde dedicossi subito dopo agli studi letterari, verso i quali sentivasi potentemente attratto.

Convinto che la lingua è la patria, non è a meravigliare se egli si compiacesse di questo vincolo soave del *Sì*, nel quale fummo uniti, quando tutti gli altri parevano sciolti o rallentati.

Nato nella terra dove si conserva il più antico documento della nostra letteratura: la canzone di Ciullo d'Alcamo. Dove poetarono Guido delle Colonne e Iacopo da Lentino; dove Federico II Imperatore d'Alemagna e Re di Sicilia, accoglieva alla Corte di Palermo con ospitalità splendida, gli studiosi di ogni contrada, Sacchèro sentì sempre nelle vene il sacro fuoco della poesia.

Educato alle migliori fonti letterarie, egli non poteva dimenticare che l'antica coltura siciliana, si spiegava con tanto splendore e lusso d'immaginazione da attirare a sè i più chiari ingegni d'Italia. E seppe che gl'inizî della nostra lingua furono:

Versi d'amore e prose da romanzo.

Trasse forza e vigoria di studi e di concetti dai migliori classici, e vide, che alla lunga notte nella quale l'Italia era avvolta politicamente, non era d'attendersi luce di aurora, che dal fecondo lavorìo delle lettere. Avea potuto notare perciò, che quando in Europa vi fu moto d'armi e d'idee, l'Italia che non avea potuto insorgere con eserciti, avea mostrato la sua esistenza con la valenzia dei suoi scrittori, che precorrevano i tempi.

Alle ardite riforme bandite da Beccaria, Filangieri e Verri, facevano riscontro gli sforzi di Ugo Foscolo per riannodare la letteratura alla filosofia. Al robusto verso di Alfieri, che ritemprava l'animo degli italiani con la poesia politica, si contrapponevano gli sforzi di Parini per combattere i pregiudizi del secolo. Monti si rifaceva al fonte dei classici, tal che di lui potè dirsi che ebbe

Il cuor di Dante e del suo Duca il canto.

La perfezione a cui può condursi la lingua nostra ci veniva additata da quel meraviglioso scrittore che fu Leopardi. Balbo rivelavasi insigne storico; Gioberti profondo e vasto di dottrina, energico ed efficace; Grossi poeta e narratore di sentimenti soavi e melanconici. Manzoni, Niccolini, Mamiani, Tommaseo, D' Azeglio si mostravano eminenti scrittori, degni dell' Italia, che in altra età restò faro luminoso in mezzo alle tenebre della barbarie.

Fra siffatte condizioni della nostra letteratura, il Sacchèro strinse relazione in Venezia con uomini eminenti, e colà incominciarono i suoi primi tentativi letterari. Scrisse da prima nei giornali; indi seguendo l' impulso della sua fervida fantasia tentò la prova dei componimenti poetici. Milano, centro importantissimo di coltura italiana, lo attrasse nell' orbita dei più eletti ingegni, che colà convenivano da ogni parte della penisola. Ivi, in mezzo ad una pleiade di letterati, seppe in breve occupare un posto ragguardevole.

L' alba del 1848 schiudeva l' animo degli italiani alle più liete speranze. Era tempo che all' êra dei prolungati riposi, succedesse quella dell' azione.

Sacchèro ricordossi di essere cittadino, prima che poeta, e tornò in Sicilia, dove tenne con plauso alti uffici. E quando le speranze dei patrioti furono vinte ma non dome, ed i campi d'Italia, da un estremo all'altro, furono seminati di

morti, che legavano ai superstiti il caro retaggio della riscossa, egli dovette riprendere la via dell'esilio. A Parigi, dove si ridusse con altri molti, si appassionò degli studii botanici. Frequentò i corsi liberi presieduti dalle più note celebrità francesi, e con tenacità d'intendimenti vi raccolse largo tesoro di cognizioni. Nè dimenticò in mezzo ai nuovi studii, la palestra letteraria e la patria. E quando i nuovi e più felici conati delle anime ardenti di libertà, poterono far realizzare il sogno di Dante, ed il vessillo tricolore, ribattezzato sui campi di battaglia, potè divenire simbolo di unità, come era emblema di fede, Sacchèro trovò nella patria sua, le onoranze dovute ai cittadini più operosi e meritevoli.

Assunto a quasi tutte le civiche magistrature; ricercato dovunque; prescelto con unanime suffragio a Deputato al Parlamento Nazionale, occupossi sempre, e con zelo, delle agrarie discipline, e mostrò con le opere, con le conferenze, con gli esperimenti, con le culture condotte nel suo podere, la valenzia e la perseveranza che lo distinguevano.

Nel libro misterioso del cuore umano, è scritta una parola anch'essa misteriosa: è la parola *ideale*. Molti non la comprendono, e certo è difficile a definire. Cosa è infatti? È la nuvola che passa? È la musica che abbiamo nella mente? È il quadro dipinto nella fantasia? È un fantasma adorato? È sorriso di vergine, è palpito di amante, è tenerezza di madre? Dante la chiamò *Francesca;* Leopardi, *Nerina;* Bellini, *Sonnambula.* È l'ideale che forma il nostro tormento e la nostra gioia. Esso che ci rende migliori, che matura i forti propositi e le azioni generose. Esso che parla un linguaggio ignoto, che ci ricerca tutte le fibre dell'anima e ci sorregge nelle aspre lotte della vita, e a cui ben l'intende, offre delizie che si mutano in figure luminose che irradiano la notte della nostra esistenza, cullandoci tra le gioie degli estri malinconici e ca-

ri. A pochissimi è dato, nei lunghi ondeggiamenti dello arcano mare, rapire il vello d'oro dell'ideale, ma tutti possiamo custodirlo in cuore, come un talismano che non teme le tremende gelosie dell'arte.

Giacomo Sacchèro fu nel piccolo numero degli eletti. Egli conobbe in Milano una gentile signorina, che gli fu musa ispiratrice; che amò, riamato, di amore lungo, costante, indissolubile. Egli potè farne la compagna fedele dei suoi giorni, la madre del suo adorato figliuolo. E questo amore che durò inalterato e gentile, come il primo giorno in cui quelle due anime si giurarono fede, è l'idillio di una passione che unì indissolubilmente due esistenze nella mite dolcezza dei costumi, nei delicati riguardi dell'affetto, nelle vaghe reminiscenze di un passato che si confondeva con le gioie del presente, con le speranze dello avvenire.

L'attività della mente del Sacchèro puossi dividere in due periodi, il primo dedicato alla letteratura ed alla poesia, il secondo alle scienze con applicazione all'agricoltura.

Forse può sembrare forte il distacco tra l'uno e l'altro, ma non lo è.

Tra la poesia e la splendida vegetazione delle plaghe coltivate, è una arcana corrispondenza ed un'armonia che avvince e soggioga ogni anima benfatta. I fiori furono sempre simbolo ed espressione di feste, di vittorie, di virtù cittadine; di fiori è festoso l'imeneo; di fiori la religione adorna i suoi altari; di fiori si allieta la mensa ospitale; i fiori sorridono alle prime gioie della infanzia e parlano agli adulti un linguaggio commovente e pieghevole a tutti i desiderii.

Le valli pittoresche, le superbe montagne, i pingui prati, hanno un linguaggio di forte poesia che affascina e trascina. Le trasparenze dell'alba, i rosei tramonti, i profumi di mille piante, schiudono l'anima a supremi conforti.

Dal

« *Salve magna parens frugum saturnia tellus.* »

al bacio che Bruto I in un trasporto d'amore, imprimeva all'antica e buona madre degli uomini: la terra, è tutto un alternarsi di sentimenti poetici e veri.

Giacomo Sacchèro ebbe da natura, tale un tesoro di affetti nel cuore, ed in siffatta guisa si svolse il suo spirito, che le evoluzioni della sua mente, non sono che la diversa forma di manifestarli.

Scrisse non meno di 30 libretti d'opera, che furono tenuti in gran pregio, sia per la spontaneità del verso, sia per la rivelazione degli affetti, sia ancora per la forma, poichè uno tra i tanti meriti di quei suoi componimenti, fu quello di essersi cominciato a staccare dal così detto *convenzionalismo,* per quanto lo comportassero le ragioni artistiche dei tempi; sicchè da taluno fu detto che molti dei libretti di lui, parevano scritti 20 anni dopo. La maggior parte di essi, dettati pel Teatro della Scala, per la Fenice di Venezia, pel Carlo Felice di Genova ebbero l'onore di venir musicati dal Donizzetti, dal Ricci, dal Pacini e da altri rinomati maestri.

Fra i suoi scritti in prosa noto: *La palla del moschetto*; *Amore e Pietà; Duetto di una donna; Così va il mondo;* ed in tutti si dimostra patriota convinto, animo mite ed appassionato del bene.

Ma la fama di poeta gentile e pieno d'ispirazione, gli venne dal pregevole volume di *Fantasie Liriche,* dedicato a colei che, come dissi, gli divenne compagna carissima ed indivisibile.

Quelle fantasie sono un moto della sua anima. Furono scritte in differenti condizioni della vita, secondo che il cuore o il pensiero riceveano moto e calore dalle memorie, dalle contemplazioni e dai ricordi mesti o giocondi, abborrendo sempre dalla tormentosa ipocrisia dei sistemi.

Io non verrò ripetendovi tutti i delicati affetti che trovano la via del cuore e che palesano la grande sovrabbondanza dei sentimenti.

La nota principale che batte con insistente ed armonico ritmo è l'amore, ma altri temi egli mostra di saper trattare nella svariata mole del Volume.

Mi rincresce che io debba restarmi dallo entrare nello esame più accurato di queste liriche. Consentitemi solo, che a rendergli testimonianza solenne dello affetto sviscerato e costante che nutriva della sua terra natale, io Vi ripeta in qual modo egli la ricordasse, in uno di quei tanti e sì cari gioielli:

Bella è la mia Catania
Pel sol che alle infinite acque si sposa,
Per l' onda interminabile
Dell'auree spiche, e l' igneo Mongibel,
Per la molle diffusa aura odorosa
Di mille fiori, e pel zaffir del ciel.
E dell' april perpetuo
In quelle piagge è il fervido sorriso;
E v'ha nei freschi vesperi
Che rallegrano il ciel, la terra e il mar,
Di luce e d' aure tanto paradiso
Che un giardino di fate agli occhi appar !

Anche quando occupavasi a Parigi dello studio delle scienze della natura, non si ritrasse dalla palestra letteraria. Corrispondente di giornali lombardi, i suoi articoli erano sempre ammirati per eleganza di stile e forbitezza di lingua.

Lasciò una pregevole Rassegna sulla Esposizione mondiale di Parigi. Scrisse un episodio interessante della vita di Veber: *Angosce e gloria;* e finalmente un Romanzo di attualità intitolato: *Il rovescio della medaglia.* Sono delle scene contemporanee che si sviluppano con larghezza di contorni e con vividi colori, dove tra i contrasti degli affetti più veri e delle situazioni più drammatiche, tralucevano

marcate allusioni alle tristi condizioni d'Italia ed alle aspirazioni generose di un popolo che tendeva affrancarsi.

Il libro stampato da prima nella Svizzera non poteva circolare pubblicamente in Italia, a causa della Censura. Fu quindi in parte mutilato, per ciò che si riferiva alle quistioni politiche, e ristampato a Milano sotto il nuovo titolo di *Palazzo e tugurio.*

Lo svolgimento logico del soggetto, mi ha portato dinanzi a quella parte di lavori che hanno attinenza con la agricoltura, la quale è l'industria per eccellenza, che affezionando l'uomo ai luoghi, gli indisse la vita raminga e lo egoismo, e lo trasse a cercare i conforti della famiglia, ad aver fiducia nelle proprie forze, ad amare gli altri.

L'agricoltura fu perciò la prima scienza e la prima morale. Essa fu maestra agli uomini nella lotta del lavoro, e schiuse l'êra di una nuova vita e di un nuovo regno: la vita del pensiero e il regno dell'arte.

La storia dell'agricoltura si confonde con quella della proprietà e questa ultima con quella della famiglia.

Le sorti dell'agricoltura sono legate coi pubblici avvenimenti e con la pubblica fortuna.

L'Italia dei Comuni operò i miracoli delle irrigazioni; l'Italia inservilita non bastò più a nutrire i propri abitatori.

Thompson potè cantare in Inghilterra — « La libertà qui regna, anche nelle più remote capanne, e vi adduce l'abbondanza. » Io auguro che il canto di Thompson, possa avverarsi per tutti i nobili figli della gleba.

Ed a compiere il salutare vaticinio, giova, oltre le prospere sorti del paese, avere uomini valenti che si dedicano con affetto a togliere i pregiudizî, a remuovere gli ostacoli, a vincere le opposizioni, a fecondare i grandi principî della scienza, a scrutare i più reposti problemi della natura.

Non debbo ripeterlo a Voi, egregi accademici, che negli Statuti trovate segnata larga parte a tutto ciò che si riferisce al miglioramento dell'agricoltura. Nè debbo ricordarvi, come dal primo giorno della fondazione dell'Accademia sino al presente, non sieno mancati i valorosi che ne fecero oggetto di dotte elucubrazioni.

Fra Cesare Borgia che inaugurò la serie dei nostri Direttori, nel suo primo discorso di apertura alle tornate accademiche, indicava la necessità e la importanza degli studii agronomici.

Salvatore Scuderi ci dette il pregevole *Trattato dei Boschi dell'Etna.* Ferdinando Cosentino scrisse: della *Topografia Botanica della campagna detta l'Arena di Catania;* dell'*Hedysarium coronarium;* della *descrizione di due nuove specie di piante leguminose;* dell'*Acrostichum catanese;* delle *produzioni vegetali dell'Etna e della necessità di un esatto catalogo delle stesse.* Giuseppe Alvaro Paternò e Paternò Castello, Principe di Sperlinga Manganelli intrattenne l'Accademia *Sopra la irrigazione dei campi che attorniano il Simeto.* Carmelo Maravigna diede un *Saggio di una flora medica Catanese;* Gaetano Mirone *le ricerche e le osservazioni chimiche su di una transudazione morbosa vegetabile.* Della *Pomona Etnea* scrisse Alessio Scigliano, e della *Flora dei dintorni di Avola,* Giuseppe Bianca. Gioachino Geremia fece la *Storia delle varietà delle uve che trovansi nei dintorni dell'Etna.* Il Barone Andrea Bivona s' intrattenne della *Importanza dei Boschi.* E *dei Boschi dell'Etna* tratta pure il Prof. Ferrara. Vincenzo Cordaro parlò *dell' Ulivo, come seguito alla Pomona Etnea.* Lo egregio collega il Prof. Francesco Tornabene in molti lavori presentati all'Accademia ha svolto i seguenti temi: *Sulle radici dell'Oxalis Cernua, e formazione dei bulbi: Sulla motilità della Porlieria hygrometra;* memoria di anatomia e fisiologia vegetale. *Osservazioni sopra gli En-*

degeni. — *Lichenographia Sicula.* — *Sopra un nuovo albero indigeno sull'Etna del genere Cellis.* — *Notizia di una carta topografica botanica per la Sicilia.*

Dirò infine, comunque non in ordine cronologico, del debito di riconoscenza che tutti dobbiamo alla memoria dello illustre scienziato Carlo Gemmellaro. Io penso, che egli sia una delle glorie più vere, che vanti Catania, e che il suo nome debba restare sulle nostre labbra, testimonio perenne del vasto sapere che lo rese celebre. E colgo questa occasione per attestare alla memoria del grand' uomo, la cui fama corse al di là del Faro e delle Alpi, la riverenza che io gli professo ora, come quando, essendo egli moderatore di questo Siculo Ateneo, mite e benigno mi accoglieva, nei primi passi dei miei studii universitarii.

Il nostro Egregio Primo Direttore, il Comm. Aradas, ha legato indissolubilmente il suo nome a quello del Gemmellaro, con lo splendido elogio che ne lesse all'Accademia; ma Catania, dovrebbe trovar modo di affermare meglio il debito di riconoscenza che la Patria gli deve.

Fra gli svariati lavori d'indole diversa e tutti di polso, che rendono di maggior pregio gli atti dell' Accademia, trovo che il Gemmellaro parla dell' agricoltura nella *Topografia fisica dell'Etna e suoi contorni*, e nel *quadro degli oggetti da trattarsi per la topografia stessa.* Egli parla eziandio *della Causa geognostica della fertilità della Sicilia.* Dà un *Cenno sulle vegetazioni di alcune piante a varie altezze del cono dell' Etna.* E fa osservazioni *sulla struttura del frutto* del melogranato e del melarancio. Ma dove palesa tutto l' animo suo per l' agricoltura è nel discorso che il 21 febbraio 1861 egli tenne all' Accademia, che lo elesse suo Primo Direttore. Il Gemmellaro deplorava che dopo i primi studii, non erasi fatto tutto quanto occorreva onde sviluppare il vasto còmpito che l' Accademia aveva assunto per gli studii ed il progresso dell' a-

gricoltura, e con parola convinta ed autorevole, confortava a farlo.

Allo appello rispose il Sacchèro, e come il facesse avrò l' onore di esporvi.

È proprio degli uomini, che nello studio perseverante della natura sviluppano l'attitudine alle osservazioni acute e profonde, di precorrere i tempi e farsi propugnatori di bisogni non ancora resi familiari alla generalità.

Giacomo Sacchèro appartenne a questa schiera.

Una sua monografia sugli *Ospizî rurali* ne è prova efficace.

Scritta poco dopo il 1860, essa dà le regole da adottarsi per tali stabilimenti che erano allora un mito, e che appena ora cominciano in parte a prender posto tra le istituzioni più utili al paese.

Rileggendo quelle pagine, piene di utili precetti, ispirate dal desiderio più vivo del maggiore sviluppo dell'agricoltura, non può a meno di provarsi un senso di legittimo orgoglio, ripensando a tutto il bene, al quale miravano, con fatidico accento, le parole di quel valentuomo.

Dimostrata la importanza della istruzione tecnica, sorgente inesauribile di prosperità, poichè lo sviluppo della intelligenza e delle attitudini meccaniche favorisce l' esercizio utile delle facoltà fisiche e morali, ed aumenta la possanza produttiva dell' uomo, egli faceva notare, come in fatto d' istruzione tecnica per il popolo, quella riguardante la coltivazione della terra difettava più di ogni altro in Italia, mentre meritava invece incoraggiamenti e favori, in un paese eminentemente agricolo come il nostro.

E mostravasi convinto, che la diffusione della istruzione agronomica per il popolo, avrebbe potuto dar vita agli *Ospizi rurali;* istituzioni filantropiche ed industriali ad un tempo, che raccogliendo tutti i piccoli parassiti della

Società, dovevano avere lo scopo di educarli in modo, da farne col tempo degli onesti ed intelligenti coltivatori.

Sono stupende le considerazioni rivolte a mostrare la convenienza sociale di tale ordinamento, e gli effetti sicuri da ricavarsene.

Io potrei fare un parallelo tra le ultime disposizioni governative sullo impianto in ciascuna provincia, delle scuole pratiche di agricoltura, ed i suggerimenti contenuti nel dotto lavoro; e potrei provarvi come dopo molti e svariati esperimenti, il Governo sia venuto nello stesso concetto che sin dal 1862 sollecitava il nostro Socio. Ma mi piace avvertire piuttosto, che pur rendendo plauso alle recenti ordinanze che vanno all'unisono con quelle idee, e tendono a diminuire il numero degli spostati, accrescendo quello delle braccia operose a vantaggio della patria agricoltura, un altro ed importantissimo concetto era ventilato nelle proposte Sacchèro. Concetto, che non è entrato ancora nello spirito delle nostre istituzioni agrarie, ma che appunto perchè esatto, finirà per trionfare.

Il nostro autore suggeriva, che di unita ai fanciulli, si dovessero raccogliere negli Ospizî anche le bambine. Sinora, egli veniva osservando, la donna non ha ricevuto presso noi alcuna istruzione agricola; e pure quella è destinata a prendere molta parte ai lavori campestri. Le operazioni di gusto, di delicatezza, di pazienza, e quelle che abbisognano di ordine e di destrezza, appartengono alla donna.

Io non dispero che i desiderî espressi possano trovare presto favore, ed anelo di vedere il giorno in cui accogliendosi nelle nostre scuole pratiche di agricoltura, anche le fanciulle, possa inneggiarsi alla memoria di chi, or sono tanti anni, se ne fece propugnatore.

Quando la fiducia del magistrato municipale, affidava a Giacomo Sacchèro, in sullo scorcio del 1866, la direzione di una scuola d'arboricoltura, egli si adoperò nel nuovo e

lusinghiero incarico, corrispondendo degnamente alle speranze in lui riposte.

Le conferenze si aggirarono sui seguenti temi:

Della coltivazione, della propagazione e del miglioramento degli alberi fruttiferi;

Dell'anatomia e della fisiologia vegetale;

Della propagazione delle piante;

Dei precetti sulla cultura intelligente;

Della coltivazione del pero, del pomo, dell'albicocco, del pruno etc.;

Della coltivazione degli agrumi e della malattia dei limoni;

Della coltivazione del gelso, dell'olivo, del fico, del noce, etc.;

Della coltivazione della vite ad uva da tavola, e della vigna;

Della sterilità delle piante, e del modo di ottenerne la fruttificazione;

Delle malattie delle piante e dei rimedii per guarirle;

Della degenerazione e della estinzione delle varietà;

Del miglioramento delle specie vegetali e della creazione di nuove varietà.

Ciascuna di tali conferenze ha un notevole valore scientifico, e messe insieme formano uno dei più dotti e brillanti trattati sulla materia.

Non potendo entrare in dettagli che mi porterebbero troppo lungi, io dovrò contentarmi di accennare al discorso col quale egli inaugurò la serie delle sue apprezzate lezioni.

Definita l'arboricoltura, questo ramo importantissimo della scienza agronomica, ed accennata alla influenza dell'uomo sulla natura, per tutto ciò che ha rapporto con i vegetali, egli viene svolgendo con tratti assai felici, le cure che l'uomo ha dedicato alla pomologia dall'epoca leggendaria sino ai tempi nostri.

Dopo il diluvio infatti fu primo pensiero di Noè di piantare i tralci delle viti salvate dalle acque. Mosè diede alcune istruzioni al suo popolo sulla cultura degli alberi fruttiferi.

Ai tempi di Omero si coltivavano in Grecia il fico, il pomo, il granato, il pero, l'olivo, il mandorlo, il cotogno, la vite e, sembra pure, l'arancio. E Teofrasto nella sua storia delle piante, dà istruzioni sulla cultura di molte piante e sugli innesti.

Ma era riserbato allo impero romano il vanto di far progredire prodigiosamente la pomologia. Le legioni imperiali toglievano dai paesi soggiogati, quanto vi era di prezioso in fatto di frutti e li introducevano in Roma, da dove poi, per la sapienza colonizzatrice che distingueva quei dominatori del mondo, li propagavano nelle altre contrade sottomesse.

A prestar fede a taluni passi di Plinio e di Marziale, si potrebbe credere che le serre erano poste in uso dai Romani. Ma se in quel periodo di lusso e di splendore, la cultura dei giardini toccò un alto grado di perfezione, la fisiologia vegetale, era imperfettamente compresa.

La invasione dei barbari, che al principio del V secolo fece crollare il vasto impero romano, cancellò ogni vestigio di progresso, e lo stato florido dell'orticultura disparve. La barbarie soffocò talmente la civiltà, che abbisognarono più di mille anni per ritornare a quel punto.

Fortunatamente in quei tempi di desolazione e di tenebre balenò un raggio di luce; e lo splendore del genio di Carlomagno dissipò alquanto l'ampia oscurità di quella notte.

Più tardi le crociate contribuirono a ripopolare i giardini; ed introdussero nuovamente dall'Asia la più parte degli alberi fruttiferi, disparsi dietro la irruzione dei barbari.

Malgrado ciò, nei paesi ove regnava la feudalità,

l'arboricoltura non poteva fare che lenti e stentati progressi. È vero che in Fiandra, ove la potenza dei Comuni bilanciò di buon'ora la tirannia feudale, sotto la casa di Borgogna, prosperarono il commercio, l'industria e l'orticultura. Ma quella prosperità fu di breve durata, poichè l'intolleranza e le persecuzioni degli Spagnoli, costrinsero ad espatriare la più parte di quel popolo industre.

Per questo fu nei conventi, che si conservarono nel medio evo le varietà fruttifere di allora. E la splendida ospitalità che offrivano sovente i frati, ai principi della Chiesa e della terra, mantenne in essi, per secoli, una lodevole emulazione in quanto alla ricerca ed alla cultura dei buoni frutti. I loro cataloghi che ci sono stati tramandati, ne mostrano la ricchezza.

In Germania, dove i Principi contribuivano con buone leggi e con l'esempio alla propagazione degli alberi, l'Elettore Augusto di Sassonia, pubblicò un manuale di arboricoltura, e piantò con le sue mani, migliaia di alberi.

In epoca posteriore, i rinomati piantonai della Certosa di Parigi, fornivano mezza Europa, di piante fruttifere, e propagarono la maniera francese di educarle.

Il De la Quintinie fu il primo, sotto Luigi XIV, che fece presiedere la scienza all'arboricultura. Non pertanto le nozioni della potatura degli alberi fruttiferi non subirono importanti perfezionamenti che dopo gli scritti del Shobol e segnatamente dopo quelli del Duhamel, del Rosier e del Thonin. Ma i veri progressi si devono al grande riformatore Lelieur, il quale stabilì i principii razionali dell'arboricultura. In pari tempo, al principio di questo secolo, il Knight in Inghilterra, il Von Mons nel Belgio, il Gallesio in Italia, il Diel in Germania, contribuirono efficacemente alla propagazione di questa scienza utile e nuova.

Quello che forma lo elogio maggiore del nostro Socio,

era appunto la vasta erudizione che egli possedeva, le conoscenze storiche che gli davano norma sicura nel determinare lo svolgimento progressivo degli studii e delle singole applicazioni o scoverte. Ed egli se ne giovava tuttodì, accrescendo il patrimonio della scienza e l' autorevole efficacia della sua voce. Nel discorso cui accennai, egli trattò della legge delle variazioni individuali, della fecondazione dei semi, dei tipi e dei caratteri che ne distinguono o ne determinano le trasformazioni, della influenza della volontà dell' uomo come causa esteriore nella modificazione della forma e dei caratteri di una pianta; dei miglioramenti primordiali e dei successivi; dello avvenire più splendido della scienza; della convenienza e della necessità di non tenersi indietro in mezzo all' operoso concorso delle nazioni civili.

Anche ai boschi, che sono da pertutto necessari per il progresso della civiltà e della ricchezza, il Sacchèro volse la sua mente.

Due pregevoli memorie trattano con larga copia di dottrina, del miglioramento di essi, e della diffusione delle piante forestali in Sicilia. Ed egli seppe mostrare la importanza dei boschi sotto svariati aspetti; indicarne la diversa natura, suggerire i migliori tipi secondo le diverse plaghe; tessere intera la nomenclatura forestale; porgere opportuni consigli al Governo, agli Enti morali, ed ai privati; delimitare i diritti ed i doveri di ognuno; additare larghi margini alle propagazioni sollecite di alberi boschivi; stigmatizzare la passata ignavia e lo inqualificabile abbandono delle regioni forestali, spingere con acuto stimolo a mettersi risolutamente nella unica via che ci è additata dalla scienza, dai bisogni, dal tornaconto.

Ma le cure più assidue e lo affetto lungo e paziente del nostro amico, furono dedicate a rendere comune in

Italia, una fra le ammirabili piante che popolano le vergini terre dell' Australia.

Voi avrete compreso come io intenda parlare dell' *Eucalyptus globulus;* di questo colosso del regno vegetale, la cui introduzione non è così recente come potrebbe sembrare.

Esso fu scoperto dal Labillardière nella Tasmania o isola di Van Diemen, il 6 maggio del 1792, durante il viaggio delle navi la *Recherche* e l' *Espèrance* che la Repubblica Francese spedì in traccia del povero Lapeyrouse. Il Labillardière lo denominò Eucalyptus globulus per la forma dei suoi bottoni florali, coperti d' un operculo. Tuttavia esso rimase confinato per lunghi anni in qualche giardino botanico; e vi sarebbe ancora, se un francese, il sig. Ramel, che fu compreso d' un senso di profonda ammirazione per l' eleganza particolare di quest' albero, visitando il giardino botanico di Melburno, non ne avesse portati in Europa dei semi, ed intrapresa la propagazione di esso.

Nella pregevole memoria che il Sacchèro lesse all'Accademia nel 1868, sono segnalate tutte le eminenti qualità di questo albero portentoso, appartenente alla famiglia delle mirtacee e che egli a ragione, qualificava siccome destinato a trasformare le condizioni economiche, atmosferiche e sanitarie dell' Italia meridionale e segnatamente della Sicilia.

Egli venne mostrando in fatti, che ove diffuso in estese proporzioni pei campi, l' *Eucalyptus globulus* combatte e neutralizza le emanazioni miasmatiche delle terre, con le emanazioni aromatiche delle foglie, e come, posto accanto alle abitazioni campestri, favorisce la respirazione con le sue esalazioni, che sono tanto salubri; e che potrebbero forse, come rapporta il sig. Andrè, guarire i principii della tisi negl' individui che vi sono predisposti.

Con mano maestra ne enumera i pregi più rilevanti. Ne accenna così la rusticità silvana che lo rende atto a

resistere alle condizioni meno favorevoli; il suo rapido incremento, che lo costituisce l' albero per eccellenza per la creazione dei boschi; le qualità intrinseche che lo rendono impareggiabile per la formazione dei ripari nei luoghi flagellati dai venti. Ne fa notare la solidità della fibra malgrado il rapido sviluppo, laonde esso conviene ad ogni genere di costruzioni civili e navali — Incidendo la scorza si ottiene una gomma astringente detta *kino*, che è considerata utile per le industrie. E molti sono i prodotti chimici che si ricavano o che si possono cavare dalle sue foglie: come lo provano gli esperimenti fatti in Francia dal D.r Sicard e più recentemente anche in Italia.

Ecco perchè di questo albero gigantesco che sfida la inclemenza delle stagioni e l' onta dei secoli, che oltre ai tanti vantaggi economici ed igienici che ci apporta, sembra destinato ad allontanare da noi talune infermità, per le quali la scienza non ha trovato ancora rimedii efficaci o sicuri, il Sacchèro parlava con la convinzione che è figlia di profondo e maturo studio; con l' entusiasmo che viene dalla fede.

Ecco perchè la diffusione di questa pianta secolare, di uno sviluppo rapido, gli appariva di un bene inestimabile per l' Isola nostra.

Avvertiva perciò come generalmente mancano due cose in Sicilia: combustibile e pioggie. Mancando il primo, l'esercizio delle industrie e della vita domestica si rende difficile; difettando le seconde, le coltivazioni si fanno impossibili. Ora un paese che non trova nelle sue viscere, miniere di carbon fossile, abbisogna di alberi per trarne il combustibile necessario; un paese che è contristato da lunghe siccità, abbisogna di alberi per avere il beneficio delle pioggie.

Muovendo da questo principio, egli ne traeva la conseguenza logica, di una estesa coltivazione di *Eucalyptus*,

avvegnachè nessun albero potrebbe soddisfare meglio, ove largamente diffuso, a questi due supremi bisogni.

Nè quì si arrestava la benefica applicazione dello accennato principio.

In Sicilia, osservava il nostro autore, siamo pure desolati da due grandi calamità: dai venti impetuosi che flagellano specialmente i nostri lidi; e dalle emanazioni miasmatiche che infestano per un sei mesi dell' anno, parte delle nostre contrade. Or bene, l'*Eucalyptus* può difendere e rendere prospere e produttive le culture sin ora tormentate; può disperdere col tempo la perniciosa azione delle influenze deleterie.

Io non posso seguire passo a passo lo svolgimento largo, razionale, scientifico, che il mio amico fece del suo tema favorito. Basta averne fatto rapido cenno e soggiungere, che sposando la teoria alla pratica, la parola all' opera, il precetto all'esempio, il Sacchèro divenne forse, in Italia, il più esperto e più fortunato coltivatore di *Eucalyptus*, le cui giovani piante inviava a migliaia in tutte le regioni, da Venezia a Trapani, da Biella a Palermo. A lui si deve infatti se quest'albero divenne popolare. Ed a raggiungere tale scopo non gli venne meno giammai nè il coraggio, nè la perseverante tenacità dei propositi.

Accennerò quindi ad un altro suo opuscolo, *Sulla utilità degli Eucalyptus globulus*, col quale mira a generalizzare nel pubblico le notizie date all' Accademia. Ma più efficace mi sembra ancora un' altra sua monografia dove facendosi a parlare dei ripari vegetali torna ad occuparsi, raccomandandoli, degli *Eucalyptus*.

Anche in questo lavoro il Sacchèro si mostra informato delle migliori nozioni sulla materia, e ne discorre con quella competenza che nessuno gli contrastava, appunto perchè attinta ai migliori precetti della scienza ed alla esperienza

personale che nulla gli faceva sfuggire nelle indagini più minute e nelle osservazioni più accurate e sottili.

Le intelligenti cure però, che il Sacchèro prestava alla diffusione dell' *Eucalyptus*, non lo distoglievano dallo studiare contemporaneamente i fenomeni morbosi onde si mostrano travagliati i nostri giardini. Studio questo, tanto più apprezzato se si tien conto della valenzia di chi lo imprendeva, e tanto più utile per il genere di cultura cui era rivolto.

Trovo due suoi scritti sullo argomento; e l'uno e l'altro mostrano il valore delle osservazioni nuove ed ingegnose che egli veniva esponendo.

L'arancio amaro ci è venuto dall'India nel secolo IX, propagandosi pria nella Siria, poi nella Palestina e per ultimo nell'Egitto. Nicola Speciale assicura che esso nel 1150 ornava i giardini siciliani, e l'arabo Ebu-el-Avam rapporta che era coltivato in Siviglia verso la fine del XII secolo.

L'arancio dolce cresce spontaneo nella China meridionale, nelle isole Mariane ed in quelle dell'Oceano pacifico. L'introduzione di esso si attribuisce al portoghese Giovanni De Castro che lo recò in Portogallo nel 1520. Però secondo il Gallesio, pare che dall'Arabia fosse stato introdotto nella Grecia e nelle isole dell'arcipelago, e che da questo fosse passato in Italia in epoca anteriore.

Il limone ha per patria l'India, da dove gli Arabi lo portarono successivamente in tutte le contrade sottoposte alla loro dominazione. Il limone esisteva nella Persia e nella Media da tempi remoti. Da lì passò nei giardini di Babilonia, e più tardi nella Palestina, nella Grecia ed in Italia.

I limoni e gli aranci adunque sono piante esotiche e la loro introduzione data da ben molti secoli.

Movendo da questo principio viene l'autore a ripetere

che nel mondo vegetale come nella universalità degli esseri viventi, tutto si deteriora e finisce. E avendo accennato alla deteriorazione subìta in questi ultimi tempi dai limoni, pianta il seguente dilemma: o è deteriorato il clima, o sono deteriorati i limoni.

Giovandosi anche delle osservazioni di Arago, di Laplace, e del Gasparin è facile il dedurre che il clima non è deteriorato.

Da Aristotile in quà, il suolo, il clima, la temperatura sono gli stessi. Tutto ciò che egli descrisse come vivente, esiste ancora. Se le condizioni geologiche e climatologiche fossero cangiate, non dovremmo rinvenire più nelle medesime latitudini le medesime specie del regno minerale e vegetale. E pure noi troviamo costantemente il camoscio sulle balze del Nord, ed i leoni nell'Africa. L'aquila percorre ancora i vasti campi dell'aria nelle regioni alpine, e la rondine ritorna ogni anno nei nostri lidi per annunziarci la primavera. Il cedro del Libano ombreggia tuttora il sacro monte che gli diè il nome, e i papiri popolano i margini dei nostri fiumi. La vite cresceva ai tempi dello imperatore Giuliano V nei dintorni di Lutezia, ed anche oggi Parigi è compreso nella regione delle vigne.

Ammesso questo fatto, bisogna dedurne che sono invece deteriorati i limoni. Il Sacchèro parla delle cause di questa degenerazione. Si occupa dei rimedi proposti per la cura e la guarigione. Tratta anche dei metodi che egli esperimentò, ma invano, e conchiude che bisogna invece ricorrere ad un mezzo radicale, qual'è la rigenerazione, ritirando i semi dall'India natia, dove prosperano immuni da qualunque male e nello stato di natura.

La teoria è piena di logica stringente, e confortata dai precetti dei più valenti agronomi.

In Francia, in Inghilterra, nel Belgio e nella Germania dove egregi ingegni si occupano tuttodì delle quistioni più

elevate di arboricoltura, la deteriorazione che subiscono per gli anni le piante fruttifere, è stata provata con la maggiore evidenza da Marskal, Beucknal, Cadet-Devaux, Knight, Diel, Von Mons, Puvis, Poiteau, e fra i contemporanei dagli illustri Daubaney e Deboutteville.

La rigenerazione che nel senso scientifico significa rinnovamento individuale tornato al tipo, e nel senso nostro, rinnovamento individuale tornato allo stato fisiologico, darebbe nuovi semi e vigorosi individui.

Nè gli esempii mancano a conforto della teoria del nostro amico. Quando nel 1834 infieriva nel Belgio la malattia delle patate, il celebre Von Mons rispose a chi gli chiedeva un rimedio: « Introducete nuove specie dal luogo di origine, e alla loro prima declinazione riproducetele da seme. » Ritirati questi dal Perù, la malattia non li offese.

In Italia il benemerito Cattaneo che, dopo le analisi di Liebig e d'altri, ebbe il vanto di mostrare per il primo che la deteriorazione dei bachi da seta era la conseguenza della deteriorazione della pianta che fornisce ad essi il nutrimento, propose la riacclimatazione dei gelsi. La industre Milano seguì il suggerimento, e la produzione serica ne risente le benefiche influenze.

Potrei moltiplicare gli esempî, ma me ne astengo, pago di poter soggiungere, che di queste sue idee, il Sacchèro si era fatto banditore solerte, e ne ebbe compenso morale nell'essere ricercato sempre con premura dal Governo, dalle Provincie e dai proprietari, per discutere sul grave tema.

È vero che le sue proposte non ebbero quella larga applicazione che egli anelava, ma poichè i rimedii empirici che vanno tuttodì sperimentandosi nei nostri giardini, non han combattuto vittoriosamente il male che incede sempre nella sua via, voglio sperare che si finisca per rendergli questo postumo tributo, ricorrendo al sistema della rige-

nerazione, per assicurare a queste contrade favorite dal sorriso della natura, la lussureggiante vegetazione degli agrumeti.

L'ultimo lavoro col quale il Sacchèro intrattenne l'Accademia, mostra la febbrile attività ond'era posseduto il suo spirito; l'osservazione acuta che lo distingueva; il connubio stupendo dei sentimenti che determinarono le evoluzioni della sua vita, ond'egli restò sempre, anima di poeta, mente pratica, cuore di patriota.

La dotta monografia sul *Ramiè* prova in qual modo il Sacchèro intendesse la missione assunta volontariamente, ma che non era perciò meno sacra.

Egli partiva dal principio, che la introduzione di una nuova pianta è stata a volte, l'origine della prosperità di un paese. E se il cotone, introdotto in America, formò la fortuna degli Stati Uniti, l'introduzione del *Ramiè* nell'Italia meridionale, avrebbe potuto formare la nostra.

Il *Ramiè* è pianta tessile preziosissima, che produce in gran copia una fibra più bella del cotone, più forte del miglior lino e brillante quanto la seta. Proviene dall'arcipelago indiano e precisamente dall'isola di Giava. È chiamato *Ramiè* dai malesi, e va distinto dai botanici col nome di *Bohemeria tenacissima*, appartenente alla famiglia delle urticacee, fra le cui specie trovasi pure la nostra canape.

Il Sacchèro avvertiva, come questa pianta non ignorata dagli studiosi del regno vegetale, fu condannata a sopportare per lunghi anni la povera ospitalità di qualche giardino botanico, dove non di rado, le piante utili e nuove trovano sepoltura ed obblio. Nel 1845, il Prof. Decaisne si pose a descrivere questa utilissima urticacea, con quell'amore sapiente che porta nelle monografie dei vegetabili, e ne predisse i meravigliosi destini; ma la voce di quell'eminente naturalista passò inosservata nel mondo degli spe-

culatori. Fu solamente nella Esposizione mondiale di Londra del 1851, che il *Ramiè* fece la prima solenne apparizione in Europa; e sotto gli auspicii di quel nuovo e grandioso torneo industriale trovò rinomanza ed ammiratori. Da quel giorno il *Ramiè* cominciò a diventare una pianta in voga e venne introdotto e largamente diffuso nell'isola di Cuba ed in varie contrade degli Stati Uniti d'America. Dopo i felici risultati ottenuti nel nuovo mondo, si cercò di sollecitare in suo favore la predilezione dei coltivatori Europei. Ed uomini illustri, anche in Italia, se ne fecero apostoli e propagatori, magnificandolo con l'eloquenza dei fatti e con la logica del tornaconto. Così prese un posto importante nelle culture della Francia meridionale e dell' Algeria; e le sue fibre apprestarono nuovi elementi alla fabbricazione di varie stoffe, le quali sono riguardate comunemente come conteste di seta vegetale della China, mentre non sono altro che il prodotto degli splendidi fili di questa pregevolissima pianta della Malesia.

Il Sacchèro saviamente osserva, che il *Ramiè* prende una vegetazione rigogliosa nelle temperature elevate, e più caldo è il sole, più la pianta prospera; laonde ne deduceva, che le regioni dell'Italia meridionale ed in particolar modo quelle della Sicilia, potevano spingere al massimo grado la sua possanza vitale. Mostra, come a differenza delle piante tessili che noi possediamo, il *Ramiè* non è pianta annua, ma perenne; per cui esso una volta a dimora, rinnova le sue pompe vegetali per una diecina d' anni. Gli steli presentano l'inestimabile vantaggio di non aver bisogno di macerazione per estrarne la fibra. E la cultura di questa impareggiabile pianta è facilissima, poco dispendiosa e la più remuneratrice fra quante se ne possano tentare fra noi. Ed ove in buone condizioni, il *Ramiè*, può offrire fino a tre raccolti all'anno, come li dà regolarmente nelle varie provincie dell'Algeria e come potrebbe darli in Sicilia. I cal-

coli per dimostrare il reddito netto di questa cultura sono chiari e promettenti. Ma non saprei chiudere questi rapidi cenni sull'argomento del *Ramiè* senza riportare le parole con le quali l'amico nostro metteva fine al suo pregevole lavoro:

« E siccome (egli diceva) fu da questo estremo lembo d'Italia — ov'io propagai per il primo e in grandi proporzioni l'Eucalyptus globulus — che ebbi il lusinghiero vanto di rendere popolare in tutte le regioni meridionali della nostra penisola, quell'albero impareggiabile dell'Australia, così nutro speranza, che con lo affetto paziente e col tempo, mi sarà accordata pure la sorte di diffondere tra noi la cultura di questa pregevolissima pianta tessile dell'arcipelago indiano. »

Tra le onorificenze ; gli svariati incarichi ; le nomine accademiche; le pubbliche magistrature, fra cui la più alta per un libero cittadino, quella di rappresentante al Parlamento nazionale, il nostro Sacchèro mostrò sempre di tenere in grandissimo pregio l'essere ascritto tra i soci attivi della Gioenia. Ed è fatale, che col nome di Gioeni sulle labbra, egli chiuse il suo terreno pellegrinaggio.

L'Accademia compiva splendidamente il cinquantesimo anno di sua esistenza.

Fondata nel 1824 , da una eletta schiera di valorosi , essa vide nel lungo e laborioso cammino ingrandirsi la via, percorrendola con fede costante e con perseverante abnegazione. A solennizzare le sue nozze d'oro con la scienza dispose, fra l'altro, la inaugurazione nel pubblico Giardino Bellini, di un busto in marmo di Giuseppe Gioeni , suo illustre titolare, ed al Sacchèro affidò il còmpito del discorso biografico.

Ed egli si accinse a scriverlo con affetto filiale e con reverente ammirazione. Ma non gli fu dato di assistere a quella festa e di ripetere quello elogio fra i fioriti margini

di quei poggi, sacri specialmente alla memoria di Colui, che con la dolorosa soavità delle sue melodie, fece sembrare appassionati e gentili perfino gl' insensibili adoratori del vitello d'oro del secolo decimonono.

Nei supremi delirî della morte egli non ebbe che tre nomi sulle labbra: l' affettuosa compagna della sua vita, il figlio adorato e Gioeni.

Tuttavia lo elogio vide la luce; chè la vedova inconsolabile, la quale alle più sublimi delicatezze del cuore, univa elette qualità d' ingegno, ed a cui la gelosa morte, tolse perfino il supremo conforto di saperci oggi quì radunati, per una commemorazione straziante ma cara al suo cuore, volle riunirne e porre in ordine le bozze. L' Accademia in segno di onore ne decretò la stampa fra i suoi atti.

Ed ora può dirsi, che nulla debba rimanere di Giacomo Sacchèro, nella memoria ricordevole dei contemporanei e dei posteri?

Ben fu detto, che alle porte di questa antica civiltà nostra, batte col pugno una gente che non riconosce altra forza che quella dei muscoli e si ride delle lettere, delle scienze, delle arti e di quant' altro ha fatto sin quì l' orgoglio del mondo civile.

Ond' io ripeterò: Facciamo il dover nostro, esaltando la luce divina dell' ingegno, rendendo omaggio agli uomini che hanno onorato degnamente la patria; e dei paradossi dell' ignoranza livellatrice, qualunque siano per essere i destini di questa civiltà così perfidamente schernita, appelliamoci confidenti alla coscienza del genere umano!.

INDICE

Sullo sviluppo della funzione perturbatrice nella teoria dei pianeti— GIUSEPPE ZURRIA . . . . . Pag. 1
La prima ovariotomia in Catania seguita da guarigione — GESUALDO CLEMENTI . . . . . " 93
Ricerche chimiche su' depositi de' tufi vulcanici nella provincia di Salerno — LEONARDO RICCIARDI. . . . " 107
Ricerche sulla composizione chimica di alcune marne argillifere di Ogliara in provincia di Salerno—LEONARDO RICCIARDI " 115
Ricerche chimiche sopra una lignite e alcuni scisti bituminiferi di Giffoni Valle e Piana in provincia di Salerno—LEONARDO RICCIARDI . . . . . " 123
Cisti prolifera dell'ovaja sinistra—ovariotomia e guarigione incomplete — GESUALDO CLEMENTI . . . . . " 129
Sulla presenza del quarzo con inclusioni di magnetite in una trachite dell'Etna — G. BASILE . . . . . " 155
Ricerche chimiche sulle rocce calcaree della provincia di Salerno—LEONARDO RICCIARDI . . . . . " 167
Sulla composizione chimica delle pomici vesuviane raccolte sul monte Sant'Angelo — LEONARDO RICCIARDI . . " 184
Ricerche chimiche sulla composizione dell'acqua minerale acidulo-alcalino-magnesiaco-ferruginosa detta del *fonte maimonide* e volgarmente la *grassa* delle sorgenti idrogassose di Paternò alla base S.-O. dell'Etna — ORAZIO SILVESTRI. " 189

Elogî Accademici

Elogio biografico del prof. Salvatore Marchese, senatore del Regno — GIUSEPPE ARDINI . . . . . " I
Elogio accademico di Giacomo Sacchèro—G. LEONARDI " XLV

3 2044 093 259 505